This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR

H
Clermont
15a
R.96

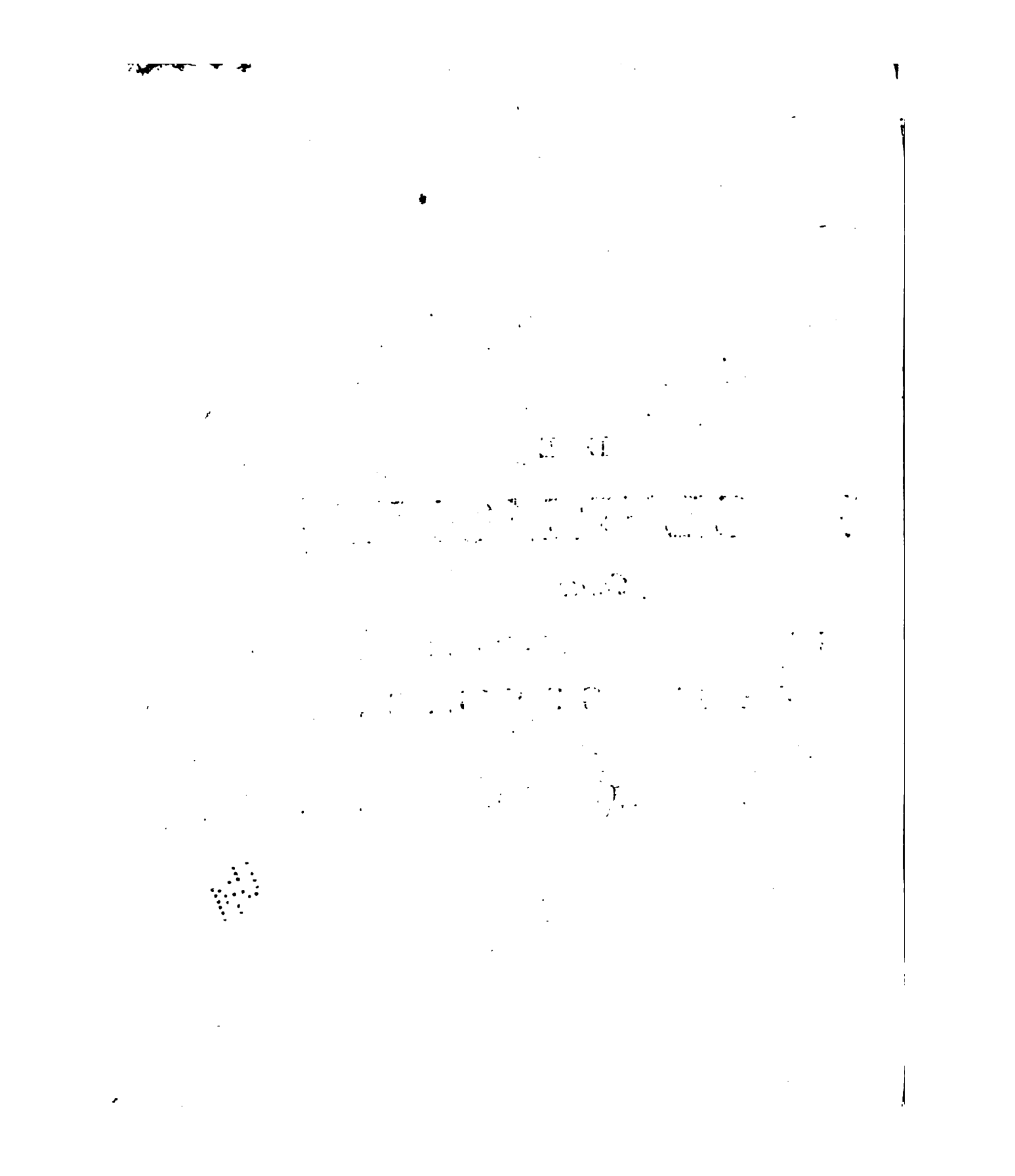
Clermont, sieur de.

QA
33
C632
1755

ŒUVRES
DE
M. CLERMONT,

Contenant

LA GEOMETRIE-PRATIQUE
DE L'INGENIEUR,
ET
L'ARITHMETIQUE MILITAIRE.



LA

GEOMETRIE PRATIQUE DE L'INGENIEUR,

OU

L'ART DE MESURER:

Ouvrage également néceſſaire aux Ingenieurs, aux Toiſeurs & aux Arpenteurs.

AVEC FIGURES.

Dedié à Monſieur DE VAUBAN.

PAR MONSIEUR CLERMONT, sieur de.

A PARIS,

Chez BRIASSON, Libraire, ruë S. Jacques, à la Science.

M. DCC. LV.

Livre I. *Les Définitions Geometriques, avec la Pratique du Compas & de la Regle.*

II. *La Trigonometrie démontrée & pratique.*

III. *Le Nivellement, ou la Maniere de ſe ſervir du Niveau.*

IV. *Le toiſé démontré d'une maniere ſimple & claire, ainſi qu'il eſt uſité aujourd'hui parmi les Ingenieurs.*

V. *La Planimetrie, ou Maniere de lever les Plans & de meſurer les Superficies.*

VI. *La Stéreometrie ou meſure des Solides.*

VII. *Un Traité de la Charpente ou des Bois mis en œuvre dans les Bâtimens.*

VIII. *Le toiſé particulier de chaque Piece qui ſert à la conſtruction d'une Forteresſe.*

Hist of Science
Marlon
12-21-32
27272

A MONSIEUR

DE VAUBAN,

LIEUTENANT GENERAL DES ARMÉES DU ROY,

SURINTENDANT DES FORTIFICATIONS DE FRANCE, &c.

MONSIEUR,

Perſuadé que les Ouvrages qu'on donne au Public ne ſont jamais mieux reçûs que quand ils ont été approuvés par les Maîtres de l'Art, je viens mettre celui-ci ſous votre protection, & vous donnant par là des preuves de la profonde vénération que j'ai

pour Votre illuſtre Perſonne, faire en même tems concevoir bonne opinion de cette Geometrie-Pratique à ceux qui voudront s'en inſtruire à fond.

En effet, MONSIEUR, ces connoiſſances vaſtes & preſque infinies qui vous élevent ſi fort au-deſſus des plus ſçavans Geometres qu'on admire aujourd'hui; cette longue & continuelle experience, qui dans l'attaque ou dans la fortification des Places, Vous a rendu l'Auteur d'une méthode juſques à nos jours inconnuë; le rang diſtingué que le Roy vous a donné dans ſes Armées, dont SA MAJESTÉ *ſçait que vous ménagez le ſang avec tant de prudence; ce genie ſublime & penétrant qui vous a fait par avance mettre nos Frontieres à couvert des inſultes de toute l'Europe liguée depuis contre nous; ce zele infatigable que Vous avez pour la gloire de notre invincible Monarque; ce prodigieux nombre de Forteresſes, crues juſques ici imprenables, que vous avez forcées plus*

par les principes d'une ſcience, dont Vous ſeul avez trouvé le ſecret, que par la force des armes; tant de Places que Vous avez fortifiées, & de la moindre deſquelles nos Ennemis n'ont encore pû ſe rendre maîtres, quelques efforts qu'ils ayent fait; ces actions de vigueur & de jugement que nos Troupes & celles de nos Ennemis Vous ont vû faire en diverſes occaſions: Tout cela, dis-je, MONSIEUR, joint à une infinité d'autres rares qualités, qui par une eſpece de prodige ſe trouvent reünies en Vous dans le degré le plus éminent, me met hors de danger d'être ſoupçonné d'exageration ou de flaterie, & m'aſſure en même tems; que ſi cet Ouvrage peut meriter votre approbation, étant à l'abri d'un auſſi grand nom que le vôtre, je n'aurai point à craindre pour lui la cenſure des Critiques les plus ſeveres & les plus rigides. Car enfin, MONSIEUR, quelle cenſure pourroit craindre un Geometre, après avoir obtenu le ſuffrage d'une Perſonne qui a, comme

Vous, merité la confiance & les éloges du plus ſage comme du plus grand des Rois, ainſi que le juſtifie la Lettre ſuivante que SA MAJESTÉ *Vous écrivit de ſa propre main, lorſque Vous lui eûtes ſoumis Philisbourg.*

A Fontainebleau, le 5. Octobre 1688.

VOus ſçavez il y a long-tems ce que je penſe de vous, & la confiance que j'ai en votre ſçavoir & en votre affection; croyez que je n'oublie pas les ſervices que vous me rendez, & que ce que vous avez fait à Philisbourg, m'eſt fort agréable. Si vous êtes auſſi content de mon Fils, qu'il l'eſt de vous, je vous croi fort bien enſemble; car il me paroît qu'il vous connoît & qu'il vous eſtime autant que moi.

Je ne ſçaurois finir ſans vous commander abſolument de vous conſerver pour le bien de mon ſervice. *LOUIS.*

A dire le vrai, MONSIEUR, *ce que le Prince le plus éclairé qui fut jamais Vous marque ici, eſt bien plus à votre gloire, que, s'il vous avoit fait dreſſer des*

Statuës

Statuës ou élever des Arcs de triomphe; & tout ce que la reconnoiſſance des hommes a jamais inventé pour conſacrer la memoire des Heros, n'a rien qui en approche. Auſſi n'y avoit-il que MONSEIGNEUR, *ce digne Fils de* LOUIS LE GRAND, *qui pût, après ce Monarque, donner un ſecond prix à vos importans ſervices; c'eſt ce qu'il fit au Siege de Franckendal, lorſqu'il ordonna ce qui ſuit.*

LOUIS DAUPHIN.

ORDONNONS au Sieur Marquis de la Frezelliere, Lieutenant Général des Armées du Roy, Notre très-honoré Seigneur & Pere, & Commandant l'Artillerie de cette Armée, de remettre inceſſamment au Sieur de Vauban, auſſi Lieutenant Général des Armées du Roy, Notre très-honoré Seigneur & Pere, & Surintendant des Fortifications de France, quatre Piéces de Canon à ſon choix, du Calibre, à prendre dans les Arcenaux de Manheim, de Heidelberg ou de Philipsbourg; leſquelles

Piéces de Canon Nous lui accordons pour lui marquer l'eſtime particuliere que Nous faiſons de ſon merite ſingulier, & la ſatisfaction que Nous avons des ſignalés ſervices qu'il a rendus au Roy Notre dit très-honoré Seigneur & Pere pendant cette Campagne dans l'Armée qui étoit ſous nos Ordres en Allemagne. FAIT double au Camp devant Franckendal le dix-neuf Novembre 1688. *LOUIS.*

Souffrez, MONSIEUR, que je m'arrête ici, ne pouvant rien dire qui ne fût infiniment au deſſous de ces deux Panegiriques; il ne me reſte plus que de vous ſupplier très-humblement de recevoir ce Livre comme une marque de la paſſion la plus ardente & la plus reſpectueuſe avec laquelle je ſuis,

MONSIEUR,

Votre très-humble
& très-obéiſſant Serviteur,
CLERMONT.

PREFACE.

ON ſera peut-être ſurpris que j'entreprenne de mettre au jour un Traité de Geometrie Pratique, dans un tems où cette matiere paroît avoir été épuiſée. En effet on a imprimé tant de Livres, touchant cette partie des Mathematiques, & de ſi ſçavans hommes nous ont fait part du fruit de leurs veilles & de leur experience, qu'il ſemble que ce ſoit une temerité à moi, de vouloir expoſer mes penſées aux yeux du Public après ces grands Maîtres. Mais je prie le Lecteur de ſurſeoir ſon jugement juſqu'à ce qu'il ait parcouru cet ouvrage, & de ne pas condamner mon deſſein avant que d'en être inſtruit. Je ne lui demande rien en cela qui ne ſoit très-juſte; car, outre qu'un jugement anticipé eſt d'ordinaire peu équitable, c'eſt que les perſonnes qui ne s'entêtent pas de leurs premieres conceptions, ſont obligées de reconnoître après avoir lû un Livre, qu'ils ont eû tort de le condamner ſur l'idée que leur en avoit fait concevoir le titre, lorſque c'eſt comme en celui-ci là

ſeule choſe par laquelle il reſſemble à ceux qui ont déja été faits ſur le même ſujet.

J'ai remarqué pluſieurs fois que de ceux qui nous ont donné des Geometries-pratiques, il y en a beaucoup qui ſe ſont attachés à ne point ſortir de certaines routes, qu'ils s'étoient preſcrites peut-être plûtôt par affectation, que dans le deſſein de ſe rendre utiles à leur lecteur. Car ou ils diviſent la Toiſe ou la Perche, ou quelque autre meſure dont ils ſe ſont ſervis, en un certain nombre de parties égales, inconnuës aux Ingenieurs, aux Arpenteurs & aux Toiſeurs; ou bien ils ſe ſont voulu ſervir d'inſtrumens Geometriques dans toutes ſortes d'occaſions, ce qui a rendu leurs Méthodes embaraſſantes & inutiles pour la pratique.

D'autres nous ont voulu faire paſſer ſous le titre ſpécieux de Geometrie-pratique, un amas confus de pratiques de compas, accompagnées de pluſieurs figures beaucoup plus capables d'arrêter les yeux, que propres à ſatisfaire l'eſprit de ceux qui cherchent à s'inſtruire. Ainſi on peut dire que ſi ces Auteurs avoient eu le deſſein de nous faire bien comprendre ce que c'eſt que Geometrie, ils ne nous auroient pas donné des diviſions de lignes & d'angles, pour un meſurage.

Pluſieurs ont établi de grands principes dans leurs Geometries, mais ils n'ont pas daigné s'abaiſſer juſqu'à en faire voir la juſteſſe & la néceſſité, par une pratique proportionnée à la capacité de leur lecteur; ſuppoſant qu'il tireroit de lui-même les conſéquences qui doivent ſervir à éclaircir ſes doutes, & à lever les difficultés qu'il peut rencontrer. Cependant il eſt certain que ces célébres Ecrivains qui parlent en Maîtres de l'art, ne ſont entendus que par des perſonnes déja beaucoup avancées dans les Mathematiques, & que ceux qui n'en ont point de connoiſſance, ou qui n'y ont pas encore fait beaucoup de progrès, ſe rebutent dès les premieres pages, ou ſe trouvent auſſi peu éclairés au bout de leur lecture, qu'ils l'étoient en la commençant.

D'autres ne nous propoſent dans leurs écrits qu'une partie de la Geometrie, encore ne font-ils qu'effleurer la difficulté, paſſant très-legerement ſur chaque Problême, ſoit qu'ils ne poſſedent pas aſſés la matiere qu'ils traitent, ſoit qu'ils n'ayent pas voulu ſe donner la peine de la mettre par écrit. De ſorte qu'il faut avoir pour ainſi dire, une Bibliotheque de Livres de Geometrie-pratique, pour apprendre à meſurer un peu juſte toutes ſortes de figures.

Or pour éviter de tomber dans les inconvéniens que je viens de marquer, je dirai en premier lieu que je me ſuis ſervi dans tous les meſurages que je propoſe ici, de la toiſe diviſée en piés, en pouces, & en lignes, comme étant la meſure la plus connuë en France, non ſeulement pour ce qui concerne les Fortifications, & les autres travaux que le Roi fait faire, mais encore pour les ouvrages des particuliers, excepté l'Arpentage, dans lequel on ſe ſert de la perche.

Je donne autant de figures qu'il en faut, pour l'intelligence des Problêmes que je propoſe. Mais elles ſont toutes ſimples & ſans enjolivement, parce que je n'ai pas voulu que l'induſtrie & la peine d'un Graveur, à quoi je n'aurois point eu de part, augmentât le prix de mon Livre.

Je n'ai établi de principes de Geometrie ſpeculative, que les quatre Theoremes, ſur leſquels toute la Trigonometrie eſt fondée, afin d'en faire connoître la certitude, parce que cette partie de la Geometrie n'eſt pas ſi ſenſible que les autres; il eſt vrai que j'ai démontré quelques autres propoſitions dans mon Livre, mais ce n'a été qu'en paſſant, & pour prouver des choſes qui paroiſſent extraordinaires dans leur ſolution; je cite pourtant à la fin de la plûpart des Problêmes, les

propoſitions d'Euclide ou d'Archimede dont ils dérivent.

On ne m'accuſera pas, au moins avec juſtice, de n'avoir propoſé la difficulté qu'à demi. Car je puis dire que ſi j'ai peché en quelque choſe, c'eſt plutôt par excès que par défaut; mais ce qui m'a obligé d'en uſer de la ſorte, c'eſt que l'experience m'a convaincu, depuis près de ſept ans que j'ai l'honneur d'enſeigner une partie de l'art militaire à l'une des plus célébres Compagnies de Nobleſſe qui ſoit en France, qu'on ne peut trop deſcendre dans le détail des matieres qui ſont traitées dans ce Livre.

Je penſe donc n'avoir rien obmis de tout ce qui eſt néceſſaire à un bon Traité de Geometrie-pratique; de ſorte que ce Livre ſeul eſt ſuffiſant pour en donner non ſeulement une idée diſtincte, mais encore pour la poſſeder à fonds, & j'eſpere que le Lecteur en ſera convaincu par le plan que je vais lui en faire. J'ai toujours été fort perſuadé que le Roi ne m'entretenoit dans l'emploi que j'ai, que pour donner des bons principes aux Gentilshommes cadets qu'on tire de cette Compagnie, pour être employez ſur les travaux. Or j'ai remarqué depuis long-temps que ces Meſſieurs ont beſoin d'être inſtruits à fonds, du moins

ſur l'Arithmetique. A l'égard de la premiere, outre les leçons fort amples que j'en fais chaque jour; j'ai encore donné un petit Traité dont le ſeul défaut eſt d'avoir été imprimé chez un Libraire dont le Compoſiteur n'entend point le françois. Et pour ce qui eſt de la ſeconde, c'eſt pour en donner une entiere connoiſſance que j'ai compoſé cet ouvrage; je le diviſe en huit Livres.

Dans le premier, après les définitions que j'explique d'une maniere aſſez claire, je donne la pratique du Compas avec la Regle, tant pour les Lignes, les Angles, les Cercles, les Ovales, les Elipſes, les Paraboles, & les Hiperboles, que pour la conſtruction de toutes ſortes de Polygones réguliers & irréguliers ſur une ligne droite, & pour l'inſcription & la circonſcription des figures dedans & autour de quelqu'autre. De là je paſſe au changement, à l'augmentation, & à la diviſion des figures; mais je ne donne partout que des exemples qui peuvent être d'uſage, ſans m'arrêter à des queſtions qui ne peuvent ſervir qu'à tourmenter l'eſprit de ceux qui ne s'en ſont pas formez la difficulté d'eux-mêmes.

Le ſecond Livre qui contient la Trigonometrie commence par la démonſtration des quatre Theoremes qui en ſont la baſe; après quoi ayant

tiré quelques Corollaires de ces quatre principes, j'applique le tout à la pratique du meſurage des lignes ſuppoſées inacceſſibles, tant par le moyen des Inſtrumens Geometriques & des Tables de ſinus, que ſans leur ſecours; affectant même aſſez de m'en paſſer, parce que l'experience m'a fait connoître que la Toiſe & les Piquets ſont moins embaraſſans, & ne laiſſent pas d'être juſtes ſur le terrain; ce n'eſt pas pourtant que quand un inſtrument Geometrique eſt bien diviſé, & qu'on le ſçait manier comme il faut, il ne ſoit d'un très-grand ſecours; je me ſers d'ordinaire de la Planchette, de l'Equere, & du Demi-cercle comme étant les plus ſimples. Enfin je conclus ce ſecond Livre par la maniere de dreſſer la Carte d'un pays.

La troiſiéme contient le Nivellement. C'eſt dans ce Livre, où après avoir expliqué ce qu'on entend par la ligne de niveau; & parlé de tous les obſtacles qui peuvent arriver en nivellant, ſoit de la part de l'inſtrument dont on ſe ſert, ſoit de celle des refractions cauſées par les vapeurs de la terre, j'entre dans la pratique, où je donne la maniere de réſoudre tout ce qu'on peut propoſer dans l'art de niveller, de même que de corriger le défaut qui arrive par la difference que les coups du niveau apparent ont par deſſus le vrai niveau.

Dans le quatriéme Livre j'explique les principes du Toisé, & j'oſe dire que c'eſt d'une maniere ſi ſimple & ſi naturelle, qu'il ne faut que les lire pour en être convaincu. Je me ſuis attaché au toiſé moderne, parce que la plûpart des Ingenieurs s'en ſervent; outre qu'il eſt beaucoup plus facile que l'ancien, à cauſe que les lignes y ſont parties aliquottes faciles du pouce, les pouces du pié, & les piés de la toiſe; & que d'ailleurs les payemens des ouvrages qui ſe font à la toiſe, ſont beaucoup moins embaraſſans.

Le cinquiéme traite de la Planimetrie, ou maniere de lever les plans & meſurer les ſuperficies. Or comme ce Livre eſt le fondement de celui qui le ſuit, ou pour mieux dire de tout le meſurage des eſpaces, je m'applique particulierement à éclaircir tout ce qui pourroit y cauſer quelque difficulté, de ſorte que les figures ſuperficielles, tant planes que courbes, y ſont expliquées à fond & par le menu.

La Stereometrie, ou meſure des corps ſolides, fait le ſujet du ſixiéme Livre, dans lequel je donne des pratiques claires & faciles, pour avoir le contenu de toutes ſortes de corps. Je ne me contente pas de propoſer un ſeul exemple ſur un Problême; j'en donne ſouvent trois,

qui ſervent à ſe prouver réciproquement.

Le ſeptiéme traite de la charpente, c'eſt-à-dire du bois mis en œuvre dans les Bâtimens. Je commence ce Livre par l'explication des noms des pieces, & je les ai mis par ordre alphabetique pour les faire trouver plus facilement; après quoi ayant dit quelque choſe par occaſion, de ce qu'on doit obſerver dans le choix des bois, à l'égard de leur qualité, de leur âge, & de leur coupe, je paſſe à la maniere de les toiſer. Je propoſe pour cet effet quatre méthodes differentes, mais également bonnes & faciles, ſervant à ſe prouver reciproquement toutes quatre. Cela fait, j'enſeigne une pratique aiſée pour reduire la poutrelle à cinq pans en ſolives; puis ayant donné des devis de Charpente, non ſeulement pour les Murs de cloiſons, pans de bois, Eſcaliers, Planchers, & Combles, mais encore pour les Ponts; je finis ce Livre par le toiſé de tous ces ouvrages, dans le détail deſquels je ſuis un peu deſcendu, parce que la matiere en vaut la peine.

Enfin je propoſe dans le huitiéme & dernier Livre, le toiſé de toutes les piéces particulieres qui ſervent à la conſtruction d'une Fortereſſe. Ainſi ayant dit de quelle façon on doit meſurer un Atelier, j'explique une nouvelle méthode de

toiſer les ouvrages, qui ont du talus, laquelle eſt non ſeulement facile, mais très-ſure, comme je le démontre : je l'applique enſuite au meſurage des terres des Ramparts, Foſſez, Parapets avec leur banquette, glacis, rampes, barbettes, cavaliers & Traverſes, de même qu'au toiſé de la groſſe Maçonnerie, c'eſt-à-dire aux revêtiſſements des Ramparts, aux Murs de l'exterieur du Parapet, aux flancs à orillon, aux Redoutes, & autres pieces de Fortification. Après cela j'enſeigne la maniere de toiſer les Contreforts, le Gazonnage ou Placage, les Paliſſades, les Murs des corps de Cazerne, les Eſcaliers maçonnés, les Cheminées, les Lambris, les Couvertures, les Murs de Clôture, les Puits, les Voutes, les Magazins à poudre, les Soûterrains, les Ecluſes, les Batardeaux, & pluſieurs autres ouvrages. Je puis dire que ce Livre eſt celui qu'un Ingenieur doit le mieux poſſeder, ce qui ſeroit pourtant aſſez difficile, à moins qu'il n'eût une intelligence plus que médiocre de ceux qui le précedent, principalement des quatre, cinq, ſix, & ſept.

L'envie de paſſer pour Auteur ne m'a point engagé à écrire ; car je n'ai pas aſſez d'amour propre, pour croire que je me puiſſe jamais acquerir quelque reputation par cette voye. Mon ſeul but

eſt d'être utile au ſervice du Roi, en donnant de bons principes à ceux, pour l'inſtruction deſquels Sa Majeſté m'entretient. Si d'autres perſonnes que Meſſieurs les Cadets Gentilshommes pouvoient néanmoins tirer quelque fruit de la lecture de mon Livre, je ſerois ravi de leur avoir fourni le moyen de meſurer juſte ſans beaucoup de peine.

Si le Public approuve cette Geometrie-pratique, je pourrai lui donner un Traité de Fortification, qui n'eſt peut-être pas indigne de voir le jour. Mais ſi je n'ai pas réuſſi dans le deſſein que j'avois, & que cette Geometrie ne ſe trouve pas auſſi entiere & auſſi exacte que j'eſperois qu'elle fût; j'aurai du moins la ſatisfaction d'en avoir formé le Projet, ce qui pourra peut-être engager quelqu'un de nos ſçavans à l'executer, afin que ceux qui ſont employez au meſurage, ne ſoient pas obligez de parcourir tant de Livres.

Ceux qui ne cherchent que la politeſſe du langage dans un Livre, ne trouveront pas de quoi ſe ſatisfaire ici. Car cette matiere n'eſt pas d'elle-même fort ſuſceptible d'un beau tour; d'ailleurs je ne fais pas profeſſion de chercher la cadence des Periodes, perſuadé que je ſuis que c'eſt la moindre beauté d'un Livre de Geometrie: auſſi me

ſuis-je beaucoup plus attaché à rendre cet ouvrage intelligible & inſtructif qu'à le remplir de termes choiſis.

Quant à ce qui concerne l'Orthographe on remarquera peut-être que j'ôte quelques lettres où il ne le faudroit pas, & que j'en laiſſe d'autres en des endroits où elles ne devroient pas être. Mais ceux qui nous ſervent de Guides dans notre langue, ſont ſi peu d'accord entr'eux ſur cette matiere, que de quelque façon qu'on trouve que j'aye failli, je ſuis ſeur que j'ai d'habiles gens pour garants.

Si je blâme quelques methodes que je crois n'être pas juſtes, ainſi qu'on le peut voir aux remarques, ou aux avertiſſemens que j'ai donnez, je proteſte que ce n'eſt que dans la ſeule vûë de tirer d'erreur ceux qui travaillent ſur de faux principes.

Chaque partie de ce Traité eſt ſuivie des Planches où ſont les figures, qui ſervent à l'intelligence des propoſitions qui y ſont contenues. J'en ai uſé ainſi pour éviter la confuſion, & pour donner lieu à ceux qui ne voudront voir qu'un ſeul livre de ne point parcourir les autres. D'ailleurs ces planches ſont diſpoſées de maniere, qu'en liſant on pourra toujours avoir celle qu'on voudra devant les yeux.

AVERTISSEMENT.

Ceux qui veulent profiter de la lecture d'un Livre de Geometrie-pratique, ne le doivent lire que le Compas & la Regle à la main, afin de faire les figures en lisant, parce que de cette maniere les choses qui y sont contenuës, s'impriment beaucoup mieux dans l'idée.

Il y a un tel enchaînement dans toutes les parties qui composent ce volume, que difficilement peut-on bien concevoir les dernieres, sans avoir une connoissance plus que médiocre de celles qui les précedent : ainsi je conseille à ceux qui ne sçavent pas les Elemens d'Euclide, de s'attacher à la pratique du Compas, avant de passer à la lecture des autres parties.

Je dois avertir ici que la plupart des Problêmes, étant suivis de plusieurs cas qui en dépendent, je les ai distinguez par. 1, 2, 3, &c. ce que j'ai aussi observé aux figures des Planches, où j'ai fait marquer le nombre du Problême qu'elles expliquent à la premiere figure de chacun.

APPROBATION.

J'AI lû par l'ordre de Monſeigneur le Garde des Sceaux *la Geometrie-pratique de l'Ingenieur* avec *l'Arithmetique militaire* du même Auteur ; je crois que la réimpreſſion de ces deux Ouvrages qui commencent à manquer ſera plaiſir au Public. Fait à Paris ce 16. Decembre 1732. MAHIEU.

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre : A nos amés & féaux Conſeillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conſeil, Prévôt de Paris, Baillifs, ſénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Juſticiers qu'il appartiendra, SALUT. Notre Amé ANTOINE-CLAUDE BRIASSON, Libraire à Paris, ancien Adjoint de ſa Communauté, Nous a fait expoſer qu'il déſiroit faire réimprimer & donner au Public des Livres qui ont pour titre : *Théatre Italien ancien & Nouveau, Parodies, Piéces détachées, Traité des Preſcriptions, de l'Alienation des biens de l'Egliſe & des Dixmes ; par Fr. J. Duval, OEUVRES DE CLERMONT, Grammaire Angloiſe de Boyer.* S'il Nous plaiſoit lui accorder nos Lettres de Privilége pour ce néceſſaires. A ces Cauſes voulant favorablement traiter l'Expoſant, Nous lui avons permis & permettons par ces Préſentes de faire réimprimer leſdits Livres en un ou pluſieurs volumes, & autant de fois que bon lui ſemblera, de les vendre, faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems de dix années conſécutives, à compter du jour de la date des Préſentes. Faiſons déffenſes à tous Imprimeurs, Libraires, & autres perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, d'en introduire d'impreſſion étrangere dans aucun lieu de notre obéiſſance, comme auſſi d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire leſd. Livres, ni d'en faire aucun extrait, ſous quelque prétexte que ce ſoit d'augmentation, correction, changemens, ou autres, ſans la permiſſion expreſſe, & par écrit dudit Expoſant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiſcation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre tiers audit Expoſant, ou à celui qui aura droit de lui, & de tous dépens, dommages & intérêts ; à la charge que ces Préſentes ſeront enregiſtrées, tout au long ſur le Regiſtre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, dans trois mois d'icelles ; que la réimpreſſion deſdits Livres ſera faite dans notre Royaume & non ailleurs, en bon papier & beaux caracteres, conformement à la feuille imprimée attachée pour modéle ſous le contre-ſcel des Préſentes ; que l'Impétrant ſe conformera en tout aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du 10. Avril 1725. qu'avant de les expoſer en vente, les imprimés qui auront ſervi de copie à l'impreſſion & réimpreſſion deſdits Livres, ſeront remis dans le même état où l'approbation y aura été donnée ès mains de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France, le Sieur de Lamoignon, & qu'il en ſera enſuite remis deux Exemplaires de chacun dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, un dans celle de notre très cher & féal Chevalier Chancelier de France, le Sieur de Lamoignon, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Garde des Sceaux de France, le Sieur Machault, Commandeur de nos Ordres ; le tout à peine de nullité des Préſentes. Du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Expoſant & ſes ayans cauſe, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la Copie des Préſentes qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages ſoit tenue pour duement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés, féaux Conſeillers & Secretaires, foi ſoit ajoutée comme à l'Original : Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent, ſur ce requis de faire pour l'exécution d'icelles tous Actes requis & néceſſaires, ſans demander autre permiſſion & nonobſtant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires : Car tel eſt notre plaiſir. Donné à Fontainebleau, le quatrieme jour du mois de Novembre, l'an de grace mil ſept cens cinquante-deux & de notre Regne le trente-huitiéme. Par le Roi en ſon Conſeil. *Signé*, SAINSON, avec paraphe.

Je déclare avoir cédé à Monſieur David, la moitié au préſent Privilége, en ce qui concerne la Grammaire Angloiſe de Boyer, me reſervant tous les autres Ouvrages en entier ; à Paris, ce 6. Novembre 1752. *Signé*, BRIASSON.

Regiſtré enſemble la ceſſion, &c. ſur le Regiſtre 18. de la Chambre Royale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 63. fol. 41. conformément aux anciens Rég. confirmés par celui du 28. Février 1723. A Paris, le 7. Octobre 1752. Signé, J. HERISSANT Adjoint.

TRAITÉ DE GEOMETRIE-PRATIQUE.

LIVRE PREMIER.

Définitions.

POint *Mathematique*, eſt ce qui n'a aucunes parties. C'eſt-à-dire, que ce que nous concevons indiviſible, & qui n'a ni longueur, ni largeur, ni épaiſſeur, peut être pris pour un Point Mathematique. Il eſt vrai que dans la pratique de la Geometrie, nous prenons le Point ſenſible, au lieu du Point Mathematique; parce que nos ſens ne peuvent rien découvrir que par rapport à la matiere.

II. *Ligne Mathematique*, eſt une longueur ſans largeur & ſans épaiſſeur. C'eſt-à-dire, que nous ne conſiderons dans la ligne Mathematique que l'*étenduë* en longueur: comme effectivement on n'y doit rien conſiderer autre choſe. Car, bien que dans la pratique nous ne puiſſions pas tirer une ligne qui n'ait une largeur & une épaiſſeur déterminée; néanmoins nous n'y conſiderons que la ſeule longueur.

III. *Superficie* ou *Surface* eſt une quantité qui s'étend en longueur & en largeur, ſans aucune épaiſſeur. Ainſi, lorſque nous conſiderons un objet de quelle nature qu'il ſoit, la premiere choſe qui ſe préſente à nos yeux eſt la ſuperficie, c'eſt-à-dire le deſſus, qui n'en eſt, à proprement parler, que l'accident.

IV. *Solide* ou *corps* eſt une quantité qui s'étend en longueur, en largeur, & en épaiſſeur ou profondeur. L'on peut dire que toutes les choſes viſibles, de quelle nature qu'elles ſoient, ſont des Corps. Car on n'en trouvera aucune qui n'ait les trois parties de la quantité continuë permanente, c'eſt-à-dire de l'étenduë.

Il y a des Corps réguliers, & il y en a d'irréguliers, comme on le verra dans la ſuite.

Remarque.

J'ai crû devoir donner les Définitions de la Superficie & du Corps ou Solide, avant que d'expliquer les ſuivantes: tant pour n'être pas obligé de les faire anticiper les unes ſur les autres, que pour bien concevoir celle qui ſuit.

V. *Terme* eſt ce qui borne une quantité. Ainſi l'étenduë en longueur, c'eſt-à-dire, la ligne, eſt terminée par des points. Si cette ligne eſt Mathematique, ces termes ſeront des points Mathématiques: & ſi elle eſt ſenſible, ces termes ſeront des points ſenſibles.

L'étenduë en longueur & largeur, c'eſt-à-dire, la ſuperficie ou ſurface eſt terminée par des lignes.

L'étenduë en longueur, largeur & épaiſſeur, c'eſt-à-dire le corps ou ſolide, eſt terminée par des ſuperficies ou ſurfaces.

Ayant dit dans la ſeconde Définition, que la ligne étoit une longueur, ſans largeur & ſans épaiſſeur, je remarquerai ici qu'il y en a de trois ſortes, qui ſont: la Ligne *droite*, la Ligne *courbe*, & la Ligne *mixte* ou *compoſée*.

La Ligne droite eſt également placée entre ſes points extrêmes, ou bien c'eſt la plus courte de celles qu'on peut tirer d'un point à un autre; comme la ligne marquée de la lettre A.

La Ligne courbe eſt celle qu'on peut tirer d'un point à un autre en biaiſant ; ou bien celle qui n'eſt pas également placée entre ſes points extrêmes, ainſi qu'on voit l'une des lignes marquées de la lettre B.

La Ligne mixte eſt en partie droite & en partie courbe, ainſi qu'on voit la ligne marquée de la lettre C.

VI. *Perpendiculaire*, eſt une ligne droite qui tombe ſur une autre ligne droite, de maniere qu'elle n'incline pas plus d'une part que de l'autre. Ainſi, ſuppoſé que l'extrémité D de la ligne D A, n'incline pas plus vers B, que vers G, cette ligne D A ſera perpendiculaire à la ligne G B, ſur laquelle elle tombe ; & les Angles du point A ſeront droits.

VII. *La Ligne oblique* eſt celle qui en tombant ſur une autre, incline vers l'une de ſes extrémitez, comme la ligne E A ou C A de la Figure 6.

VIII. *Lignes paralleles* ſont des lignes toujours également éloignées l'une de l'autre, & qui ne peuvent par conſequent jamais ſe rencontrer. Il y a des lignes droites paralleles, telles que ſont les marquées de la lettre D, & des lignes courbes paralleles, telles que ſont les marquées de la lettre E.

IX. *Ligne Spirale* eſt celle qui part d'un point qui lui ſert de centre, & s'éloigne toujours également de ce point à meſure qu'elle tourne autour, comme F.

Comme il y a de trois ſortes de Lignes, il y a auſſi de trois ſortes de Superficies, qui ſont : la *plane* ou platte, la courbe ou *ſpherique*, & la mixte ou *compoſée*.

La Superficie plane ou platte, eſt celle à laquelle une ligne droite peut convenir en tous ſens ; ou bien, c'eſt le deſſus de quelque choſe de plat.

La Superficie ſpherique ou courbe, eſt celle à laquelle

une ligne droite ne peut pas convenir en tous ſens ; ou bien c'eſt le deſſus de quelque corps arondi (alors c'eſt une ſuperficie convexe) ou le dedans, & c'eſt une ſuperficie concave.

La Superficie mixte ou compoſée eſt en partie platte, & en partie courbe.

X. *Angle*, eſt le concours de deux lignes qui ſe rencontrent indirectement ; c'eſt-à-dire de maniere, que ſi on prolongeoit ces lignes elles ſe couperoient, comme le marqué G.

Si le concours indirect de ces deux lignes ſe fait ſur une ſuperficie platte, ce ſera un Angle plan.

Si les deux lignes qui concourent indirectement ſont droites, l'Angle qu'elles formeront s'appellera l'Angle rectiligne.

Si ce concours indirect eſt de deux lignes courbes, ce ſera un Angle courbeligne.

Enfin, ſi ce concours indirect eſt formé d'une ligne droite & d'une ligne courbe, ce ſera une Angle mixte ou compoſé.

L'Angle ſe diſtingue encore en *droit*, *aigu*, & *obtus* ou *émouſſé*.

L'Angle droit eſt formé par deux lignes qui concourent de maniere qu'elles n'inclinent point l'une vers l'autre. Ainſi l'Angle A B D, eſt droit, parce que l'extremité A de la ligne A B, n'incline pas plus vers la partie D, que vers la partie C.

L'Angle aigu eſt formé par le concours indirect de deux lignes qui inclinent l'une vers l'autre, comme le marqué E.

L'Angle obtus ou émouſſé, eſt formé par le concours indirect de deux lignes qui déclinent, ou s'éloignent l'une de l'autre, tel que le marqué E.

L'on doit remarquer, qu'un Angle eſt plus ou moins grand, ſuivant que les lignes qui le forment inclinent ou déclinent, & non pas, comme pluſieurs ſe l'imaginent, ſelon que les lignes qui forment cet Angle ſont longues ou courtes. Car, par exemple, les lignes qui forment l'Angle G, ſont plus longues que celles qui forment l'Angle H; Cependant l'Angle G eſt le plus petit, parce que les lignes qui le forment inclinent plus l'une vers l'autre, que ne font celles qui forment l'Angle H.

Quand nous voulons marquer un Angle, nous nous ſervons de trois lettres, & c'eſt celle du milieu qui en déſigne toujours la pointe. Ainſi nous diſons l'Angle A B C, pour marquer l'Angle formé par le concours indirect des deux lignes A B, & C B.

XI. *Figure*, eſt une quantité bornée ou terminée de toutes parts.

La Figure peut être bornée d'un, ou de pluſieurs termes.

XII. *Cercle*, eſt une figure platte, terminée par le contour d'une ligne courbe appellée *Circonference*.

XIII. *Centre* de Clercle, eſt un point placé au milieu d'un cercle, duquel toutes les lignes droites tirées à la circonference ſont égales, comme le ſont les lignes droites qui partent du centre A, & vont finir à la circonference en B, C, D, E.

XIV. *Diametre* d'un cercle eſt une ligne droite, qui paſſant par le centre, ſe va terminer à la circonference de part & d'autre, telle que la ligne droite F G, qui paſſe au centre H.

Corde ou *Soûtendante* d'un arc eſt une ligne droite tirée d'un bout de cet arc à l'autre. Ainſi la ligne I L, eſt Corde ou Soûtendante de l'arc, I M L.

XVI. *Demi-cercle* eſt une figure terminée par un diametre & par la demi-circonference d'un cercle, telle qu'eſt la figure F G N E.

XVII. *Portion* ou *Section* de cercle eſt une figure formée d'une ligne droite & d'une partie de la circonference d'un cercle plus ou moins grande que la moitié, telle qu'on voit la figure I F N G L, ou bien L I M.

XVIII. *Bande* de cercle eſt une figure renfermée par deux lignes droites & deux petites parties de la circonference du même cercle, ainſi qu'on voit la figure I L G F.

XIX. *Secteur* de cercle eſt une figure comprise de deux demi-diametres, qui forment un angle au centre, & de la partie de la circonference qu'ils embraſſent, ainſi qu'on voit la figure Q R S, ou Q R T S.

XX. *Degré* de cercle eſt un petit arc qui contient la 360e. partie de la circonference de ce cercle. Tout cercle, grand ou petit, ſe diviſe donc toujours en 360. parties égales. Et comme un demi-cercle eſt moitié du cercle, la demi-circonference, ſoutenue du diametre, contient 180. degrés, & tout quart de cercle contient 90. degrés, qui eſt le quart de trois cens ſoixante.

XXI. *Minute* eſt un petit arc de cercle qui contient la 60e. partie d'un degré.

XXII. *Seconde* eſt un petit arc de cercle qui contient la 60e. partie d'une minute. Il y a auſſi des tierces, des quartes, des quintes, des ſextes, &c. Mais l'on ne ſe ſert guéres dans la Geometrie-pratique que des degrés & des minutes.

XXIII. *Couronne* eſt une figure plane renfermée entre les circonferences de deux cercles inégaux, mais qui ont un même centre, ainſi qu'on voit la figure V X Y.

L'Angle ſe meſure par les degrés de la circonference du

cercle; de ſorte qu'un angle eſt plus ou moins grand, ſuivant que l'arc compris entre les extremités des lignes qui le forment contient plus ou moins de degrés. Ainſi on voit que l'angle aigu B A C, eſt plus petit que l'angle droit B A D parce que l'arc B, C, contient moins de degrés que l'arc B C D. Et par la même raiſon, l'angle droit B A D eſt moindre que l'angle émouſſé B A F. Or comme un angle droit contient toujours 90 degrés, qui eſt le quart de la circonference du cercle, il eſt évident que tout angle aigu contient moins de 90. degrés, & que tout angle émouſſé en contient plus de 90.

J'ai dit dans la X I. Définition, qu'une figure devoit être bornée de tous côtés. Or il eſt certain, que deux lignes droites ne peuvent pas renfermer un eſpace, & par conſéquent faire une figure; d'où il eſt aiſé de conclure, qu'il faut au moins trois lignes droites pour une figure.

XXIV. *Triangle*, eſt une figure renfermée de trois lignes.

Le triangle a trois noms differens à cauſe de ſes côtés, & trois à cauſe de ſes angles.

Les noms qu'on donne au Triangle à cauſe de ſes côtés, ſont ceux de

XXV. *Triangle Equilateral*, qui a ſes trois côtés égaux, comme le marqué A.

XXVI. *Triangle Iſoſcelle*, qui a deux de ſes côtés égaux, comme le marqué B.

XXVII. *Triangle Scalene*, qui a ſes trois côtés inégaux, comme le marqué C.

Les noms qu'on donne au Triangle à cauſe de ſes angles, ſont ceux de

XXVIII. *Triangle Rectangle*, lequel a un angle droit, comme le marqué D.

XXIX. *Triangle Oxigone*, qui à ſes trois angles aigus ou pointus, comme le marqué E.

XXX. *Triangle Ambligone* ou *Obtus-angle*, qui à un angle émouſſé, comme le marqué F.

XXXI. *Quadrilatere*, eſt le nom qu'Euclide donne aux Figures de quatre côtés. Il y en a de differentes façons, comme on le peut voir par ce qui ſuit.

XXXII. *Quarré* eſt une Figure de quatre côtés égaux & de quatre angles droits, comme H.

XXXIII. *Rectangle* ou *Quarré long* eſt une Figure de quatre côtés, dont les oppoſés ſont égaux, & qui a ſes quatre angles droits, comme I.

XXXIV. *Paralellogramme* eſt une Figure de quatre côtes, dont les oppoſés ſeulement ſont paralleles, comme la figure marquée G.

XXXV. *Rhombe* ou *Lozange* eſt une Figure de quatre côtés égaux, mais qui n'a point d'angles droits, comme la marquée K.

XXXVI. *Rhomboïde* ou *Barlong* eſt une Figure de quatre cotés, dont les oppoſés ſont égaux, mais qui n'a point d'angle droit, comme L.

XXXVII. *Trapeze* eſt une Figure de quatre côtés qui ne peut avoir que deux angles droits & que deux côtés paralleles, comme la Figure M.

XXXVIII. *Trapezoïde*, eſt une Figure de quatre côtés, qui ne peut avoir qu'un angle droit, qui peut n'en avoir aucun, & dont les côtés ne ſont point paralleles, comme la marquée N.

XXXIX. *Diagonale*, eſt le nom qu'on donne au Diametre, c'eſt-à-dire, à la ligne droite qui traverſe une figure de quatre côtés d'un angle à ſon oppoſé, telle qu'eſt la ligne

O P.

OP. Quelques-uns lui donnent auſſi le nom d'*Hipotenuſe*, principalement quand elle eſt tirée dans un Rectangle, ou dans un Rhomboïde.

XL. *Complemens* d'un Paralellogramme ſont les deux petits paralellogrammes faits dans un grand, & par dedans leſquels le diamettre ou la diogonale ne paſſe point, tels que ſont les petits Paralellogrammes Q, R.

XLI. *Gnomon* ou *Stile* eſt l'excès qu'un Parallelogramme a pardeſſus un autre, qui lui eſt inſcrit, lorſque ces deux paralellogrammes ſont faits ſur une même diagonale; ainſi la figure Q R ✱, eſt un Gnomon.

Le Rectangle eſt compris des deux lignes droites, qui forment l'un de ſes angles droits, c'eſt-à-dire, que ſi l'une des deux lignes parcourt, par une de ſes extremités, la longueur de l'autre ligne, en gardant toujours la ſituation perpendiculaire, ce mouvement formera un Rectangle.

XLII, *Baſe* d'une figure, c'eſt ſur quoi elle s'appuye, ou ce qui lui ſert de fondement.

XLIII. *Hauteur* d'une figure eſt la ligne droite qui tombe du ſommet de cette figure perpendiculairement ſur ſa baſe prolongée s'il eſt néceſſaire.

XLIV. *Polygone* eſt le nom qu'on donne à une figure de pluſieurs angles & de pluſieurs côtés, ſoit égaux ou inégaux.

XLV. *Mutilateres* ſont en général des Polygones de plus de quatre côtés. Mais les réguliers ont des noms qui les diſtinguent les uns des autres, & qui ſont tirés de la quantité d'angles que ces figures comprennent.

XLVI. *Pentagone* eſt une figure de cinq côtés égaux entr'eux & de cinq angles égaux entr'eux, marquée A.

XLVII. *Hexagone* eſt une figure de ſix côtés égaux entr'eux & de cinq angles égaux, marquée B.

XLVIII. *Eptagone* eſt une Figure de ſept côtés égaux & d'autant d'angles auſſi égaux entr'eux, marquée C.

XLIX. *Octogone* eſt une Figure de huit côtés & de huit angles égaux entr'eux, marquée D.

L. *Enneagone* eſt une figure ou un Polygone de neuf côtés égaux & de neuf angles auſſi égaux E.

LI. *Decagone* eſt une Figure de dix côtés & d'autant d'angles égaux entr'eux F.

LII. *Endecagone* eſt un Polygone compris de onze côtés égaux & d'autant d'angles G.

LIII. *Dodecagone* eſt une Figure de douze côtés & d'autant d'angles égaux H.

Il y a un nombre preſque infini de Polygones réguliers, mais je n'explique que les précédens, parce qu'on en voit très-peu reduits en pratique au deſſus du Dodecagone.

Entre une infinité de corps ou de ſolides qui ſe trouvent dans l'art de meſurer, on n'en reconnoît que cinq réguliers, c'eſt-à-dire, dont tous les plans qui les bornent ſoient égaux & ſemblables; ces cinq corps réguliers ſont le Tetraëdre, l'Exaëdre, l'Octoaëdre, le Dodecaëdre, l'Icoſaëdre.

LIV. *Tetraëdre* eſt un Solide compris ſous quatre triangles égaux & équilateraux, comme le marqué 1.

LV. *Hexaëdre ou Cube* eſt un Solide renfermé de ſix quarrés égaux, comme le marqué 2.

LVI. *Octaëdre* eſt un Solide régulier compris ſous huit triangles égaux & équilateraux, comme le marqué 3.

LVII. *Dodecaëdre* eſt un Solide régulier renfermé de douze Pentagones égaux & ſemblables, comme le marqué 4.

LVIII. *Icoſaëdre* eſt un Solide régulier compris de vingt triangles égaux & équilateraux, comme le marqué 5.

LIX. *Paralellipipede* eſt un Solide compris de ſix plans dont les oppoſés ſont égaux, ſemblables & paralelles, ainſi que le marqué I.

LX. *Priſme* eſt un Solide compris de pluſieurs plans dont il y en a deux qui ſont oppoſés égaux, ſemblables, & paralelles, & tous les autres ſont des Paralellogrammes. De ſorte que ſi les plans A B C, & D E F, du Solide A B F, ſont oppoſés, égaux, ſemblables, & paralelles, & que de plus tous les autres plans du même Solide ſoient des Paralellogrammes, ce Solide ſera un Priſme. Le Priſme ſera triangulaire, ſi l'un de ces plans oppoſés eſt un triangle, comme le précédent.

Mais ſi l'un de ces plans oppoſés eſt de quatre côtés, le Priſme ſera quadrangulaire, ainſi qu'on voit au Paralellipipede I.

Il ſera Priſme pentagonal, ſi l'un de ces plans oppoſés eſt un Pentagone, comme le marqué K, & ainſi des autres; par où l'on voit que tous les Paralellipipedes & les *Colonnes* à pans ſont des Priſmes. Si la ligne droite qui tombe du centre de l'un des plans au centre de ſon oppoſé eſt perpendiculaire à ces deux plans, ce ſera un Priſme droit, comme on voit le marqué I. Et ſi cette même ligne eſt oblique aux deux plans, ce ſera un Priſme obliquë, comme le marqué K.

LXI. *Piramide* eſt un Solide compris d'une baſe rectiligne & de pluſieurs plans triangulaires, qui vont concourir à un même point: ainſi les figures ſolides G, H, I, ſont des piramides, parce que leurs baſes ſont des plans rectilignes & tous les autres plans ſont des triangles, qui vont concourir au ſommet, c'eſt-à-dire, au haut de ces Solides.

La Piramide ſera triangulaire, ſi la baſe eſt un triangle

comme la marquée G, & quadrangulaire, ſi la baſe eſt de quatre côtés, comme la marquée H. Elle ſera Piramide pentagonale, ſi la baſe a cinq côtés, comme la marquée I. & ainſi des autres.

La Pimaride ſera droite, ſi la ligne L M, qui tombe du ſommet au centre de ſa baſe eſt perpendiculaire; & oblique, ſi cette même ligne fait un angle aigu avec ſa baſe.

LXII. *Cilindre* eſt un ſolide formé par une ligne droite qui parcourt les circonferences de deux cercles oppoſés égaux & paralelles; de ſorte que ſi la ligne C D, (en gardant toujours une ſituation paralelle à la ligne A B,) parcourt les circonferences des cercles oppoſés égaux & paralelles C E F G, & D H I K, il naîtra de cette *Revolution* un Solide appellé Cilindre.

Il ſera Cilindre droit ſi la ligne A B, eſt perpendiculaire aux plans des deux, cercles, ainſi qu'on voit au précédent; & Cilindre oblique ſi cette même ligne eſt inclinée aux deux cercles, comme le marqué L.

LXIII. *Cône* eſt un Solide formé par une ligne droite qui étant fixe à une de ſes extremités parcourt par l'autre extremité la circonference d'un cercle; de ſorte que ſi la ligne B C, eſt fixe au point B, & que par le bout C elle parcoure la circonference du cercle C D E F, cette Révolution produira un Cône.

Si la ligne A B, qui tombe du ſommet au centre de la baſe eſt perpendiculaire à cette baſe, ce ſera un Cône droit, comme au précédent, mais ſi elle incline, le Cône ſera oblique, comme le marqué M.

LXIV. *Sphere* eſt un Solide compris d'une ſeule ſurface arondie, & formé par le mouvement d'un demi-cercle, qui tourne autour de ſon diametre immobile. De ſorte que ſi

le demi-cercle A B C ſe meut autour de ſon diametre immobile A C, cette révolution formera un Solide appellé Sphere, qui ſignifie la même choſe que *Globe* ou *Boule*.

LXV. *Axe* ou *Aiſſieu* de la Sphere eſt la ligne A C, qui paſſe au centre D, & ſe termine à la ſuperficie.

LXVI. *Poles* de la Sphere ſont les deux points A, & C, qui terminent l'axe.

LXVII. *Demi-ſphere* eſt un Solide renfermé par un plan, qui coupe la Sphere en deux parties égales & par la moitié de la ſuperficie; Et le pourtour de ce recoupement eſt la circonference d'un des plus grands cercles de la Sphere, comme le marqué N.

LXVIII. *Secteur* de Sphere eſt un Solide compris d'une partie de cette Sphere plus ou moins grande que la moitié & d'un Cône, dont la pointe ſeroit le centre de la Sphere, comme O.

LXIX. *Portion* ou *Section* de Sphere eſt un Solide compris d'une partie de la ſurface de cette Sphere plus ou moins grande que la moitié, & d'un plan qui la coupe en deux parties inégales, comme P: le pourtour du plan qui coupe la Sphere inégalement eſt la circonference d'un de ſes petits cercles.

LXX. *Orbe* n'eſt autre choſe qu'une Sphere creuſe, ſoit que les ſuperficies *Convexe* & *Concave* qui la renferment ayent un même centre, ſoit qu'elles ne l'ayent pas, ainſi que ſeroient les deux moitiés R, rejointes.

LXXI. *Zone* eſt la partie d'une ſurface de Sphere renfermée entre les circonferences de deux cercles paralelles, ainſi que A B C D.

Remarque.

Les Définitions ſuivantes ſemblent n'être pas dans leur lieu naturel, puiſque ce ne ſont que des Superficies. Mais j'ai été obligé de n'en parler qu'ici, parce que pour les bien entendre, il falloit avoir une connoiſſance exacte du Cilindre & du Cône.

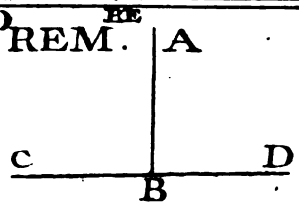
LXXII. *Ovale* eſt une Figure plane courbeligne formée par un plan qui coupe un Cilindre obliquement; de ſorte que ſi un plan, tel que A, coupe un Cilindre B C, obliquement, c'eſt-à-dire de maniere que les deux côtés le ſoient inégalement, le plan du recoupement ſera un ovale, & ſon pourtour une ligne ovalique.

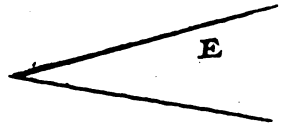
LXXIII. *Elipſe* eſt une figure plane courbeligne formée par un plan qui coupe un cône obliquement. Ainſi ſuppoſé que le plan D coupe les côtés du cône E F, E G, en parties inégales, cette Superficie ſera un Elipſe, & la ligne de ſon pourtour une ligne eliptique.

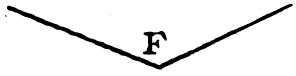
LXXIV. *Parabole* eſt une Figure courbeligne formée par un plan, qui coupant l'un des côtés d'un cône eſt paralelle à ſon autre côté. Ainſi le plan H, qui coupant le côté L M, eſt paralelle au côté L N, fait une figure plane appellée parabole, & la ligne de ſon pourtour eſt une ligne parabolique.

LXXV. *Hiperbole* eſt une Figure plane courbeligne formée par un plan, qui coupant l'un des côtés d'un cône, iroit (étant prolongé) rencontrer l'autre côté d'un même cône auſſi prolongé. Ainſi poſé que le plan I coupe le côté O P du cône, de maniere qu'étant prolongé il allât couper l'autre côté O R, par exemple en S, cette figure plane I ſera une hiperbole, & la ligne de ſon pourtour une ligne hiperbolique.

IE PREM. A

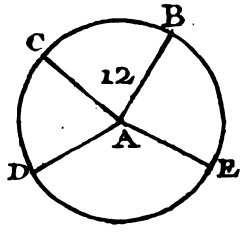

E
C
D
B

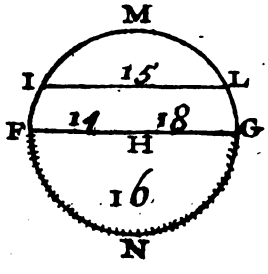

E

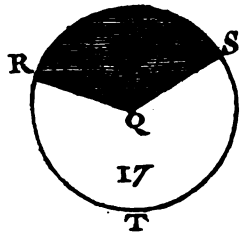

F

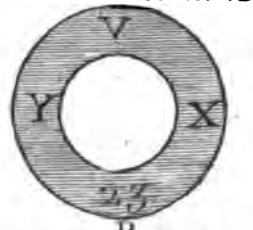
G

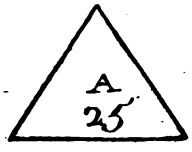
H

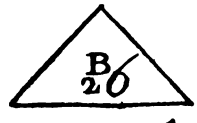

B
C
12
A
D
E

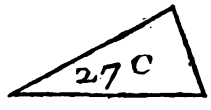

M
I
15
L
F
14
18
G
H
16
N

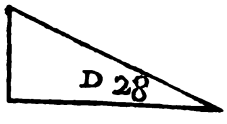

R
S
Q
17
T


V
Y
X
23
D
E
C
6
G
B
A

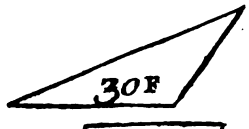

A
25


B
26


27 C


D 28

E
29


30 F

G
34

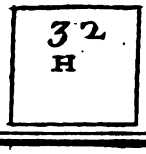

32
H

PLANCHE-2-

C
48

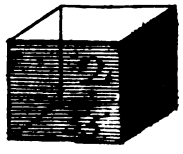
D
49

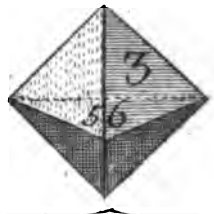
E
50

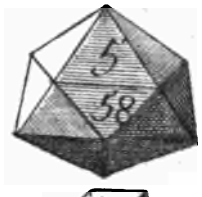
F
51

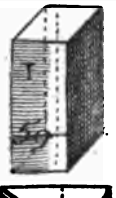
G
52

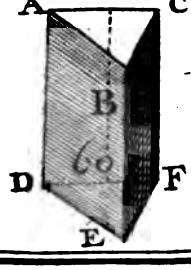
H
53

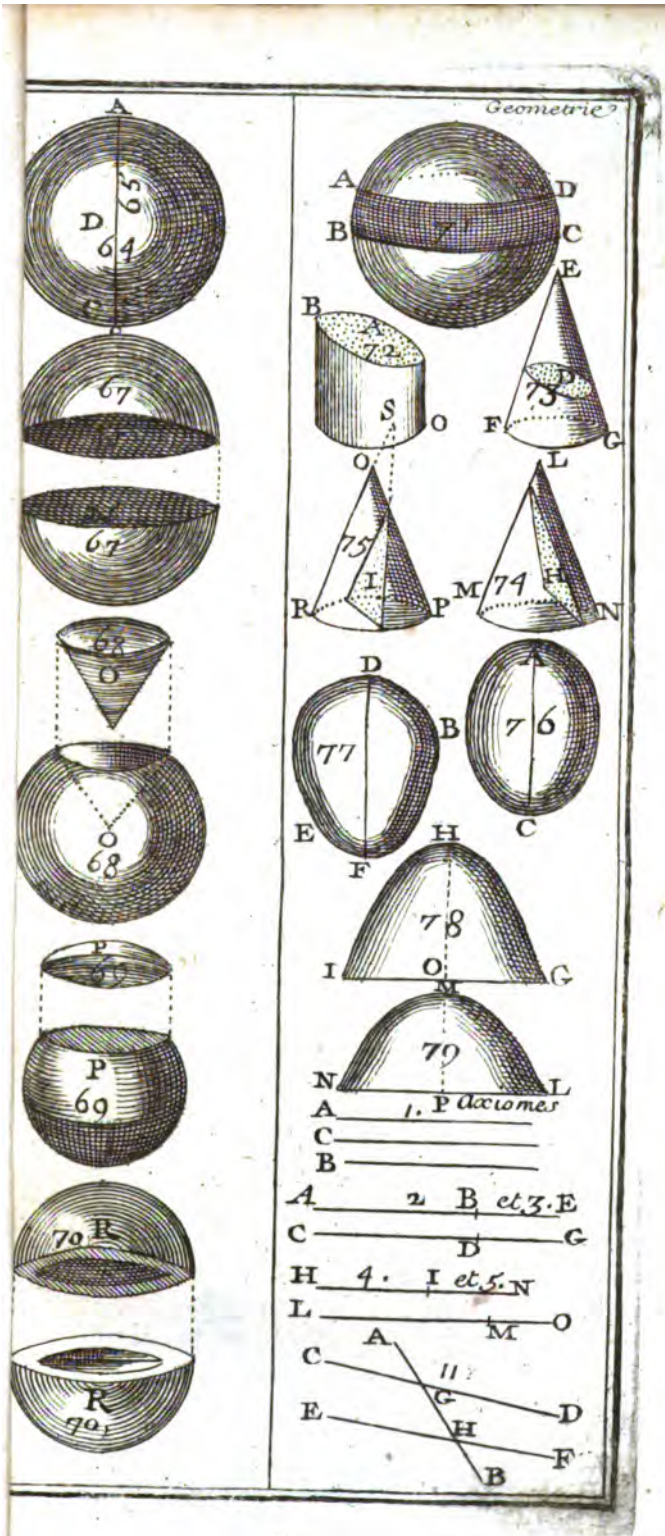











Geometrie
65
64
67
67
68
68
69
70
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
1. P axiomes
2 B et 3. E
4. I et 5. N
11

Si à préſent on conçoit que ces figures courbelignes ſe meuvent autour de leurs diametres immobiles, il naîtra de cette révolution des Solides differens, ainſi qu'on le va voir.

LXXVI. *Conoïde Ovalique* eſt un Solide formé par une demi-ovale A B C, qui tourne autour de ſon diametre immobile A C.

LXXVII. *Conoïde elliptique* eſt un Solide formé par une demi-ellipſe D E F, qui tourne autour de ſon diametre immobile H O.

LXXVIII. *Paraboloïde* ou *Conoïde Parabolique* eſt un Solide formé par une parabole G H I, qui tourne autour de ſa hauteur immobile H O.

LXXIX. *Hiperboloïde* ou *Conoïde hiperbolique* eſt un Solide formé par une hiperbole L M N, qui ſe meut autour de ſa hauteur immobile M P.

LXXX. *Figure inſcrite* eſt celle dont les côtés ou les angles touchent les côtés de la figure dans laquelle elle eſt inſcrite.

LXXXI. *Figure décrite* ou *circonſcrite* eſt celle dont les côtés touchent les angles ou les côtés de la figure autour de laquelle elle eſt décrite.

Les Suppoſitions ou Demandes.

I. On demande qu'il ſoit permis de tirer une ligne droite d'un point à un autre.

II. Qu'on puiſſe prolonger une ligne droite tant qu'on le jugera à propos.

III. Que l'on puiſſe d'un point donné décrire un cercle à quelle ouverture de Compas qu'on voudra.

IV. Qu'il ſoit permis, de deux points donnés, de faire

deux arcs de cercle, qui ſe coupent à un autre point.

Les Axiomes ou Maximes.

I. Les quantités A & B, qui ſont chacune égale à une troiſiéme quantité de même eſpece C, ſont égales entre elles.

II. Si à des quantités égales entre elles A B, & C D, on ajoute des quantités auſſi égales entre elles B E, & D G, les produits A E, & C G, ſeront égaux entr'eux.

III. Si de quantités égales entre elles A E, & C G, on ôte des quantités auſſi égales entre elles B E, & D G, les reſtans A B, & C D ſeront égaux entr'eux.

IV. Si à des quantités inégales H I, & L M, on ajoute des quantités égales I N, & M O, les produits H N, & L O, ſeront inégaux.

V. Si des quantités inégales H N, & L O, on ôte les quantités égales I N, & M O, les reſtans H I, & L M, ſeront inégaux.

VI. Les quantités qui ſont doubles, ou triples, ou quadruples, ou quintuples, &c. d'une même quantité, ſont égales entre elles.

VII. Les quantités qui ſont la moitié, le tiers, le quart, le cinquiéme, &c. d'une même quantité, ſont égales entre elles.

VIII. les quantités de même eſpece qui conviennent entre elles, ſont égales.

IX. Un tout eſt plus grand que ce qui n'en eſt que partie.

X. Tous les angles droits ſont égaux entre eux, parce qu'ils valent chacun 90. dégrés, c'eſt-à-dire un quart de cercle.

XI. Deux lignes droites C D, & E F, qui ſont avec une

une troiſiéme A B, (qui les coupe) les deux angles interieurs du même côté G & H, plus petits que deux droits, ne ſont point paralelles.

XII. Deux lignes droites ne peuvent pas renfermer un eſpace; car ces deux lignes droites concourent, ou non. Si elles concourent indirectement, elles forment un angle. Si elles ne concourent pas, elles ſont paralelles entre elles. Et dans tous ces cas il n'y a point de Figure.

PRATIQUE DU COMPAS,

ET PREMIEREMENT DE LA PRATIQUE DES LIGNES.

Problême premier.

DIviſer une ligne droite telle que A B, en deux parties égales.

1°. Prenés avec le Compas une grandeur à volonté (pourvû que ce ſoit plus de la moitié de la ligne A B.) Enſuite des points A, & B, pris pour centres, faites des arcs au-deſſus & au-deſſous de la ligne, qui ſe couperont en D, & E. Si vous tirés une ligne d'un de ces points à l'autre, elle diviſera A B en deux également au point C. (Cette propoſition eſt tirée de la 10e. du premier Livre d'Euclide.)

2°. Que ſi on propoſoit de diviſer la ligne F G, en trois parties égales.

L'on pouroit des points F, & G, & d'un intervale à volonté (pourvû qu'il ſoit de plus de la moitié de cette ligne) faire des arcs au-deſſus & au-deſſous ſe coupant en H, & I, puis tirer les lignes H F, & H G, qu'on diviſeroit chacune en deux parties égales aux points L, & M, (par la

précédente) d'où tirant des lignes droites en I, elles couperont F G, en trois également en N, & O, (tiré de la 29. du premier, & des 2. & 4. du ſixiéme d'Euclide.)

3°. Enfin, ſi on propoſoit de diviſer une ligne droite telle que A B, en tant de parties égales qu'on voudra, par exemple, ici en ſept, il faudroit, comme aux précédentes pratiques, faire des Sections C, & D, qui auroient pour centres les points A & B, & pour rayons plus de la moitié de la ligne A B, puis tirer des lignes droites de A par D, & de B par C, ſur leſquelles lignes on porteroit une grandeur à volonté autant de fois (une moins) qu'on veut que la ligne A B, ait de parties égales, c'eſt-à-dire qu'il faut porter ici ſix fois une grandeur arbitraire ſur A D, & autant ſur B C, enſuite tirer des lignes droites des points E, F, G, H, I, K, de la premiere ligne a ceux de l'autre marquez L, M, N, O, P, Q, qui diviſeront A B en ſept également, (tiré de la 31. du I. & 9. du 6.)

Problême 2.

D'un point C pris à volonté ſur une ligne droite A B, mener une ligne C D, qui lui ſoit perpendiculaire.

1°. Prenez de part & d'autre de ce point C les grandeurs égales C E, & C F. Enſuite des points E, & F, pour centres & de l'intervale E D, pris à volonté, faites deux arcs qui ſe coupent en D, d'où vous tirerez une ligne droite en C. (tiré de la 11. du 1.)

2°. Que ſi le point donné étoit à l'une des extremités de la ligne droite, comme en H, il faudroit de ce point & d'un intervale à volonté, comme H I, faire un arc I K L, ſur lequel on porteroit deux fois la grandeur H I, de I en K, & de K en L: ſi enſuite des points K & L, pris pour centres

& du même intervale ou d'un intervale à volonté on décrit deux arcs qui se coupent en M, d'où l'on tire une ligne droite en H, elle fera un angle droit avec H G, (tiré par conséquent de la 11. du 1.).

3°. Ou bien prenez un point à volonté tel que C, hors de la ligne donnée, duquel comme centre & de l'intervale C B, qui est l'extremité la plus près de la ligne donnée, vous décrirez un cercle coupant A B, en E, d'où vous tirerez une ligne par le centre C, qui ira couper la circonference en D, si on tire la ligne droite D B, elle fera un angle droit avec A B.

4°. Enfin, on peut se servir de la pratique suivante sur ce terrain; prenez sur l'alignement A B, une grandeur A C, de quatre toises, & mettant au point A un cordeau de trois toises, & au point C un de cinq toises, prolongez-les jusqu'à ce qu'ils se rencontrent, ce ne peut être qu'au point D, qui fera D A, perpendiculaire à B A.

Problême 3.

D'un point A donné au-delà d'une ligne droite B C, en tirer une autre A D, qui lui soit perpendiculaire.

1°. Tirez une ligne de A, en B, ou en C, que vous diviserez en deux également en E, d'où comme centre & de l'intervale E A ou E C faites un arc coupant B C en D, si vous tirez A D elle sera perpendiculaire à B C.

2°. Ou bien du point A pour centre & de l'intervale A B qui est l'extremité de la ligne donnée, faites un arc qui coupera cette ligne en E; si vous divisez, par le premier Problême, B E en deux également au point D, & que vous tiriez la ligne A D, elle sera à plomb sur B C, (ces pratiques dépendent de la 11. du 1.)

3°. S'il falloit du point A tirer une ligne droite A B perpendiculaire à la ligne droite ſuppoſée inacceſſible C D, l'on tireroit d'abord la ligne E A G paralelle à cette ligne C D, ainſi qu'il ſera enſeigné au Problême qui ſuit, après quoi élevant au point A la ligne A B perpendiculaire à la ligne E G, elle le ſera auſſi à la ligne C D.

Problême 4.

Par un point A faire paſſer une ligne A D paralelle à la ligne donnée B C.

1°. Tirez de ce point A une ligne à volonté A E ſur B C, puis de E comme centre & d'un intervale arbitraire E F, faitez l'arc F G qui joigne les deux lignes. Enſuite du point A & du même intervale E F, faites l'arc H I, ſur lequel vous porterez de H en I la valeur de l'arc F G, ſi vous tirez la ligne A I prolongée vers D; elle ſera paralelle à la ligne B C, (de la 31. du 1.)

2°. Que ſi on propoſoit de tirer la ligne L P paralelle à la ligne inacceſſible N O, il faudroit imaginer les lignes L N, & L O, formant l'angle N L O, puis chercher un point tel que M, où l'on pût former, ainſi qu'il ſera montré au Problême douze un angle N M O égal à ce premier N L O, puis tirer la ligne L M, & faire au point L l'angle O L P, égal à l'angle N M L, comme l'enſeignera le même 12. Problême, par ce moyen la ligne L P ſera paralelle a la ligne N O, (ce qui ſe prouve par les 27. du 1. & 21 du 3.)

Problême 5.

Aux deux lignes droites A & B, en trouver une troiſiéme qui leur ſoit proportionnelle.

1°. Tirez les lignes C D & C E faiſant un angle tel que C

à volonté: portez ſur C E, de C en F, la longueur de la ligne A & de F en E la ligne B : portez auſſi de C en G, la longueur B, & ayant tiré F G, menez-lui ſa paralelle E D, ainſi que l'enſeigne le Problême précédent, la diſtance G D ſera la troiſiéme proportionnelle, (ce qui dérive de la 11. du 6.)

2°. Que ſi on propoſoit de trouver une quatriéme proportionnelle aux trois lignes H I, & K, il faudroit tirer deux lignes formant un angle tel que L, & porter H de L en M, & I de M en N, puis porter la ligne K de L en Q; ſi ayant mené la ligne M O, on lui tire, par le Problême précédent, ſa paralelle N P, elle nous donnera O P pour quatriéme proportionnelle, (ce qui dépend de la 12. du 6.)

3°. Mais ſi l'on propoſoit de trouver une moyenne proportionnelle entre les deux lignes données A & B, l'on devroit tirer la ligne indefinie C D, ſur laquelle on porteroit de C en E la ligne A, & de E en D la ligne B, puis faiſant un demi-cercle ſur la ligne C D, il faudroit au point E (où les lignes ſe joignent l'une au bout de l'autre) tirer, par le 2. Problême, la perpendiculaire E F, juſqu'à ce qu'elle rencontrât la circonference; cette ligne E F ſeroit la moyenne proportionnelle (tiré de la 13. du 6.)

4°. Si on propoſoit de couper les lignes A & B chacune en deux parties, en ſorte que les quatre portions fuſſent proportionnelles, il faudroit faire C D égale à B, & la perpendiculaire D E égale à la ligne A, & ayant tiré la ligne C E, faire un demi-cercle C G D qui couperoit cette diagonale en G, d'où vous tireriez G F paralelle à D E, & G H, paralelle à C D, car par ce moyen les quatre ſegmens C F, F D, D H, & H E ſeront proportionnels (ce qui dépend des 34. du 1. & 4. du 6.)

Problême 6.

Couper une ligne droite A B en parties proportionnelles aux ſegmens de la ligne A C. Pour bien executer cette Regle, diſpoſez ces deux lignes de maniere qu'elles forment un angle tel que A à volonté, après quoi ayant tiré une ligne droite de l'extremité C à l'extremité B, menez, des points D, E, & F, des lignes droites paralelles à la ligne B C, ces paralelles couperont A B aux points G, H, I, & donneront des parties qui ſeront proportionnelles à celles de A C. (cette pratique eſt la 10. du 6.)

Problême 7.

D'une ligne droite donnée telle que L M, prendre une partie à volonté, par exemple, les deux ſeptiémes.

Ayant tiré une ligne L N, faiſant un angle à volonté avec la ligne donnée L M, portez deſſus une grandeur arbitraire ſept fois, en allant de L vers N, après quoi tirez la ligne N M, & par le ſecond point O tirez, par le quatriéme Problême, la ligne O P paralelle à la ligne M N, elle coupera L M en P, & donnera L P pour les deux ſeptiémes parties demandées. (tiré de la 9. du 6.)

Problême 8.

Partager la ligne A B en parties ſemblables aux deux lignes données C & D.

Elevez la perpendiculaire B E égale à D, & abaiſſez la perpendiculaire A F égale à C. Si vous tirez enſuite E F, elle coupera A B en G en parties proportionnelles aux lignes C & D, (fondé ſur la 4. du 6.)

Problême 9.

Couper une ligne droite A B en l'extrême & moyenne raiſon, c'eſt-à-dire, en ſorte que le quarré de l'une de ſes parties B H ſoit égal au rectangle compris de l'autre partie H A, & de toute la ligne A B, ou ſon égale A D.

Faites un quarré A C ſur cette ligne A B, ainſi qu'il ſera enſeigné au Problême 27. puis diviſez l'un des cotés contigus, par exemple, C B en deux également en E, d'où vous tirerez une ligne en A, & prolongerez E B en ſorte que E F ſoit égale à E A. Si vous faites un quarré B G ſur B E, & que vous prolongiez ſon côté G H, il coupera la ligne A B, comme il eſt demandé, (ce qui dépend de la 11. du 2. & 30. du 6.)

PRATIQUES DES ANGLES.

Problême 10.

Partager un angle donné, tel que A B C, en deux parties égales.

1°. Prenez ſur les lignes qui forment cet angle les grandeurs égales B D & B E, puis des points D & E, comme centres, & d'un intervale à volonté faites deux arcs qui ſe coupent à un point F, d'où vous tirerez une ligne en B, qui coupera l'angle en deux également.

2°. Que s'il falloit diviſer ce même angle en quatre parties égales, il le faudroit premierement diviſer en deux comme je le viens de dire, & enſuite partager chacune de ces deux parties A B F & F B C encore en deux également par la même pratique. Tout l'angle ſeroit par ce moyen coupé en 4. (ces deux pratiques ſont de la 9. du 1.)

3°. Mais ſi on vouloit partager un angle tel que GHI en un autre nombre de parties égales, tel que 2. ou 4. ou 8. &c.

Il faudroit faire un arc G I qui joigne les deux lignes qui forment cet angle, & le couper en autant de parties égales qu'on veut que l'angle ſoit diviſé, comme ici en cinq, aux points K, L, M, N, car tirant des lignes de H par ces points, on aura ce qui eſt demandé (cette pratique eſt méchanique.)

4°. L'on peut encore diviſer le ſeul angle droit A B C en trois parties égales, en faiſant du point B & intervale B A l'arc de cercle A C, ſur lequel on portera de A en D la diſtance B A de même que de C en E. Car tirant des lignes de B par D & E, on aura ce qui eſt propoſé.

5°. C'eſt de ces diverſes manieres de diviſer un angle qu'on peut tirer la diviſion du cercle en ſes 360. degrés. Car après avoir coupé le cercle en quatre parties égales, par le moyen de deux diametres perpendiculaires, on diviſe l'une de ces quatre parties, par exemple C A, en trois également en D & E, comme il vient d'être fait à l'article précédent : enſuite l'on ſous-diviſe l'un de ces tiers, par exemple C D, qui vaut 30. degrés en trois également, ce qui fait 10. degrés pour C F, qu'on diviſera encore en dix petites parties égales pour avoir des degrés, d'où tirant des lignes droites au centre du cercle, on a ce qui eſt propoſé.

Probléme 11.

Faire à l'extremité A d'une ligne droite A B un angle de tant de degrés qu'on voudra, par exemple ici de quarante-cinq ?

1°. Du point A comme centre, & de l'intervale A B faites un arc B C, ſur lequel vous porterez la ligne A B, qui eſt corde de 60. degrés, parce que cette corde eſt toujours égale

égale au rayon du cercle. Cela étant fait, partagez l'arc B C en quatre parties égales aux points D, E, F, ainſi que l'enſeigne le Problême précédent. Il eſt certain que ſi on tire la droite A D, elle fera avec A B un angle de quarante-cinq degrés, puiſqu'il contient trois parties de l'arc B C diviſé en quatre.

2. Que ſi l'on propoſoit de faire un angle de 26. degrés, il faudroit d'abord diviſer l'arc B C de 60. degrés en trois parties égales qui vaudroient chacune 20. degrés; après quoi l'on ſous-diviſeroit l'une de ces parties de 20. par exemple B D, en cinq également, pour avoir 4. degrés, qu'on ajouteroit avec B D. Enfin diviſant l'un de ces petits arcs de quatre degrés en deux parties égales, on aura deux degrés qu'on ajoutera aux 24. précédens, ce qui donnera un arc de 26. degrés; ſi on tire une ligne de A par ce point, on aura ce qu'il faut.

3. Mais ſi on vouloit un angle de cent degrés, ainſi que je le ſuppoſe au flanc de ma Fortification, il faudroit d'abord, du point A & intervale A B, faire un arc de cercle B C, ſur lequel on porteroit deux fois A B de B en D, & de D en C, qui donneroit un arc de 120. degrés; de ſorte que de tout en ôtant l'arc C E qui a 20. degrés, (parce qu'il eſt le tiers de C D,) on aura, en tirant A E, un angle de cent degrés.

Toutes ces pratiques ſont fondées ſur le Problême précédent.

Problême 12.

Faire au point A de la ligne A B un angle égal à l'angle donné D.

Joignez les deux lignes qui forment l'angle D par un

arc E F, après quoi du point A intervale A B égal à D E faites l'arc B C, ſur lequel vous porterez de B en C l'arc E F, ſi vous tirez la ligne A C elle ſera un angle égal à l'angle D.

Problême 13.

A la pointe A d'un angle élever une ligne A D qui n'incline pas plus d'une part que de l'autre.

Il faut diviſer cet angle en deux parties égales, comme l'enſeigne le 10. Problême, & prolonger la ligne E, A, qui le coupe, en D, elle n'inclinera pas plus vers C que vers B.

PRATIQUES DU CERCLE.

Problême 14.

Pour trouver le centre inconnu d'un cercle.

Tirez dans ce cercle une ligne droite à volonté A B que vous diviſerez, comme l'enſeigne le premier Problême, en deux parties égales & perpendiculairement, par le moyen de la ligne D E ſe terminant à la circonférence: le milieu F de cette ligne ſera le centre du cercle (tiré de la 2. du 3.)

Problême 15.

Achever la circonference d'un cercle dont l'arc A B C n'eſt que partie.

1. Prenez ſur cet arc un point à volonté, tel que B, d'où vous tirerez des lignes droites en A & C, que vous diviſerez chacune en deux parties égales & perpendiculairement aux points D & E, ainſi que l'enſeigne le premier Problême, la rencontre F de ces lignes, qui diviſent les autres, ſera le centre du cercle dont l'arc A B C eſt partie.

2. C'eſt de cette pratique qu'il faudroit ſe ſervir ſi on vous

donnoit trois points tels que O, P, R ſur la circonference d'un cercle, & qu'on vous proposât d'en trouver le centre.

3. La propoſition qui nous enſeigne à faire paſſer la circonference d'un cercle par trois points donnés G, H, I, (pourvû qu'ils ne ſoient point en ligne droite) eſt fondée ſur le même principe, car après avoir tiré G H & H I, on les diviſe chacune en deux parties égales par les perpendiculaires L N & M N, dont la rencontre N eſt le centre du cercle paſſant par ces trois points.

Remarque.

Il y a pluſieurs manieres de réſoudre les trois opérations du Problême que je viens d'expliquer. Mais celles-ci m'ont paru les plus faciles, étant toutes fondées ſur la 25. du 3.

Problême 16.

La corde A B d'un arc & la fleche C D étant données, trouver le reſte qu'il faut de cette fleche pour achever le diametre d'un cercle, dont l'arc A D B eſt partie ?

Trouvez, ainſi que l'enſeigne le cinquiéme Problême, une troiſiéme proportionnelle aux deux lignes C D & A C, qui ſont la fleche & la moitié de la corde. Cette troiſiéme proportionnelle ſera pour C E reſte du diametre (tiré de la 35. du 3.)

Problême 17.

Pour diviſer un arc de cercle A B C en deux parties égales.

Tirez une ligne droite A C d'une des extremités à l'autre, coupez-là en deux parties égales & perpendiculairement

par le moyen de la ligne droite D B, ainſi qu'il eſt enſeigné au premier Problême : cette ligne D B coupera l'arc en deux également en B. (Tiré de la 30. du 3.)

Problême 18.

Pour faire une ligne droite égale à la circonference d'un cercle.

1. Tirez la grande ligne indeterminée A B ſur laquelle vous porterez trois fois le diametre C D de A en E, de E en G, & de G en H, à quoi vous ajouterez de H en I la ſeptiéme partie du diametre C D, toute la ligne A I ſera égale à la circonference du cercle (ceci eſt tiré de la dimenſion du cercle d'Archimede.)

2. Que ſi on propoſoit de faire une ligne droite égale à un arc de cercle L M N, il faudroit tirer la ſoutendante L N que l'on couperoit en deux également en O par le moyen de la perpendiculaire O M prolongée vers P d'un quart de M O. Si on porte deux fois la ligne droite P L ou P N ſur une ligne indeterminée R S, on aura une ligne droite égale à l'arc de cercle propoſé.

Problême 19.

D'un point A donné à volonté tirer une ligne droite A B qui touche la circonference d'un cercle à un ſeul point ?

1. Tirez une ligne droite de A au centre C du cercle : diviſez-là en deux également au point D, duquel comme centre & de l'intervale D C, faites un arc qui coupera la circonference du cercle au point B, tirez la ligne droite A B, elle touchera le cercle. (Tiré de la 17. du 3.)

2. Que ſi un point E étant donné ſur la circonferenoe

d'un cercle, on propoſoit de tirer une ligne droite, qui touchât le cercle à ce ſeul point.

Il faudroit du centre F tirer une ligne droite en E à l'extremité de laquelle on tireroit, par le ſecond cas du ſecond Problême, la perpendiculaire E G prolongée vers H; cette ligne ſera *tangente* au cercle. (Ces deux pratiques dérivent des 16. & 17. du 3.)

Mais une ligne droite G H touchant la circonference d'un cercle, ſi on propoſoit de trouver le point d'attouchement; il ne faudroit qu'abaiſſer une perpendiculaire du centre F ſur cette ligne G H, car le point E où la perpendiculaire tombe eſt celui où le cercle eſt touché.

Problême 20.

Dans un cercle faire un angle égal à un angle donné A.

1. Menez, par le Problême précédent, la ligne B C tangente au cercle, enſuite au point D, qui eſt celui d'attouchement, faites par le 12. Problême, l'angle C D E égal à l'angle A. Si des extremités de la ligne D E vous tirez deux autres lignes qui ſe rencontrent à un point à volonté, tel que F, pris ſur la circonference, elles formeront un angle égal à l'angle A.

C'eſt la méthode dont on ſe ſert, pour ôter d'un cercle une portion F D E capable d'un angle égal à l'angle donné A. (Ces pratiques ſont tirées de la 34. du 3.)

PRATIQUES DE L'OVALE.

Problême 21.

Conſtruire une ovale ſur la ligne A B donnée pour ſon grand diametre?

1. Coupez cette ligne droite en trois parties égales aux points C & D, desquels comme centres & de l'intervale d'un de ces tiers, faites deux cercles, dont les circonferences se couperont en E & F; tirez les diametres E G & F H, après quoi des points E & F comme centres, & de l'intervale de l'un de ces diametres, faites des arcs qui joignent les circonferences des cercles en G, I, H & L, on aura l'ovale.

2. Mais si l'on proposoit les lignes A B & C D pour grand & petit diametres de l'ovale.

Il faudroit les croiser de maniere qu'elles se coupassent chacune en deux parties égales & perpendiculairement au point E, ainsi que l'enseigne le premier Problême, puis faire les grandeurs E F & E G égales à E C ou à E D, ensuite faire E H & E I égales aux deux tiers de E F ou E G, & l'on tirera I G K & H G L, de même que I F M & H F N, après quoi de G & F comme centres & de l'intervale G B ou F A faites les arcs K B L & M A N. Enfin des points H & I pris pour centres & de l'intervale H L ou I K faites les arcs M C K & L D N, & vous aurez l'ovale proposée.

3. La maniere suivante de construire une ovale sur deux diametres donnez A B & C D me paroît plus belle & aussi juste.

Ayant croisé ces deux diametres comme au précédent: Portez la moitié E C du petit sur le grand de A en G, puis divisez le reste G E du grand demi-diametre en 8. parties égales, dont vous porterez trois de G en H. Si du point H comme centre & de l'intervale H A vous décrivez un arc sur lequel vous portiez le rayon de part & d'autre en I & L, & qu'ensuite vous portiez A H de B en O, duquel point O pris pour centre, & de l'intervale O B vous fassiez un arc

ſur lequel vous portiez le rayon de B en M & en N. Après cela des points M & I comme centres & de l'intervale M I faites des arcs ſe coupant en P, ce point ſera le centre de l'arc I C M, faites-en autant de N & L pour avoir le point R centre de l'arc N P L.

Probléme 22.

Pour trouver le centre & les deux diametres d'une ovale ?

Tirez une ligne droite A B & menez ſa paralelle C D, ainſi que l'enſeigne le quatriéme Problême, coupez chacune de ces lignes en deux également en E & F, & tirez la ligne E F, que vous prolongerez de part & d'autre en G, & H, le milieu I de cette ligne G H ſera le centre de l'ovale; de ce point I & d'un intervale à volonté, par exemple I C, faites un cercle qui coupera la circonference de l'ovale en C & L, tirez une ligne droite C L d'un de ces points à l'autre, laquelle vous couperez en deux parties égales & perpendiculairement par le moyen de la ligne M N, ainſi que l'enſeigne le premier Problême, cette ligne M N ſera le grand diametre de l'ovale, lequel étant coupé en deux également & à plomb par le moyen de la ligne O P, cette derniere ſera le petit diametre de l'ovale, ainſi on aura trouvé le centre & les deux diametres.

Probléme 23.

Sur une ligne droite A B faire une elipſe ?

1. Diviſez cette ligne en quatre parties égales & au milieu C menez C D perpendiculaire & égale à cette ligne A B que vous diviſerez auſſi en quatre parties égales, & vous tirerez à ſon extremité D la ligne G H paralelle à la ligne A B, que vous determinerez de part & d'autre du point D

d'un quart de A B & des extremités G & H, tirez des lignes en A & B que vous diviſerez chacune en trois parties égales. Cela fait, de E pour centre décrivez l'arc A B. De I pour centre décrivez l'arc G H. De L pour centre décrivez l'arc A G. Enfin de M décrivez l'arc B H.

2. Que ſi on la vouloit moins compoſée.

Il faudroit diviſer A B en trois parties inégales en C & D, après quoi de C comme centre & de l'intervale C A on décriroit un arc, ſur lequel on porteroit de part & d'autre en E & F la grandeur C A, puis on feroit auſſi un arc qui auroit pour centre le point D, & pour intervale D B, ſur lequel on porteroit en G & H cet intervale D B. Enfin prenez E G ou F H, & de ces points, faites des arcs qui ſe coupent en I & L, d'où comme centres & du même intervale, faites les arcs E G & F H.

Problême 24.

Sur une ligne droite A B conſtruire une parabole ?

Elevez au milieu C de cette ligne l'axe C D de la parabole de la grandeur qu'il vous plaira ; & la diviſez en autant de parties égales que vous voudrez comme ici en 8. par ces points de diviſion tirés des lignes blanches paralelles à la baſe A B.

Cela fait, tirez à part une ligne arbitraire elle que N O, ſur laquelle vous prendrez une grandeur à volonté N 2. & baiſſerez, par le 2. cas du 2. Problême, la perpendiculaire N P égale à N 2. & vous tirerez la ligne droite P 2. que vous porterez de N en 3. Enſuite de quoi portez P 3. de N en 4. & P 4. de N en 5. ainſi de ſuite juſqu'à 8. qui eſt le nombre de parties égales, en quoi l'axe C D a été bien diviſé.

Ayant

Ayant bien executé ce qui vient d'être dit: du point N comme centre & de l'intervale N O, faites un arc de cercle ſur lequel vous porterez de O en R la demi-baſe A C de votre parabole, & tirez une ligne droite de N par R. Si enſuite de N comme centre vous faites des arcs commençant aux points 2-3-4-5-6-7-& 8. Et finiſſant à la ligne N R, les ſous-tendantes de ces arcs ſeront les *demi-ordonnées* de la parabole: ainſi la ſous-tendante de l'arc 2. 2. ſera la demi-ordonnée E H, la ſous-tendante de l'arc 3. 3. ſera pour la demi-ordonnée F I, la ſous-tendante de l'arc 4. 4. ſera pour la demi-ordonnée G K, la ſous-tendante de l'arc 5. 5. ſera pour la demi-ordonnée L M, & ainſi des autres, en faiſant les demi-ordonnées de l'autre côté de même grandeur, de ſorte que tirant une ligne à la main en adouciſſant par les extremités de ces *ordonnées*, on aura la parabole dont la baſe & l'axe ſont determinés.

Problême 25.

Sur une ligne droite telle que K L conſtruire une hiperbole.

Au milieu I élevez l'axe I H de la grandeur que vous voudrez, & le diviſez en tel nombre de parties égales que vous jugerez à propos comme ici en 9. Et par ces points de diviſion tirez des paralelles à la baſe K L. Puis faites à part la ligne B G égale à la moitié I K de cette baſe à l'extremité B, de laquelle vous tirerez la perpendiculaire B D. Prenez B C à volonté, & décrivez un demi-cercle qui ait pour centre C, & pour rayon C B. Cela fait, de C comme centre & intervale C G faites un quart de cercle G D. Puis diviſez le reſte A D de la ligne en autant de parties égales qu'en a l'axe de l'hiperbole, c'eſt-à-dire en 9. Si du centre

C & par tous ces points vous faites passer des arcs de cercle, ils couperont B G à des points qui determineront les demi-ordonnées de l'hiperbole. Ainsi portant B E de M en N, & B F de O en P, de même que B R de S en V, & ainsi des autres; faisant la même chose de l'autre côté on aura les extremitez des demi-ordonnées, par où faisant passer une ligne adoucie à la main, on aura l'hiperbole; Sur quoi l'on remarquera que plus l'axe de l'hiperbole, de même que de la parabole a de parties égales, & plus ces figures sont belles.

2. Que si on proposoit de construire un plan spiral sur une ligne droite telle que A B, il faudroit d'abord décrire dessus un demi-cercle, après quoi l'ayant diminuée de A en C d'une partie à volonté, comme ici d'un sixiéme, on feroit un autre demi-cercle sur C B, puis un autre sur C E. Et ainsi de suite en diminuant toujours d'un sixiéme de A B jusqu'à ce que les révolutions de la spirale soient toutes achevées.

PRATIQUES DES POLYGONES REGULIERS.

Probléme 26.

Sur une ligne droite telle que A B construire un triangle quel qu'il soit?

1. Si on le veut équilateral. Il faut des extremités A & B & de la longueur de la ligne A B faire deux arcs de cercle qui se couperont en C, d'où tirant les lignes droites en A & B, on aura le triangle équilateral C A B. (C'est la premiere du 1.)

2. Que si on demandoit un triangle isoscelle, il faudroit

des mêmes extremités A & B, & d'un intervale plus ou moins grand que cette ligne, faire deux arcs ſe coupant en D, d'où tirant des lignes droites en A & B, on aura le triangle iſoſcelle. (Tiré de la 5. du 1.)

3. Enfin, ſi l'on propoſoit un triangle ſcalene. Du point A comme centre & d'un intervale moins grand que la ligne A B, faites un arc de cercle vers E. Après quoi de B pour centre & d'un intervale plus grand que la même ligne A B, faites un autre arc qui coupera le premier en E, d'où vous tirerez des lignes droites en A & B. (Tiré de la 22. du 1.)

Problême 27.

Sur une ligne droite F G conſtruire un quarré ?

1. Elevez par le ſecond Problême à l'extremité F la ligne F H perpendiculaire & égale à F G, après quoi des points G & H comme centres, & de l'intervale F G faites deux arcs qui ſe couperont en I, d'où tirant des lignes droites en G & H, on aura le quarré. (Tiré de la 46. du 1.)

2. Si au lieu du côté on donnoit la longueur de la diagonale L M pour conſtruire le quarré.

Il la faudroit, par le premier Problême, couper en deux également en P & à plomb par le moyen de la ligne N O, qu'on déterminera de P en N, & de P en O d'une grandeur égale à P L ou P M. Car tirant des lignes droites de L en O, de O en M, de M en N, & de N en L, on aura le quarré. (Ce qui dépend de la 4. du 2.)

Problême 28.

Sur une ligne droite A B faire un quarré long ou rectangle ?

1. Elevez à l'extremité A de cette ligne une perpendiculaire A C, que vous déterminerez plus ou moins grande que A B. Cela fait, du point C, comme centre & de l'intervale A B, faites un arc vers D, & du point B, intervale A C, faites-en un autre, qui coupe le premier en D, d'où vous tirerez des lignes droites en C & B. (Tiré de la 11. & de la 31. du premier.)

2. Que si au lieu d'un quarré long on proposoit de faire un paralellogramme oblique sur la ligne E F.

Il faudroit tirer la ligne E G, faisant avec E F, un angle aigu ou émoussé, & la déterminer aussi plus ou moins grande que cette même ligne E F. Ensuite du point G comme centre, & de l'intervale E F, faites un arc vers H, & du point F intervale E G faites un autre arc, qui coupera le premier en H, d'où tirant des lignes en F & G, on aura la figure proposée.

Problême 29.

Sur une ligne droite A B faire un Lozange ou Rhombe.

1. Tirez la ligne A C égale à la ligne A B, & faisant avec elle un angle aigu ou émoussé: ensuite des points C & B comme centres & de l'intervale A B, faites deux arcs qui se couperont en D, d'où tirant des lignes droites en C & B on aura un Lozange.

2. Mais si on vouloit un Rhomboïde, il faudroit faire un Paralellogramme oblique comme au deuxiéme cas du précédent Problême, car cette figure est Rhomboïde.

3. Que s'il falloit faire un Trapeze, il n'y auroit qu'à tirer quatre lignes droites, concourant de maniere qu'elles ne fissent tout au plus que deux angles droits, & qu'il n'y eût

au plus que deux de ces lignes paralelles entr'elles, ainſi que la figure E.

4. Enfin, on feroit un Trapezoïde en tirant quatre lignes droites, leſquelles ne forment tout au plus qu'un angle droit, & qui ne ſoient point paralelles, comme F.

Problême 30.

Sur une ligne droite A B conſtruire un Polygone régulier de tant de côtés qu'on voudra; par exemple ici un Pentagone.

1. Elevez pour cet effet au point A la ligne A C égale & perpendiculaire à la ligne A B, & diviſez le quart de cercle B C qui les joint, en autant de parties égales que vous voulez que votre figure ait de côtés, comme par exemple ici en cinq. Cela fait, portez la diſtance qu'il y a entre la quatriéme de ces parties & l'extremité C de l'arc, de C en D, ſur l'arc continué; & tirez la ligne A D, ce ſera un côté du Pentagone. Faites-en autant à l'extremité B, pour avoir le côté B E. Enfin des points D E comme centres & de l'intervale d'une de ces lignes, faites des arcs ſe coupant en F, d'où l'on tirera des lignes en D & E.

2. Si au lieu d'un Pentagone on propoſoit de faire un Eptagone régulier ſur la ligne A B.

Il faudroit diviſer le quart de cercle B G en ſept parties égales & porter l'intervale qu'il y a entre la quatriéme de ces parties & l'extremité C de l'arc, de C en D, & tirer la ligne A D. On en fera autant en B pour avoir B E, & ces deux lignes ſeront des côtés d'Eptagone. Enfin on fera les mêmes pratiques aux extremités D & E, pour avoir les côtés E G & D F des extremités deſquelles & de l'un de ces intervales on décrira deux arcs en H, & par ce moyen on

aura la figure demandée en tirant des lignes d'un point à l'autre.

Remarque.

Bien qu'il y ait diverſes autres manieres de reſoudre cette Propoſition, je m'attache pourtant à celle-ci, comme étant la plus ſimple & la plus aiſée; l'on doit ſeulement ſe ſouvenir que l'arc du Quart de cercle ſe diviſe en autant de parties égales qu'on veut que la figure ait de côtés. Et que l'eſpace qu'il y a entre le quatriéme point de diviſion & le bout du Quart de cercle ſe porte ſur cet arc continué.

Problême 31.

Sur une ligne droite telle que A B conſtruire un Polygone ſemblable au Polygone irrégulier C D E G H I, & diſpoſé de même façon?

Faites les angles A & B égaux aux angles G & H, ainſi que l'enſeigne le douziéme Problême, & déterminez les lignes A O & B L, d'autant de parties d'une *Echelle* que les lignes G E & H I, qui leur ſont relatives, ont de toiſes ſur le terrain ou de parties de leur échelle. Enſuite de quoi vous ferez les angles O & L égaux aux angles E & I, & vous déterminerez des lignes O N & L M d'autant de parties de la même échelle que les lignes E D & I C ont de toiſes. Enfin, tirez la ligne M N, vous aurez par ce moyen une figure ſur A B ſemblable & diſpoſée comme l'autre.

Remarque.

C'eſt de cette Méthode ou d'une équivalante qu'on ſe ſert pour lever le Plan d'une Place, ou d'un eſpace qu'on veut

meſurer, ou en avoir la figure en racourci. J'expliquerai à fonds cette matiere au Traité de Fortification que je prépare.

Avertiſſement.

Après avoir fait la diſtribution des Problêmes de ce Livre, m'étant reſſouvenu de la propoſition qui ſuit, dont l'uſage eſt très-néceſſaire, j'ai crû quelle ne pouvoit être mieux placée qu'en cet endroit.

Pour faire une figure plane ſemblable à une autre, laquelle contienne cette autre ou y ſoit contenue autant de fois qu'on voudra?

1. Suppoſons qu'il faille faire un Eptagone irrégulier ſemblable au donné A, & qu'il le contienne autant de fois qu'on le jugera à propos, par exemple ici cinq fois. Il n'y a qu'à porter un côté tel que B C du Polygone donné A ſur une ligne droite indeterminée D E autant de fois que vous voulez que le Polygone à faire contienne celui qui eſt fait en G, en H, en I, en L & en E. Si vous trouvez une ligne moyenne proportionnelle entre B C & D E, ainſi qu'il eſt enſeigné au 3. cas du 5. Problême, & que vous faſſiez ſur cette moyenne un Eptagone ſemblable au donné A, en vous ſervant de la méthode du Problême précédent, ce Polygone contiendra cinq fois le marqué A.

2. Que ſi on vouloit que le Polygone à faire ne fût que partie de celui qui eſt fait. Comme ſi on propoſoit, par exemple, de décrire un Pentagone ſemblable au marqué M, mais qui n'en fût que le tiers. On diviſeroit l'un des côtés de ce Polygone tel que N O en autant de parties égales que le Polygone à faire doit être contenu dans le fait. C'eſt-à-dire ici en trois. Cela fait, trouvez par le même 3.

cas du 5. Problême une moyenne proportionnelle entre NO, & ſon tiers NP. Si vous faites par le Problême précedent ſur cette moyenne un Pentagone ſemblable au donné M, il n'en ſera que le tiers.

Remarque.

Ceux qui travaillent à l'augmentation ou à la diminution des figures ſuperficielles, comme de réduire les Plans de petit en grand, ou de grand en petit, doivent bien poſſeder cette propoſition pour la conſtruction de leurs échelles. Car la plûpart font de lourdes fautes ſur cet article, s'imaginant qu'en doublant l'échelle de la figure qu'on leur donne, ils feront une figure double de celle, dont cette échelle eſt la meſure. Mais la choſe n'eſt pas ainſi, puiſque la figure faite ſur l'échelle double de l'autre, contient cette autre quatre fois. Parce que les Polygones ſemblables ſont en raiſon doublée de leurs côtés correſpondans, ainſi que l'enſeigne la 20. du 6. d'Euclide.

INSCRIPTION ET DESCRIPTION DES POLYGONES RÉGULIERS, dedans & autour d'un Cercle, AINSI QUE D'UN CERCLE dedans & autour d'un Polygone régulier.

Problême 32.

Dans un cercle inſcrire tel Polygone régulier qu'on voudra.

1. Tirez dans ce cercle un diametre AB, que vous diviſerez, par le premier problême, en autant de parties égales qu'on veut que le Polygone ait de côtés, par exemple ici en

en cinq ; puis des extremités A & B & d'un intervale égal au diametre, faites des arcs ſe coupant en C, d'où l'on tirera une ligne droite paſſant par le point D ſeconde partie du diametre diviſé, qu'on prolongera juſqu'à la circonference du cercle en E, la diſtance A E ſera la cinquiéme partie de la circonference : Laquelle étant portée cinq fois deſſus, & tirant des lignes droites d'un point à l'autre, ce ſera ce qu'il faut.

2. Si au lieu d'un Pentagone on demandoit d'inſcrire un Eptagone régulier. Il faudroit ſeulement diviſer le diametre en ſept parties égales, & tirer la ligne qui part de C pour aller en E, par la ſeconde partie D du diametre. Car la diſtance A E étant portée ſept fois ſur la circonference, la diviſera juſtement en ſept parties égales, de ſorte que tirant des lignes droites d'un point à l'autre, on aura l'Eptagone demandé.

Remarque.

Comme cette pratique eſt generale pour l'inſcription des Poligones réguliers, je n'en donnerai point d'autre. On obſervera ſeulement, que le diametre ſe diviſe toujours en autant de parties égales qu'on veut que la figure ait de côtés, & que la ligne partant de C pour aller en E, doit de neceſſité paſſer par le ſecond point de diviſion, qui eſt ici D.

Poblême 33.

Autour d'un Cercle décrire tel Polygone régulier qu'on voudra ?

1. Diviſez la circonference de cercle en autant de parties égales que vous voulez que votre Polygone décrit ait de côtés (comme par exemple ici en ſept,) ainſi que l'en-

ſeigne le précédent Problême, ou par quelque autre méthode; après quoi du centre A tirez des lignes droites aux points de diviſion B,C,D,E,F,G,H, à l'extremité deſquelles vous éleverez, par le 2. ou 3. cas du ſecond Problême, des Perpendiculaires prolongées de part & d'autre; leurs rencontres I,K,L,M,N,O,P formeront l'Eptagone régulier.

2. Que ſi on vouloit décrire un Pentagone régulier autour du cercle, il faudroit diviſer la circonference, ſeulement en cinq parties égales, & faire le reſte comme je viens de le dire.

Problême 34.

Dedans & autour d'un Polygone former un Cercle?

1. Cherchez premierement le centre de ce Polygone ainſi que l'enſeigne la remarque ſuivante. Après quoi ſi on veut inſcrire le cercle dans le Polygone, abaiſſez du centre A une ligne A B perpendiculaire ſur l'un des côtés tel que C D. Si de A & intervale A B vous décrivez un cercle, il ſera renfermé dans ſon Polygone.

2. Mais ſi on veut que le Cercle ſoit autour du Polygone, il faut, du centre A, tirer une ligne droite à l'un des angles E de la Figure, enſuite de A comme centre & de l'intervale A E faire un Cercle. Il ſera autour du Polygone.

Remarque.

Le centre d'un Polygone régulier ſe trouve, quand les côtés qui le forment ſont en nombre pair, en tirant des lignes droites de deux angles G & I de ce Polygone, à leurs oppoſés L & M. Car le croiſement K de ces deux lignes eſt le centre. Mais ſi le nombre des côtés du Polygone régulier eſt impair, on en diviſera deux tels que N O & N P chacun en deux parties égales,

& de ces points de diviſion l'on tirera des lignes droites à leurs angles oppoſés R, S. Car le croiſement T ſera le centre.

Avertiſſement.

Les trois précédens Problêmes étant generaux, c'eſt-à-dire propres à toutes ſortes de figures régulieres, je ne deſcendrai point dans le particulier de chaque figure, pour ne pas charger d'inutilitez la mémoire du Lecteur. Il y a pluſieurs Problêmes pour l'inſcription & pour la deſcription des Polygones autour & dedans les uns des autres, que je n'explique point, parce que je ne donne dans cette Geometrie que des pratiques d'uſage.

DU CHANGEMENT DES FIGURES.

Problême 35.

Elever ou abaiſſer un triangle à la hauteur qu'on voudra?

1. Si on veut élever le triangle A B C à la hauteur de la ligne D E, & que la ſuperficie n'en ſoit ni augmentée ni diminuée; Il faut premierement élever la hauteur D E à plomb ſur la baſe B C prolongée, & tirer par le point E la ligne E F paralelle à la ligne B C, que l'on continuera juſqu'à ce qu'elle rencontre B A, prolongée, ce qui ne peut être qu'au point F; duquel menant une ligne droite en C, vous tirerez enſuite par le point A, la ligne A G paralelle à la ligne F C. Enfin ſi vous tirez F G, vous aurez le triangle F G C égal au triangle A B C, & qui aura pour hauteur D E.

2. Que ſi au contraire il falloit abaiſſer un triangle tel que H K I à une hauteur telle que L I, il n'y auroit qu'à mener par le ſommet L de cette ligne une paralelle à la baſe I K, laquelle coupera l'un des côtés du triangle en O, d'où l'on tirera une ligne droite au point K. Si enſuite on tire par le

point H une ligne H M paralelle à la ligne O K & prolongée juſqu'à ce qu'elle rencontre la baſe prolongée en M ; Et qu'enfin on tire la droite O M, on aura le triangle O M I égal à l'autre H K I.

Remarque.

Ce Problême paroît n'être d'aucune utilité, cependant il eſt indiſpenſable dans la diviſion des Figures, ainſi qu'en pluſieurs autres pratiques du Compas qui ſeront expliquées cy-après.

Problême 36.

Faire un triangle égal à une figure donnée ?

1. Si on veut que le triangle propoſé à faire ſoit égal à un autre triangle ; il n'y a qu'à ſçavoir ſi on le veut rectangle ou non. Car ſi on veut un triangle rectangle qui ſoit égal à l'iſoſcelle A B C, il ne faut du ſommet A, que tirer une ligne droite au point D milieu de la baſe, & prolonger cette baſe de B en E d'une grandeur égale à D B. Car tirant la ligne A E, on aura le triangle rectangle A E D égal à l'iſoſcelle A B C.

2. Mais ſi on veut un triangle ſcalene oxigone égal à l'iſoſcelle H I K, menez par le ſommet H, la ligne G F paralelle à la baſe I K, ſur laquelle vous prendrez un point tel que G, mais de façon que les lignes que vous voudrez tirer aux extremités de la baſe I K, faſſent des angles aigus, afin d'avoir un triangle oxigone ſcalene G I K.

3. Que ſi on veut un triangle équilateral égal au triangle ſcalene propoſé L M N, il faut premierement, par le troiſiéme cas du 38. Problême, faire un quarré N P égal à ce triangle ſcalene, & conſtruire un triangle équilateral ſur la baſe M N, qu'on réduira auſſi en un quarré R T, ainſi que l'enſei-

gne le même cas du même Problême. Si après cela on cherche, par le 2. cas du 5. Problême, une ligne X Y quatriéme proportionnelle aux trois lignes O N, N M, R S; Et qu'on faſſe ſur cette quatriéme proportionnelle le triangle équilateral Z X Y, il ſera égal au triangle donné L M N.

4. De plus, ſi on veut que le triangle ſoit égal à un cercle propoſé. Il faut ſeulement à l'extremité B du rayon A B élever, par le 2. ou 3. cas du cinquiéme Problême, la perpendiculaire B C égale à la circonference du cercle; Car en tirant une ligne droite de A en C, on aura le triangle A B C égal au cercle, ce qui eſt conforme aux principes d'Archimede.

5. Mais ſi on vouloit faire un triangle égal à un quarré ou à un quarré-long. Il faudroit premierement prolonger la baſe B C de cette figure en E, d'une grandeur qui lui ſoit égale, & tirer des lignes droites de A en C & E, pour avoir un triangle iſoſcelle égal au quarré ou quarré long. Ou bien de D en E ſeulement pour avoir le triangle D E C égal à la même figure. (Tiré de la 42 du 1.)

6. Que s'il falloit faire un triangle égal à un paralellogramme oblique, l'on ſe ſerviroit de la même pratique qui vient d'être expliquée, ainſi qu'on le voit au Lozange ou au Rhomboïde marquez F & G.

7. S'il étoit propoſé de faire un triangle égal au Trapeze irrégulier G I, il faudroit d'abord tirer la diagonale F H, & enſuite par le point I, ſa paralelle I L prolongée juſqu'à ce qu'elle rencontrât G H auſſi prolongée en L, car en tirant la ligne F L, on aura le triangle F G L égal au Trapeze donné. (Ce qui dépend des maximes & de la 36. du 1.)

8. Mais ſi on propoſe de faire un triangle égal à un Poly-

gone irrégulier de tant de côtés qu'on voudra, comme par exemple à l'exagone A B C D F G.

On tire une ligne de A en C, & ſa paralelle B H coupant la Baſe prolongée en H; Car ayant mené une ligne de A en H, on aura un Pentagone égal à la figure donnée, qui ſera par conſéquent diminuée d'un angle; l'on doit continuer cette diminution d'angle, juſqu'à ce que toute la figure ſoit réduite en un triangle A H I, ainſi qu'on le verra encore mieux à la figure irreguliere de ſept côtés K L M N O P Q. Car on doit premierement tirer la ligne P K & ſa paralelle Q R: Si on mene la ligne P R, elle diminuera la figure propoſée à réduire d'un angle. Ainſi on aura un exagone en place de l'Eptagone. Cela fait, tirez une ligne O R, & par le point P ſa paralelle P S: Si on mene la ligne O S, la figure ſera encore diminuée d'un angle, & on aura un pentagone. Enſuite tirez une ligne de N en S, & par le point O ſa paralelle O T: Si on mene la ligne N T, la figure ſera réduite en un Trapeze, lequel ſera réduit en un triangle, comme il eſt dit à l'article précédent. Par où l'on voit que toute la difficulté de cette propoſition conſiſte à diminuer la figure à réduire, d'un angle à chaque opération, juſqu'à ce qu'elle ſoit réduite en triangle.

Problême 37.

Faire un quarré-long ou rectangle égal à une autre figure plane de quelle façon qu'elle puiſſe être.

1. Si on veut que le quarré long ſoit égal à un triangle A B C, l'on doit ſe ſervir de cette pratique, qui eſt generale pour toute ſorte de triangle. Abaiſſez une perpendiculaire de A ſur B C, ainſi que l'enſeigne le 3. Problême; Coupez-là en deux parties égales au point E, par lequel vous tirerez

la ligne F E G paralelle à B C, comme il eſt dit au 4. Problême : Si enſuite on tire par les extremitez B & C les perpendiculaires B F & C G, elles donneront le quarré-long F C égal au triangle. Ce qui eſt une ſuite de la 42. du 1.

2. Que ſi l'on propoſe de faire un rectangle égal à un quarré D B. On doit ſeulement conſiderer s'il eſt libre de faire le quarré-long à ſa volonté ; Car en ce cas prolongez l'un des côtés A B du quarré juſqu'en E d'une grandeur égale à A B, puis ayant diviſé le côté A D en deux également en F, tirez, par le 4. Problême, la ligne F G paralelle & égale à la ligne A E. Enfin tirez E G, vous aurez le rectangle A G égal au quarré.

3. Mais ſi la longueur du quarré-long, qu'on veut être égal au quarré donné L N, étoit déterminée, comme par exemple ici H I, & qu'on voulût trouver le petit ; il faudroit prolonger l'un des côtés du quarré comme K L juſques en P d'une grandeur égale à la ligne H I, & de ce point P tirer une ligne droite par l'angle M, laquelle on prolongera juſqu'à ce qu'elle rencontre K N prolongée en O, la diſtance N O ſera le petit côté du rectangle H R. (Ceci depend des 4. & 16. du 6.)

4. Si on veut que le quarré-long ſoit égal à un paralellogramme oblique tel que B D ou F H, il ne faut qu'abaiſſer, par le 3. Problême, des extremitez de la ligne ſuperieure des perpendiculaires ſur la baſe prolongée ; car elles formeront les rectangles A K & E M égaux à ces paralellogrammes obliques. (Tiré de la 35. du 1.)

5. Mais ſi on vouloit faire un rectangle égal à un Polygone de tant de côtés & ſi irrégulier qu'on voudra, comme à ce Pentagone. On réduiroit premierement cette figure irréguliere en un triangle tel que A B C ainſi qu'il eſt

dit au dernier article du précédent Problême, puis il faudroit faire, par le premier cas de ce Problême-ci, un quarré-long B D égal au triangle.

6. Enfin on fera un quarré-long égal à un cercle, en donnant au petit côté la longueur du rayon & au grand côté la moitié de la circonference.

Problême 38.

Faire un quarré parfait égal à une figure plane quelconque ?

1. Si on veut que ce quarré ſoit égal à un cercle, il faut, par le premier Problême, diviſer ſon diametre A B en 14. parties égales, & au point C de la 11. partie élever, par le ſecond Problême, la perpendiculaire C D, qu'on terminera à la circonference du cercle en D, d'où l'on tirera une ligne droite en B. Si on fait un quarré ſur cette ligne, il ſera égal au cercle. (Suivant la 3. propoſition de la dimenſion du Cercle.)

2. Que ſi on veut le quarré égal à un rectangle B D, cherchez, par le troiſiéme cas du cinquiéme Problême, la ligne C F moyenne proportionnelle entre les côtés B C & C D du rectangle. Si vous faites un quarré C G ſur cette ligne C F, il ſera égal à B D. (Ce qui dépend de la 17. du 6.)

3. Mais ſi on propoſe de faire un quarré égal à un triangle G H I. Réduiſez premierement ce triangle en quarré-long, ainſi que l'enſeigne le premier cas du Problême précédent, après quoi réduiſez ce quarré-long en un quarré, comme il vient d'être dit à l'article précédent.

4. Si l'on veut faire un quarré égal à un paralellogramme oblique. Il faut premierement, par le 4. cas du Problême précédent, le réduire en un rectangle K L, & faire enſuite

un

un quarré égal à ce rectangle, ainſi que l'enſeigne le ſecond cas du préſent Problême.

5. Enfin ſi on veut faire un quarré égal à un Polygone, ſoit régulier, ſoit irrégulier. Réduiſez premierement ce Polygone en un triangle, comme l'enſeigne le 8. cas du 36. Problême; Puis faites un quarré égal au triangle, ainſi que l'enſeigne le 3. cas de ce Problême-ci: ce quarré ſera égal au Polygone.

Remarque.

L'on voit par ce que je viens de dire, que la vraye Méthode de faire un Quarré égal à une figure roule ſur la réduction de cette figure en un Triangle.

Problême 39.

Faire un cercle égal à une figure ſuperficielle?

1. Si c'eſt à un quarré qu'on veut que ce cercle ſoit égal. Il n'y a qu'à diviſer la diagonale B D, du quarré en dix parties égales, & en prendre 4. c'eſt-à-dire B F, pour le rayon d'un cercle, lequel ſera égal à ce quarré, parce que tout cercle dont le diametre contient huit des parties d'une diagonale de quarré diviſée en dix parties égales, eſt égal à ce quarré.

2. Ou bien diviſez le côté d'un quarré en huit parties égales, & en prenez 9. pour le diametre d'un cercle égal à ce quarré. Mais la précedente pratique eſt plus exacte.

3. Que ſi vous voulez un cercle égal à un Triangle ou à un quarré-long, faites premierement un quarré égal à ce triangle ou à ce quarré-long, ainſi qu'il eſt enſeigné au 2. ou 3. cas du Problême précédent; Enſuite de quoi faites un cercle égal à ce quarré, comme il eſt dit au cas cy-deſſus.

4. Enfin ſi on veut un cercle égal à un polygone quel

qu'il ſoit ; il faut en premier lieu, par le 8. cas du 36. Problême, réduire ce Polygone en un triangle, auquel on fera un quarré égal, ainſi qu'il eſt dit au 3. cas du Problême précédent ; Puis on fera, comme il vient d'être enſeigné, un cercle égal à ce quarré.

DE L'AUGMENTATION DES FIGURES.

Problême 40.

Faire un Triangle égal à pluſieurs figures ſuperficielles.

Suppoſons qu'il faille faire un Triangle égal aux trois plans A, B & C, qui ſont un Paralellogramme, un Trapeze, & un Polygone irrégulier.

Réduiſez d'abord chacune de ces figures en un Triangle, ainſi que l'enſeigne les 6, 7, & 8 Cas du 36. Problême, puis mettez tous ces Triangles à la hauteur de l'un d'eux, par exemple, de D E G, comme je l'ai dit au 1. ou 2. cas du 35. Problême ; cela étant fait, comme ces trois derniers Triangles ſont de même hauteur, on n'aura qu'à ajouter leurs baſes en une ſeule E F & tirer des lignes droites du ſommet D, de la hauteur commune aux extremitez de la baſe totale E F.

Problême 41.

Faire un quarré égal à pluſieurs figures ſuperficielles, comme par exemple au cercle A, au triangle B, au rectangle C, & au Polygone irrégulier D.

Pour bien exécuter cette pratique, réduiſez chacune de ces figures en quarré, comme l'enſeignent les 1, 2, 3, & 5. cas du 38. Problême : enſuite de quoi vous ferez un ſeul quarré égal à tous ceux-là, comme il ſuit.

Faites un triangle rectangle E F G, qui ait pour côtés formant l'angle droit F, les côtés des quarrés, égaux au cercle & au triangle : car faiſant un quarré ſur E G, il ſera égal à ces deux figures. Elevez enſuite ſur le bout de G E la perpendiculaire G H égale au côté du quarré fait égal à la figure C. Si vous faites un quarré ſur H E, il ſera égal aux trois figures A B C.

Enfin élevez H I perpendiculaire au bout de E H, que vous déterminerez égale au côté du quarré égal à la figure D. Si vous faites un quarré ſur E I, il ſera égal aux quatre figures données.

Problême 42.

Faire un cercle égal à pluſieurs figures ſuperficielles telles que le quarré F, le trapeze G, le paralellogramme H, & le polygone irrégulier I.

Réduiſez, par le 4. & 5. cas du 30. Problême, ces figures en des quarrés, après quoi vous ferez par le précédent Problême un quarré M N égal à tous ces quarrés, & par conſéquent à ces figures. Si enſuite vous faites, (ainſi que l'enſeigne le 39. Problême,) un cercle égal au quarré total, ce cercle ſera égal aux figures donnees.

DE LA DIVISION DES FIGURES.

Problême 43.

Diviſer un triangle en tant de parties égales qu'on voudra, par des lignes partant d'un point donné ?

1. Suppoſons qu'il faille d'un point d'angle A mener des lignes droites qui partagent le triangle A B C, en quatre parties égales. Diviſez, par le 3. cas du premier Problême, le

côté B C opposé à l'angle A en autant de parties égales qu'on veut que le triangle ait de portions ; puis de ce point A, tirez des lignes droites aux divisions D E F, elles partageront le triangle comme on l'a demandé.

2. Mais si le point, d'où l'on veut que partent les lignes de division, étoit donné sur l'un des côtés, comme ici en K, il faudroit diviser le côté H I, sur lequel est le point donné en autant de parties égales qu'on veut que le triangle ait de portions (par exemple en trois) & des points de division L & M mener, par le 4. Problême, des paralelles à la ligne tirée du point K à l'angle du sommet G, ces paralelles couperont les côtés superieurs en N & O, d'où tirant des lignes droites au point K, elle couperont la figure comme il a été demandé.

3. Enfin si le point, d'où l'on veut que partent les lignes de division, étoit dans le triangle, comme ici en D, il faudroit diviser la base B C, en autant de parties égales qu'on veut que le triangle ait de portions, par exemple en trois ; puis ayant tiré une ligne D A du point donné à l'angle du sommet, menez par les points de division E & F, des paralelles coupant les côtés superieurs en G & H. Si vous tirez des lignes droites de D en E & G, vous aurez le trapeze B E D G pour tiers du triangle A B C, & si vous meniez des lignes droites de D en H & F, le trapeze H D F C seroit le second tiers ; de sorte que le reste, c'est-à-dire, le triangle D E F, avec le trapeze G H seroit le troisiéme. Mais comme ce dernier tiers est composé de deux figures, & qu'il faut qu'il ne le soit que d'une ; faites, par le 1. ou 2. cas du Problême 35, rentrer le triangle D H I égal au triangle D E F, & qui ait pour hauteur la perpendiculaire D K, par ce moyen on aura les trapezes G I, & I E, qui seront chacun le tiers

du triangle. (Cette propoſition dépend des 2. & 3. maximes & de la 37. du 1. & premiere du 6.)

Problême 44.

Diviſer un quadrilatere en tant de parties égales qu'on voudra par des lignes qui partent d'un point donné à volonté.

1. Suppoſons qu'il faille diviſer le trapeze A C en quatre parties égales par des lignes qui partent de l'un de ſes angles B. Réduiſez, par le 7. cas du 36. Problême, cette figure en un triangle B A E, dont vous diviſerez la baſe A E en quatre parties égales, qui eſt autant que vous voulez de portions. Et ayant tiré une diagonale B D, menez par le point H ſa paralelle H I, enſuite de quoi, menez des lignes de B en F en G & en H, elles partageront la figure en quatre parties égales.

2. Que ſi le point étoit donné ſur l'un des côtés, comme en P, du quadrilatere K M. Réduiſez, par le 7. cas du 36. Problême, cette figure en un triangle K L O, dont vous diviſerez la baſe en autant de parties égales que vous voulez de portions (par exemple en trois) & ayant mené des lignes droites du point P à ces diviſions R S, vous tirerez leurs paralelles K T & K V, coupant la baſe en T & V. Si vous tirez des lignes droites de P en V & en T en arrêtant en X, on aura trois portions égales.

3. Enfin ſi le point étoit donné dans la figure irréguliere B D, comme ici en A, il faudroit premierement réduire cette figure en un triangle B C F, comme l'enſeigne le 7. cas du 36. Problême, dont on diviſera la baſe C F en autant de parties égales qu'on veut que le trapeze ait de portions (par exemple ici en trois) puis ayant tiré une ligne

droite de A à volonté en G, prolongez-là juſqu'à ce qu'elle rencontre la baſe en K. Cela fait, réduiſez le trapeze G K D E en un triangle G K L. Or comme ce trapeze ſurpaſſe le triangle G H I (qui eſt le tiers de toute la figure C E) de la valeur des deux petits triangles G H K & G I L, faites-en un autre qui les égale tous deux, & qui n'ait pour hauteur que la ligne tombant de A à plomb ſur la baſe C D, ainſi que l'enſeigne le 2. cas du Problême 35. & portez la baſe de ce nouveau triangle de K en M, d'où vous tirerez une ligne droite en A, afin d'avoir le petit pentagone G A M D E pour un tiers de la figure à partager. Enſuite abaiſſez, par le ſecond cas du Problême 35. le triangle G H I à la hauteur de la perpendiculaire tombant de A ſur C D, & portez la baſe de ce nouveau triangle de M en N ſur la baſe prolongée. Si vous tirez la ligne A N, vous aurez le triangle A N M pour tiers de la même figure à partager. Mais comme il faut faire rentrer le triangle N C O dans la même figure, il n'y a qu'à mener N P paralelle à la ligne C A, laquelle coupera un côté en P. Si on tire la ligne P A, on aura le trapeze A P C M pour le véritable ſecond tiers, & le trapeze P G pour le troiſiéme.

Problême 45.

Diviſer un Polygone de tant de côtés & ſi irrégulier qu'on voudra, en pluſieurs parties égales par des lignes partant d'un point donné à volonté?

1. Suppoſons qu'il faille diviſer le Pentagone irrégulier A B C D E en quatre parties égales par des lignes partant d'un de ſes angles B. Réduiſez, par le 8. cas du Problême 36. ce Polygone en un triangle B C F, dont vous diviſerez la baſe en quatre parties égales aux points G H I, & tirez une

ligne droite de B en G, vous aurez le triangle B C G pour le quart du Pentagone, parce qu'il l'eſt du triangle B C F. Cela fait, tirez la ligne B H, qui donnera le triangle B G H pour un quart du même Pentagone. Mais comme le triangle L D H ſe trouve dehors la figure, faites-l'y rentrer, ce qui eſt facile en tirant H K paralelle à D B. Car menant la ligne B K, on aura le trapeze B G D K pour le ſecond quart; enfin réduiſez le trapeze B K E A en un triangle, dont vous diviſerez la baſe K M en deux également en N. Si vous tirez la ligne B N vous aurez le triangle B K N pour le troiſiéme quart, & le trapeze B N E A ſera le quatriéme.

2. Mais ſi le point étoit donné ſur l'un des côtés, comme en G, de l'exagone irrégulier, on réduiroit premierement ce Polygone en un triangle A H I par le 8. cas du Problême 36. & on diviſeroit la baſe H I en autant de parties égales qu'on voudroit de portions (par exemple ici en 5. en K L M N.) Cela fait: réduiſez, par le ſecond cas du Problême 35, le triangle A H K, qui eſt la 5. partie du triangle total, & par conſéquent du Polygone à diviſer, à la hauteur de la ligne tombant à plomb de G ſur H I, ce triangle ſera le marqué G K O dans la figure ſeparée. Si vous portez la baſe K O de C en O dans la grande figure, & que vous tiriez la ligne G O, vous aurez le triangle G C O pour la 5. partie du Polygone irrégulier.

En ſecond lieu, faites la ligne O P égale à C O, & tirez la ligne G P, afin d'avoir le triangle G O P qui ſeroit auſſi un 5. du Polygone. Mais il faut faire rentrer le triangle R D P dans la figure, en tirant P S paralelle à G D. Car ſi on mene la ligne G S, on aura le trapeze G O D S pour le ſecond cinquiéme.

De plus faites, en prolongeant D E, le triangle G S T

égal au reſtè du Polygone, comme l'enſeigne le 8. cas du Problême 36, & diviſez-en la baſe S T en trois parties égales, qui eſt la quantité de portions qu'il vous faut encore. Si vous tirez une ligne de G en V, qui eſt l'un des points de diviſion, vous aurez le triangle G S V pour un des cinquiémes.

En quatriéme lieu tirez une ligne de G en X, & faites rentrer le triangle Z E X, en tirant X Y paralelle à G E. Car menant une ligne de G en Y, on aura un trapeze qui ſera encore un cinquiéme de toute la figure. De ſorte que le petit Pentagone reſtant ſera l'autre.

3. Enfin ſi le point étoit donné dans le Polygone, comme par exemple en G, & qu'on voulût diviſer la figure en quatre parties égales par des lignes partant de ce point.

Il faudroit réduire, par le 8. cas du Problême 36. ce Polygone en un triangle A H I, dont on diviſera la baſe en quatre également aux points K, L, M, & abaiſſer, par le ſecond cas du Problême 35, le triangle A H K (qui eſt le quart du total A H I égal au Polygone) à la hauteur de la ligne tombant de G ſur la baſe C D, ainſi qu'on le voit à la premiere des deux figures ſéparées: puis on portera la baſe de ce nouveau triangle de C en N dans la grande figure, & l'on tirera la ligne G N afin d'avoir le triangle G C N pour le premier quart du Polygone; cela fait portez la ligne C N de N en O, & tirez la ligne G O pour avoir un triangle, lequel ſeroit auſſi un quart du Polygone. Mais comme il en ſort de la valeur d'un triangle, faites-l'y rentrer en menant O R paralelle à G D, & tirant C R pour avoir un trapeze N R, qui eſt le quart de la figure à diviſer. De plus continuez la ligne D E, & faites le triangle G S R égal au triangle A H K, en abaiſſant ce dernier à la hauteur de l'autre, par le

2. cas

1. cas du 35. Problême, puis faites rentrer le triangle V E S comme il a été dit pluſieurs fois. Si vous tirez la ligne G X, vous aurez la figure X G R E F pour un quart de Polygone; & le reſtant ſera l'autre quart.

Problême 46.

Diviſer un Polygone quel qu'il ſoit par des lignes droites partant d'un point donné dehors cette figure.

Suppoſons en premier lieu qu'il faille diviſer le triangle rectangle A B C en trois parties égales par des lignes droites partant du point D pris à volonté hors cette figure.

Baiſſez de ce point donné la ligne D E perpendiculaire ſur B C prolongée; faites B R égale au tiers de B A, menez la droite R C, vous aurez le triangle R B C pour le tiers du total A B C (par la 1. du 6.) Cherchez, par le troiſiéme cas du 5. Problême, B O moyenne proportionnelle entre B C & B R, puis par le premier cas du même Problême, trouvez B I troiſiéme proportionnelle aux deux lignes B E & B O, & par le troiſiéme cas du même 5. Problême cherchez B K moyenne proportionnelle entre D E & B I, diviſez B I en deux également en S, duquel point comme centre & intervale S B faites un cercle coupant la ligne que vous aurez tiré de K en S au point X. Si vous déterminez B G égale à K X, & que vous tiriez la ligne droite D G prolongée en H, le triangle G B H ſera le tiers du total A B C.

2. Mais ſi le triangle eſt oblique, abaiſſez les perpendiculaires A E & D G, élevant après la perpendiculaire indéterminée B Y, ſur laquelle vous porterez de B en R le tiers de la ligne E A, tirant R 4. paralelle à B E. Si vous tirez 4. C, vous aurez le triangle 4. B C pour le tiers du total A B C, parce que B 4. eſt le tiers de B A (par la 10. du 6.) Cher-

chez, par le troiſiéme cas du Problême 5, la ligne B P moyenne proportionnelle entre B R & B C, & ayant fait A 5. égale à D G, menez la ligne 5. I paralelle à E B. Déterminez enſuite G M égale à 5. I; & par le premier cas du 5. Problême, faites que B O ſoit troiſiéme proportionnelle aux deux lignes B M & B P, après quoi, par le troiſiéme cas du même cinquiéme Problême, vous chercherez B K moyenne proportionnelle entre D G & B O. Partagez B O en deux également en S, d'où comme centre & de l'intervale S B faites un cercle, dont la circonference ſera coupée en X par la ligne tirée de K en S. Prenez la longueur K X, & la portez de B en T, par lequel point T vous menerez T Z paralelle à B E, laquelle coupera A B au point Z. Si du point donné D par Z vous tirez une ligne droite prolongée en H, vous aurez le triangle Z B H pour le tiers du total A B C, & par conſéquent égal au triangle 4. B C.

Remarque.

Quelquefois le point donné ſe trouve diſpoſé de façon qu'il eſt ſur le prolongement d'un des côtés du triangle, & quelquefois la ligne qu'on tire de ce point donné, perpendiculairement ſur un côté prolongé, tombe à l'angle B du triangle ou à un autre; mais toutes ces differences ne font rien à l'eſſentiel de la ſolution de ce Problême, dont je donnerai la demonſtration cy-après, pour en faire voir la certitude, ce qui ſuffira pour ſe convaincre de la verité des autres Polygones, dont je donnerai la diviſion, mais non pas les preuves, de crainte de me rendre ennuyeux; Car après tout, ces propoſitions peuvent arriver dans la pratique, mais elles ne ſont pas ordinaires.

Avertiſſement.

Comme je finiſſois de faire imprimer la page précédente, & que je me diſpoſois d'en faire autant pour la démonſtration que j'y ai promiſe, je me ſuis déterminé de la changer en ce qui ſuit, que je trouve être moins embaraſſant & plus propre à la ſolution du Problême, que j'explique ici pour toutes ſortes de figures. Mais il faut pour cela avoir une connoiſſance exacte des deux Lemmes ſuivans, qui en ſont preſque tout le fondement.

Lemme Premier.

Un point tel que B étant donné à volonté ſur une ligne droite L G, déterminée en L & indéterminée vers G, on propoſe de trouver ſur cette ligne un point D, en ſorte que les parties L B, B D, L D ſoient continuellement proportionnelles, c'eſt-à-dire que le rapport qui ſe trouve entre L B & B D ſoit le même que celui qu'il y a de B D à L D.

Tirez à l'extremité L la perpendiculaire L H égale à L B, & faites un cercle, qui ait pour diametre la même L B, après quoi ayant tiré une ligne, de H paſſant par le centre O & prolongée en I, faites B D égale à H I. Je dis que par ce moyen L B, B D, L D ſont continuellement proportionnelles, ce qui ſe démontre ainſi.

Le reſtangle de H I & H E égalant le quarré de H L (36. 3.) il eſt certain que H E eſt à H L ou ſon égale L B comme la même H L ou L B à H I ou ſon égale B D (14. 6.) & en compoſant (18. 5.) H E plus L B, c'eſt-à-dire H I ou ſon égale B D eſt à L B comme la même B D eſt à L D, ce qu'il falloit démontrer.

Second cas du premier Lemme.

En ſecond lieu on ſuppoſe un autre point que B, tel qu'eſt par exemple C, pris de ſorte qu'au lieu que dans le cas précédent c'eſt L B qui fait la difference d'entre B D & L D. Il faut que dans celui-ci, L C faſſe la difference de C D à L D. Pour y parvenir cherchez H L moyenne proportionnelle entre L B & C L, ainſi que l'enſeigne le troiſiéme cas du 5. Problême; & achevez le reſte comme il a été dit cy-deſſus, excepté que c'eſt C D & non B D qu'on fait égale à H I. La preuve de ceci étant très-ſemblable à la précédente, je ne la donne pas, afin d'éviter les redites.

Second Lemme.

D'un point A donné à volonté ſur l'un des côtés qui forment un angle tel que B C D, mener une ligne droite A E qui forme un triangle A C E égal à un triangle donné F.

Abaiſſez de ce point A une ligne A G perpendiculaire à C D, ſur laquelle vous ferez un rectangle G H égal au triangle F, ainſi que l'enſeigne la (44. du 1.) Si vous portez deux fois G I, baſe de ce rectangle, de C en E, & que vous tiriez la ligne A E, vous aurez le triangle A C E égal au donné F, ce qui eſt évident; car le triangle A C E ayant ſa baſe C E double de celle du rectangle G H, & ces deux figures étant entre les mêmes paralelles, il eſt certain qu'elles ſont égales par conſéquence de la (42. du 1.) de ſorte que ce même triangle A C E ſera égal au donné F par la premiere maxime du 1.

Second cas du ſecond Lemme.

Que ſi le point étant donné dehors l'angle, ainſi qu'on

voit par exemple ici K, lequel eſt dehors l'angle L M N, on propoſoit de tirer une ligne K S faiſant un triangle T M S égal au donné O.

Il faudroit premierement tirer par ce point donné K la ligne K P paralelle à la ligne L M, & continuée juſques à ce qu'elle rencontrât N M prolongée. Après quoi on tireroit, ainſi qu'il a été enſeigné au cas précedent, une ligne K R faiſant le triangle K P R égal au donné O. Puis on détermineroit ſur P N un point S, en ſorte que P R, M S, P S ſoient continuellement proportionnelles, ainſi qu'il eſt enſeigné à l'un des cas du Lemme précédent ſuivant le beſoin. Cela étant bien executé, ſi on tire la ligne K S on aura le triangle T M S égal au donné O, ce que je démontre comme il ſuit. P R, M S, P S étant continuellement proportionnelles, il eſt conſtant que P R eſt à P S en raiſon doublée de P S à M S. Mais comme P R eſt à P S, ainſi le triangle K P R au total K P S. par la 1. du 6. donc ces deux triangles ſeront entr'eux en raiſon doublée de P R à P S. Or par la conſtruction les triangles K P S & T M S ſont ſemblables; donc par la (19. 6.) ils ſeront entr'eux en raiſon doublée de P S à M S, ou comme de P R à M S, à cauſe de la proportion continuë; ainſi le rapport du triangle T M S au triangle K P S ſera le même que du triangle K P R à K P S, d'où je conclus que les triangles K P R & T M S ſont égaux entr'eux, & conſéquemment le triangle T M S eſt égal au donné O, ce qu'il falloit démontrer.

Ces deux Lemmes étant bien entendus, il ſera facile de tirer d'un point donné dehors une figure, une ligne droite, qui retranche par exemple le tiers de ce triangle. Menez en premier lieu une ligne droite de ce point D à l'angle B, qui eſt ſon plus éloigné; ſi cette ligne fait A E ou E C d'un tiers

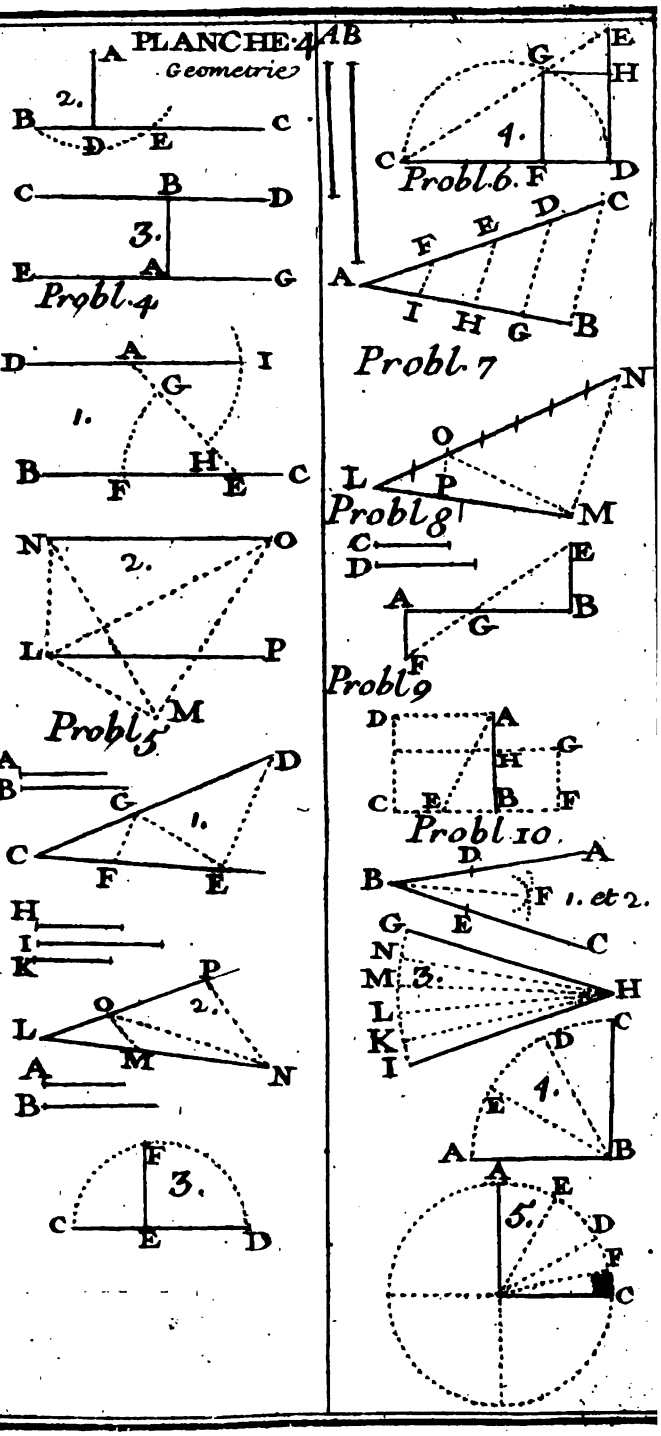
de A C, on aura ce qu'on cherche par la (1. du 6.) Sinon faites A G du tiers de A C, & tirez la ligne G B, afin d'avoir le triangle A B G d'un tiers du total A B C. Après quoi menez du point D une ligne droite D H I, laquelle retranche de l'angle A C B un triangle H C I égal au triangle A B G, ainsi que l'enseigne le second cas du Lemme 2. On aura ce qui est proposé, & dont la demonstration est dans ce second cas.

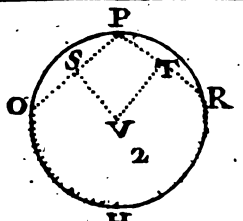
Que si le point D étant donné dehors un paralellogramme, soit rectangle ou oblique, on proposoit d'en tirer une ligne droite qui retranchât telle partie qu'on voudroit de cette figure, comme par exemple le tiers de celle qui est marquée 4. & le quart de celle qui est marquée 5. On n'auroit qu'à diviser le côté I K qui est vers le point donné, en autant de parties égales qu'on veut de portions, de même que son opposé ou paralelle L M, & ayant tiré des lignes ponctuées d'une de ces divisions à l'autre, il n'y a qu'à les partager chacune en deux également en N, par où faisant passer la ligne qui part de D, allant en O, on aura ce qu'on demande. Ce qui n'a pas besoin de démonstration, étant trop évident.

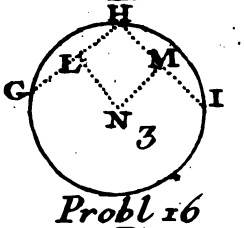
Enfin si le point D étoit dehors un Polygone irrégulier tel que le Pentagone A B C E G, & qu'on proposât d'en tirer une ligne droite D L M, qui retranche de cette figure telle partie qu'on voudra, par exemple ici le tiers.

Réduisez ce rectiligne A B C E G en triangles & en trapezes, par des lignes ponctuées tirées de ce point D aux angles opposez B C E, & faites par les (44. & 45. du 1.) des rectangles de même hauteur qui soient égaux à ces triangles & trapezes chacun à son correspondant. Puis mettez tous ces rectangles d'égale hauteur sur une même ligne

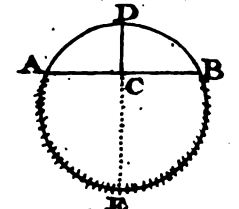
PLANCHE 4
Geometrie



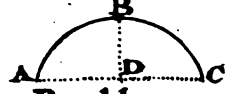




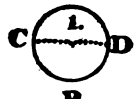
Probl 16



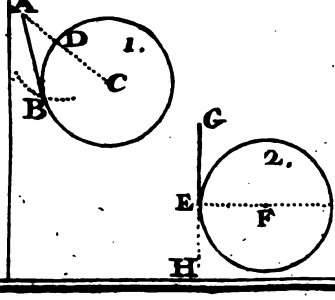
Probl 17



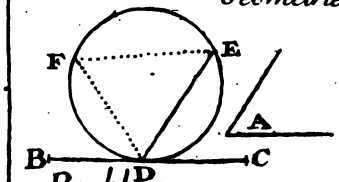
Probl 18



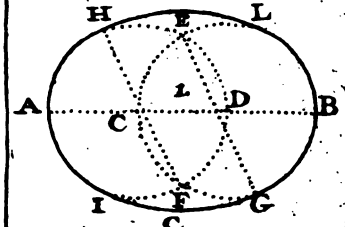
Probl 19

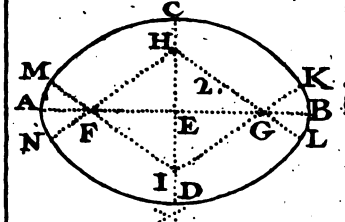


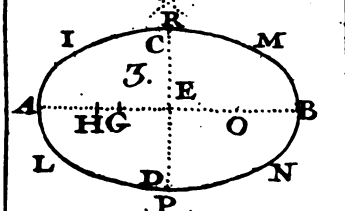
Probl 20 Geometrie

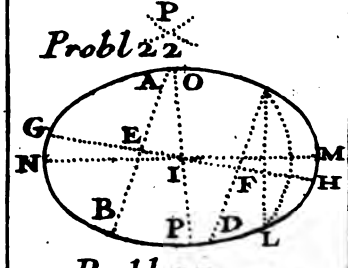


Probl 21



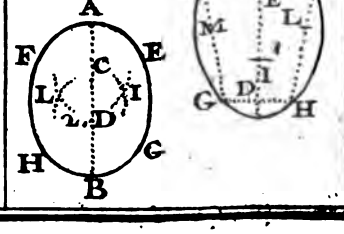


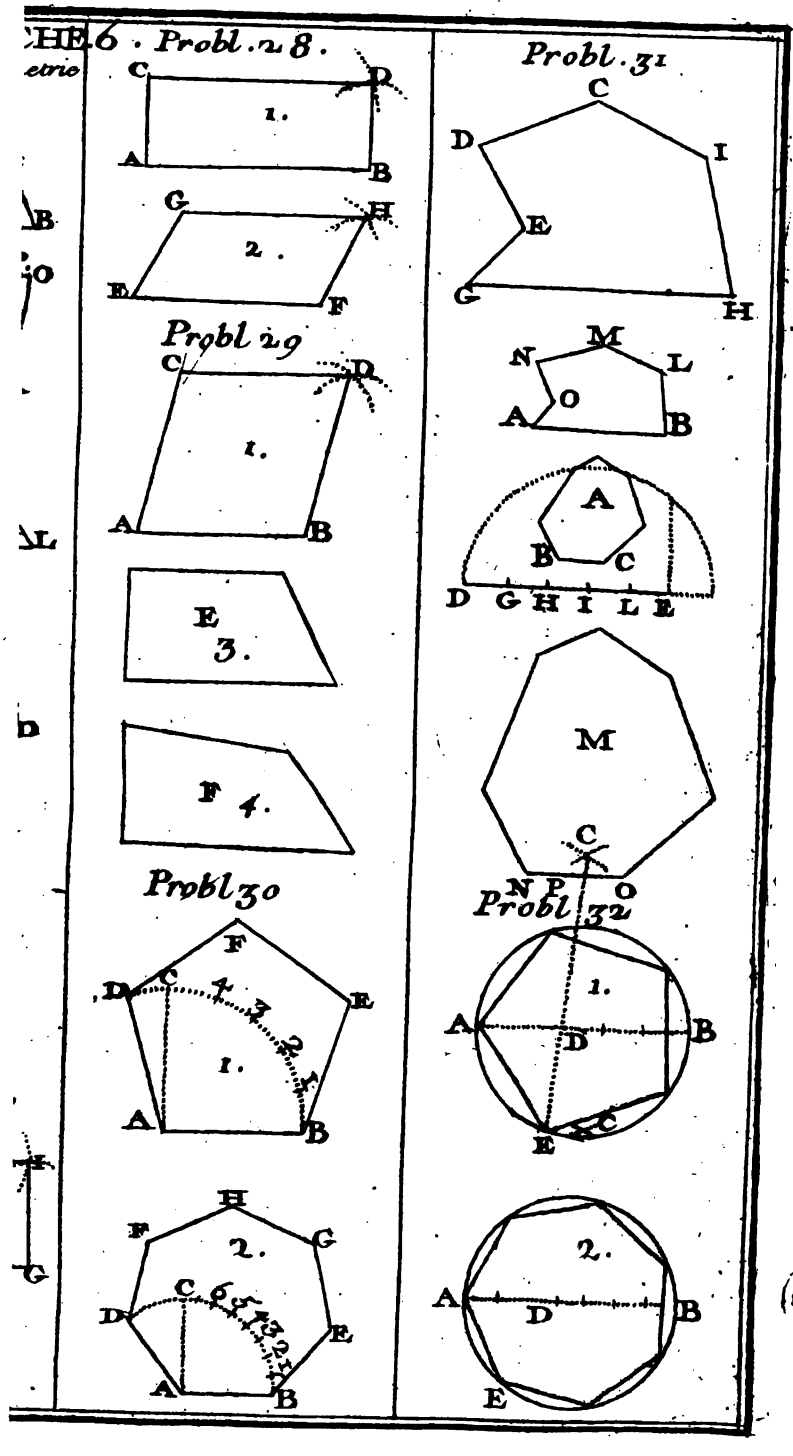


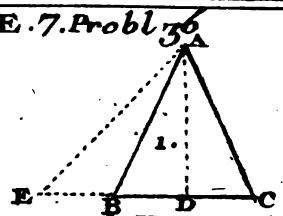


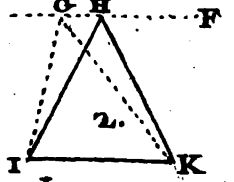
Probl 22

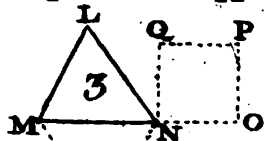
Probl 23

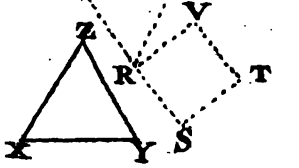


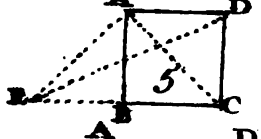

Probl. 29
Probl 30
Probl. 31
Probl 32

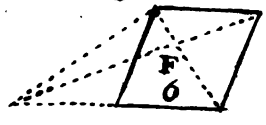


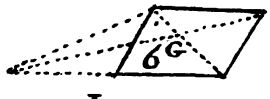


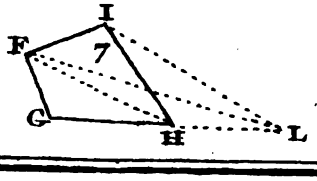


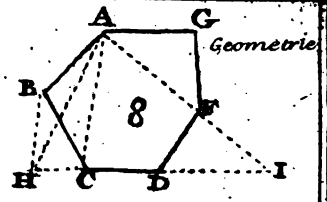




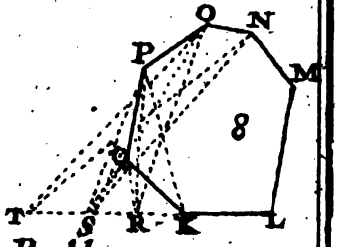




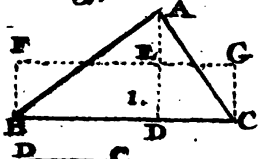


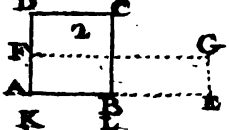


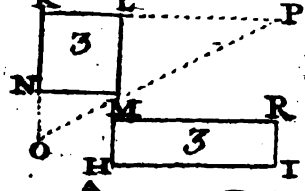
Geometrie

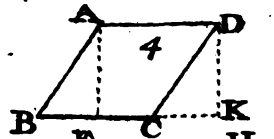


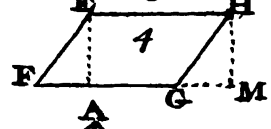
Probl 37











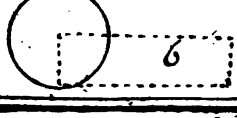
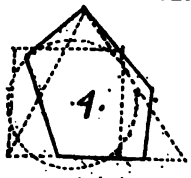
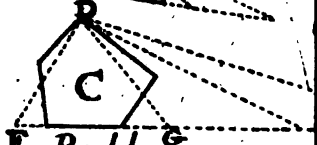


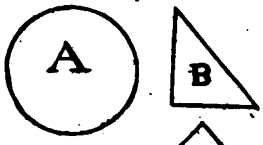
PLANCHE 8

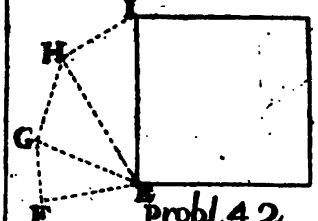


probl 40

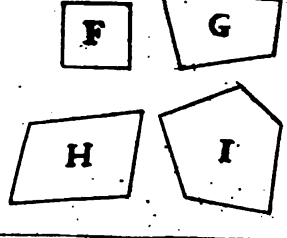


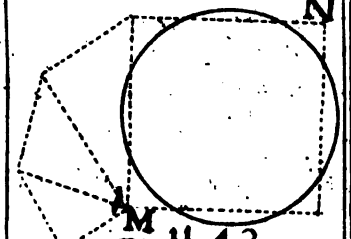
Probl. 41.



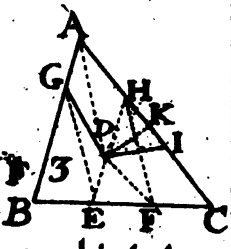


probl 42

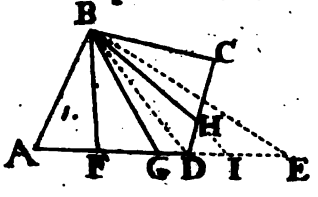




Probl 43



probl 44



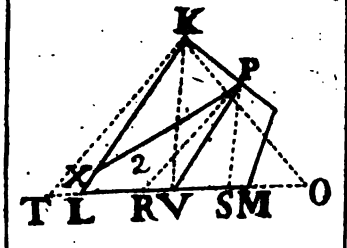
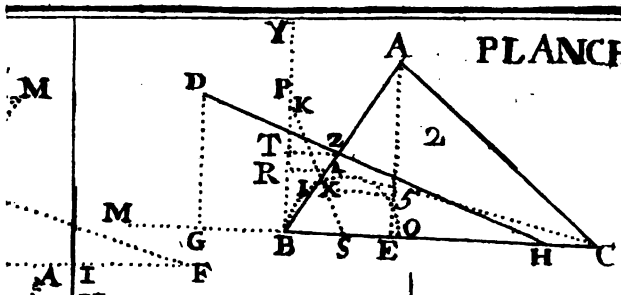
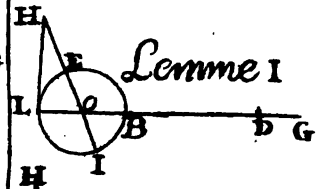


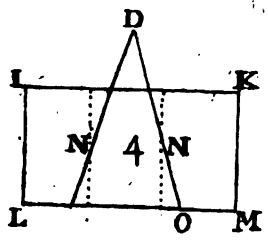
PLANCHE 9

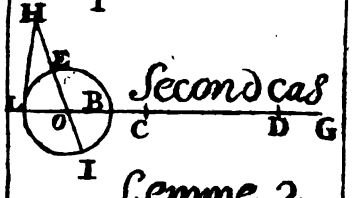
Geometrie





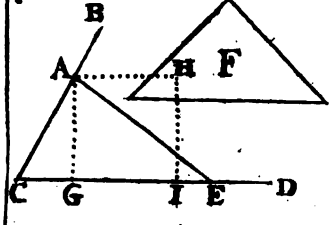
Lemme I

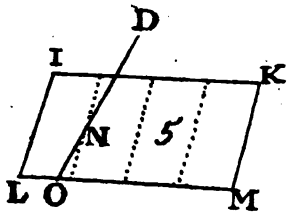


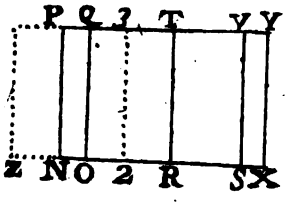


Second cas

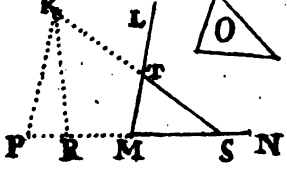
Lemme 2

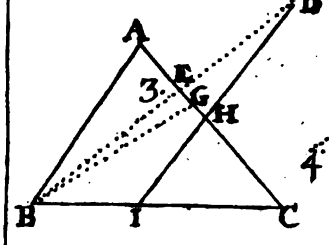


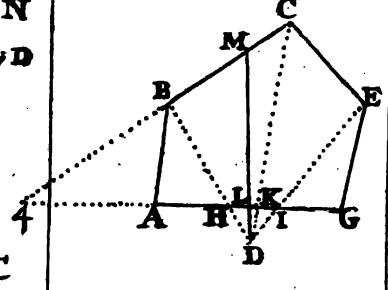




e
2 cas du Lemme 2







droite N X, en ſorte que le rectangle N Q ſoit égal au triangle B A H, & le rectangle O T égal au trapeze C B H K, & ainſi des autres, par ce moyen le rectangle N Y égalera le Polygone donné. Maintenant puiſque nous ſuppoſons vouloir le tiers de la figure donnée A B C E G, prenons N 2. du tiers de la baſe N X du rectangle N Y, & ſi le point 2. tombe ſur l'un des points de diviſion O R S, le Problême ſera réſolu, parce que s'il tomboit, par exemple ſur O, comme N Q ſeroit le tiers de N Y, le triangle A B H ſeroit auſſi le tiers de A B C E G, par la (7. maxime du 1.) ce qui eſt évident.

Mais ſi le point 2. ne tombe pas ſur l'un des points de diviſion de la baſe N X, comme ici où il tombe entre O & R, menez la ligne 2. 3. paralelle à N P, pour avoir le rectangle N 3. du tiers de N Y. Cela poſé: puiſque O R eſt la baſe d'un rectangle O T égal au trapeze B K, & que la ligne 2. 3. que nous venons de tirer paſſe dans le rectangle; il s'enſuit que la ligne de diviſion D L M doit paſſer dans le trapeze B K & le diviſer dans la même proportion que la ligne 2. 3. diviſe le rectangle O T. Il ne reſte donc plus qu'à tirer la ligne de diviſion D L M. Mais il y a deux cas. Le premier eſt lorſque les côtés C B & G A ſont paralelles, & l'autre quand ils ne le ſont pas. Si ces côtés ſont paralelles, faites que comme O R eſt à O 2. ainſi H K ſoit à H L afin d'avoir le point L, par lequel on fera paſſer une ligne partant de D & prolongée en M, ce qui donnera le trapeze A M pour le tiers du Polygone propoſé A B C E G. Que ſi les côtés C B & A G ne ſont pas paralelles, ils concourreront à un point tel que 4. étant prolongez; en ce cas faites ſur N P un rectangle P Z égal au triangle A B 4. ainſi que l'enſeigne la (44. du 1.) après quoi, par le ſecond cas du ſe-

cond Lemme, vous retrancherez de l'angle C 4. G un triangle M 4. L égal au rectangle Z 3. ou à un triangle qui lui ſoit égal, par le moyen d'une ligne partant du point D, & vous aurez ce qui avoit été propoſé, cela eſt très-clair par ce qui a déja été démontré.

Remarque.

Il me paroît que j'ai traité le 46. Probléme aſſez à fonds; pour croire qu'il n'y reſte aucune difficulté, non plus que ſur les autres propoſitions de la pratique du Compas; je finis donc ici le premier Livre, dans lequel je crois avoir marqué tout ce qui eſt néceſſaire pour ce qu'on en doit ſçavoir.

TRIGONOMETRIE

TRIGONOMETRIE RECTILIGNE,
OU
RESOLUTION DES TRIANGLES
RENFERMEZ DE LIGNES DROITES.

LIVRE SECOND.

Définitions.

LA Trigonometrie eſt une Science, qui nous enſeigne la maniere de trouver la valeur de quelques côtés & de quelques angles qui nous ſont inconnus dans un triangle, à l'aide de certaines Tables dreſſées pour ce ſujet, appellées Tables de *Sinus*, *Tangentes*, & *Secantes*, & cela par le moyen de quelques côtés & angles qui nous ſont propoſez dans ce triangle.

Je ne dirai rien ici touchant la nature de ces Tables, ni je n'enſeignerai point la maniere de les dreſſer, parce qu'il y a pluſieurs Livres qui en traitent à fonds; principalement celui que Monſieur Hozannam Profeſſeur en Mathematiques à Paris a fait imprimer depuis quelques années, qui eſt un Ouvrage achevé en cette maniere, & où les Tables dont je viens de parler ſont toutes dreſſées.

Nous avons ſix choſes à conſiderer dans un Triangle, ſçavoir les trois côtés & les trois angles; car à l'égard des trois côtés, il eſt équilateral, ou iſoſcelle, ou ſcalene; & à l'égard des angles, il eſt ou rectangle, ou oxigone, ou enfin ambligone.

1. Il y a trois de ces termes, qui peuvent être donnez de maniere, que par leur moyen on vient à la connoiſſance des trois autres, en ſe ſervant des Tables dont je viens de parler. Mais il faut que dans les trois termes qu'on nous propoſe il y ait au moins un côté, c'eſt-à-dire un côté avec deux angles, ou deux côtés avec un angle, ou bien enfin les trois côtés. Car les trois angles ne ſuffiſent pas pour trouver la valeur des côtés, parce qu'on peut former deux triangles tels que A B C & A D E, dont les angles de l'un, ſoient égaux aux angles de l'autre chacun à ſon correſpondant, ſans que pour cela les côtés du premier ſoient égaux à ceux du ſecond. Il eſt bien vrai qu'on peut trouver la proportion de ces côtés, mais non pas leur juſte valeur.

2. *Arc de Cercle* eſt une partie de la circonference de ce cercle.

3. *Degré* eſt un petit arc de cercle, qui contient la trois-cent ſoixantiéme partie de la circonference.

4. *Minute* eſt un petit arc de cercle, qui contient la ſoixantiéme partie d'un degré.

5. *Valeur d'un arc de cercle*, eſt la quantité de degrez, ou de degrez & minutes que cet arc contient.

6. *Complement d'un arc* eſt ce qu'il faut de ſurplus à cet arc pour achever le quart de cercle: ainſi l'arc F I eſt le complement de l'arc B F.

7. *Suplément d'un arc* eſt ce qu'il faut de ſurplus à cet arc pour achever le demi-cercle; ainſi l'arc F I A eſt le ſuplément de l'arc F B.

8. *Meſure d'un angle*, n'eſt autre choſe que la quantité de degrez ou de degrez & minutes, que l'arc embraſſé par les lignes qui forment cet angle peut contenir. Ainſi l'angle F C B eſt meſuré par la quantité de degrez, ou de degrez & minutes que l'arc F B contient.

9. *Corde* ou *Soutendante* d'un arc, ou bien de l'angle dont cet arc eſt la meſure, n'eſt rien que la ligne droite tirée de l'une des extremitez de l'arc à l'autre extremité; ainſi la ligne droite F G eſt corde ou ſoutendante de l'arc F B G, ou de l'angle F C G, dont cet arc eſt la meſure.

10. *Sinus droit d'un arc*, ou de l'angle dont cet arc eſt la meſure, n'eſt que la ligne droite qui tombe de l'une des extremitez du même arc perpendiculairement ſur le diametre, qui paſſe à ſon autre extremité; ainſi la ligne F H qui tombe de l'extremité F de l'arc F B perpendiculairement ſur le diametre A B, qui paſſe à l'autre extremité du même arc, en eſt le ſinus droit, ou bien de l'angle F C B, dont cet arc eſt la meſure. De même la ligne I C eſt ſinus droit de l'arc I F B, ou de l'angle I C B, dont cet arc eſt la meſure.

Remarque.

Le ſinus droit d'un arc eſt auſſi ſinus de ſon ſuplément au demi-cercle; c'eſt-à-dire de l'arc qui achéve la demi-circonference. Ainſi la ligne droite F H, qui eſt ſinus droit de l'arc F B l'eſt auſſi de ſon arc de ſuplément F I A, ou de l'angle F C A dont cet arc eſt la meſure; ce qui eſt évident par la définition du ſinus droit.

11. *Sinus verſe d'un arc*, ou de l'angle dont cet arc eſt la meſure, eſt la partie du diametre compriſe entre le ſinus droit & l'extremité de cet arc; ainſi la ligne droite ou partie du diametre H B eſt ſinus verſe de l'arc F B, ou de l'angle F C B, dont cet arc eſt la meſure; & la ligne L I eſt auſſi ſinus verſe de l'arc F I.

Remarque.

Le ſinus verſe d'un arc étant joint au verſe de ſon ſuplément

au demi-cercle égale toujours le diametre ; ainſi la ligne B H, qui eſt ſinus verſe de l'arc B F étant jointe à la ligne H A, qui eſt ſinus verſe du ſuplément F I A, égale le diametre A B.

12. *Tangente d'un arc*, ou de l'angle que cet arc meſure, eſt la ligne droite élevée perpendiculairement au bout du diametre, lequel paſſe à l'une des extremitez de cet arc, & prolongée juſqu'à ce qu'elle rencontre le rayon du centre, qui paſſant par l'autre extremité du même arc, eſt auſſi prolongé; ainſi la ligne B E, qui eſt perpendiculaire à l'extremité B du diametre A B, & prolongée juſqu'à ce qu'elle rencontre le rayon C E prolongé, qui paſſe à l'autre extremité F du même arc, eſt la tangente de l'arc F B, ou de l'angle F C B, dont il eſt la meſure.

13. *Secante d'un arc*, ou de l'angle que cet arc meſure, eſt le rayon ou demi-diametre, qui paſſant à l'une des extremitez de l'arc, va étant prolongé, rencontrer la tangente, ainſi la ligne ou rayon C E, qui paſſe par l'extremité F, va étant prolongée, rencontrer la tangente au point E, eſt la ſecante de l'arc F B.

Remarque.

Le ſinus total ou ſinus de l'angle droit, eſt toujours un demi-diametre ; ainſi le rayon I C eſt ſinus droit de l'angle droit I C B, ou bien de I C A, & ce rayon ou ſinus total eſt diviſé dans les Tables, dont je me ſuis ſervi, en 100000000. *de parties égales, afin que les erreurs que j'aurois pû commettre dans les calculs que j'ai faits, ſoient de moindre conſéquence que s'il étoit diviſé en moins de parties égales.*

Avertiſſement.

Je ſuppoſe ici une fois pour toutes, qu'on ſçache que les

trois angles d'un triangle, tel qu'il ſoit, valent deux angles droits; c'eſt-à-dire 180. degrez, ainſi qu'il eſt démontré dans la 32. propoſition du premier d'Euclide.

Theoreme 1.

En tout triangle rectangle l'un des côtés CB, qui forment l'angle droit B, étant pris pour ſinus total, l'autre côté BA devient la tangente de l'angle oppoſé C, ce qui eſt bien évident, car la ligne AB étant perpendiculaire à l'extremité de CB, touche l'arc de cercle BD au ſeul point B (par la 16. du 3.)

De plus en tout triangle rectangle ABC il y a même rapport d'un des côtés BC, qui forme l'angle droit B, à l'autre côté BA, que du rayon CE à la ligne EF tangente de ſon angle oppoſé C, ce qui eſt clair par la 4. du 6. d'Euclide, parce que les deux triangles CBA & CEF ſont ſemblables.

Enfin dans le même triangle rectangle il y a même rapport du côté BC à la diagonale CA, que du rayon EC à la ligne CF ſecante de l'angle C (ce qui ſe prouve par la même 4. du 6.)

Corollaire 1.

Les côtés CB & BA, qui forment l'angle droit B d'un triangle rectangle étant connus, on trouvera l'angle C en diſant par regle de trois:

Si le côté CB 142. toiſes ou piés donnent le côté BA 106. toiſes ou piés, que donnera le ſinus total; c'eſt-à-dire le ſinus de l'angle droit B? La regle de trois étant achevée, il viendra au quatriéme terme la tangente de l'angle C.

Ou bien, ce qui eſt la même choſe, dites par Regle de

trois. Si A B donne B C, que donnera le même ſinus total? La regle faite, il viendra au quatriéme terme la tangente de l'angle A.

Corollaire 2.

En tout triangle rectangle G H I les deux angles aigus G & I étant connus avec l'un des côtés, on trouvera l'autre côté, en diſant par Regle de trois, ſi le ſinus total donne la tangente de l'angle I oppoſé au côté G H, qu'on cherche, que donnera H I, qu'on ſçait être par exemple de 116. piés? La Regle étant faite, il viendra au quatriéme terme la valeur de H G.

Avertiſſement.

Je me ſuis ſervi dans les deux Corollaires précédens des ſinus Logarithmiques *& des tangentes Logarithmiques pour les angles, de même que les nombres Logarithmiques pour les côtés, afin d'éviter la longueur qui eſt néceſſairement attachée aux calculs ordinaires, parce qu'ici au lieu de multiplier & diviſer dans les Regles de trois, on ne fait qu'ajouter & ſouſtraire. J'en uſerai de même aux Corollaires qui ſuivront les trois Theoremes que je vais expliquer. Ainſi, quand je dirai ſi le ſinus droit d'un angle me donne le nombre connu à ſon côté oppoſé, je ſous-entendrai toujours le ſinus Logarithmique de cet angle & le nombre Logarithmique de ce côté.*

Je me ſervirai dans la ſuite en diſpoſant mes Regles de trois, d'une maniere de parler qui pour être fort d'uſage chez les Geometres, ne laiſſe pas d'embaraſſer les commençans, parce qu'ils n'y ſont pas accoutumez: cette maniere de parler eſt de dire par exemple,

Comme le ſinus d'un angle eſt à ſon côté oppoſé, ainſi le ſinus d'un autre angle ſera à ſon côté auſſi oppoſé.

Cela ſignifie la même choſe que de dire: Si le ſinus d'un angle donne la valeur de ſon côté oppoſé, que donnera le ſinus d'un autre angle?

Theoreme 2.

En quel triangle que ce ſoit, par exemple A B C, il y a même rapport du ſinus droit d'un des angles B à ſon côté oppoſé A C, que du ſinus droit d'un autre angle C à ſon côté oppoſé A B; Et enfin que du ſinus droit de l'angle A à ſon côté oppoſé B C.

Pour démontrer ce qui eſt avancé ici: faites du point B, comme centre & de l'intervale B A un arc de cercle A D, & baiſſez la perpendiculaire A E, qui ſera par la 10. Définition de la Trigonometrie, ſinus droit de l'arc A D ou de ſon angle oppoſé B. Cela fait prolongez C A, & determinez C G égale à la ligne A B. Puis du point C comme centre & de l'intervale C G, faites l'arc de cercle G I, & baiſſez la perpendiculaire G H, laquelle ſera, par la même 10. Définition, ſinus droit de l'arc G I ou de ſon angle oppoſé C. Tout cela bien exécuté, je dis que le rapport de A E ſinus droit de l'angle B eſt au côté A C oppoſé au même angle, comme G H ſinus droit de l'angle C eſt au côté A B oppoſé au même angle C.

Car les triangles A E C, & G H C, étant équiangles, il y aura, par la 4. du 6, même rapport de A E ſinus droit de l'angle B à la ligne A C qui lui eſt oppoſée, que de G H ſinus droit de l'angle C à la ligne C G, ou bien A B ſon égale, & qui eſt le côté oppoſé à l'angle C. L'on peut prouver de la même façon, que le ſinus droit de l'angle B eſt à ſon côté

opposé A C comme le sinus de l'angle B A C est à son côté opposé B C.

Remarque.

Non seulement le sinus droit d'un angle est, par ce Theoreme, à son côté opposé, comme le sinus d'un autre angle qui lui est aussi opposé; mais il y a encore, en allant par la 16. du 5. même rapport du sinus droit d'un angle, tel que B, au sinus droit d'un autre angle C, que du côté A C opposé au premier angle, au côté A B opposé au second angle; ou que du sinus de l'angle A à celui de l'angle B, que du côté B C au côté A C; Et en renversant les termes, il y aura aussi même rapport du côté A C au sinus de l'angle B, que du côté A B au sinus de l'angle C, ou que du côté B C au sinus de l'angle B A C.

De sorte que dans un triangle, pourvû qu'on ait deux angles & un côté, ou deux côtés avec un angle opposé à l'un de ces côtez, il sera facile de trouver le reste, comme on le verra aux deux Corollaires suivans.

Corollaire 1.

En tout triangle où l'on connoît deux angles B C avec un côté opposé à l'un de ces angles, ou celui qui est compris entre deux, on trouvera l'autre angle A & les deux autres côtés, de cette maniere.

Ajoutez les deux angles connus B & C en une somme, & ôtez-en le produit 108. degrez 50. minutes de 180. degrez valeur de trois angles d'un triangle; le reste 71. degrez 10. minutes sera pour l'angle A. Puis dites par Regle de trois. Si le sinus droit de l'angle B, qui a 65. degrez 30. minutes donne le côté opposé A C de 486. toises ou piés, que donnera le sinus droit de l'angle A? La Regle étant faite,

faite, il viendra au quatriéme terme la valeur du côté B C. Et ſi vous voulez trouver le côté A B, dites par une autre Regle de trois. Si le ſinus de l'angle B donne le côté oppoſé A C, que donnera le ſinus de l'angle B ? il viendra au quatriéme terme la valeur du côté A B.

Corollaire 2.

En tout triangle dont deux côtés ſont donnez, comme D E & E F avec un angle F oppoſé à l'un de ces côtés, on trouvera les autres angles D & E, & le côté D F de la maniere que voici. Mettez le côté D E qui a ici 78. toiſes au premier terme d'une Regle de trois, & le ſinus de ſon angle oppoſé F qui a 53. degrez 30. minutes au ſecond terme; Et enfin le côté E F qui eſt ſuppoſé de 86. toiſes au troiſiéme terme: La Regle étant achevée, il viendra au quatriéme terme la valeur de l'angle D; ainſi ajoutant les deux angles F & D en une quantité, & l'ôtant de 180. degrez valeur des trois angles d'un triangle, le reſte ſera pour l'angle E; par le moyen de quoi on trouvera le côté inconnu D F, en ſe ſervant de ce qui eſt dit au Corollaire précédent.

Remarque.

S'il y avoit un angle émouſſé au triangle comme l'eſt ici l'angle G, & qu'on dût trouver ſa valeur par la connoiſſance qu'on a de ſon côté oppoſé H I, & du côté G H avec l'angle H, il faudroit dire par Regle de trois. Si le côté G H qui a ici 77. toiſes donne le ſinus droit de l'angle I qui ſe trouve ici de 43. degrez 30. minutes, que donnera le côté H I, qui a 112. toiſes ? Le quatriéme terme donnera le ſinus droit de l'angle I G L ſupplement de l'angle H G I. De ſorte qu'ôtant ce quatriéme terme de 180. le reſte ſera pour l'angle émouſſé

H G I. Ce qui eſt fondé ſur la Remarque, qui ſuit la 10. Définition de la Trigonometrie.

Theoreme 3.

En quel triangle ſcalene que ce ſoit, par exemple E F G, dont les deux côtés E G & E F avec l'angle E renfermé entre deux ſont connus, il y a même rapport de la ſomme de ces deux côtés joints enſemble, à leur difference H F, qu'il y a de la tangente de la moitié des deux angles inconnus F & G à la tangente d'un angle, qui fait la moitié de la difference de ces angles inconnus.

Pour prouver ce qui eſt avancé ici: Faites l'angle K I M égal à l'angle F, & l'angle M I L égal à l'angle G, ainſi que l'enſeigne le Problême 12. & baiſſez, par le 3. Problême, les perpendiculaires K M & L O, qui ſeront par la 10. Définition de la Trigonometrie, ſinus droit de leurs angles oppoſés au point I. Puis ayant tiré la ſoûtendante L K, diviſez, par le 10. Problême, l'angle total I en deux également, par le moyen de la ligne I N qui coupe cette ſoûtendante en deux également & à plomb au point P, ce qui fait que les moitiez K P & L P de cette ligne ſont ſinus droits de leurs angles oppoſez K I N & N I L.

Prenez la diſtance K R & la portez de L en S; puis du point I, comme centre & de l'intervale I P, décrivez un arc de cercle T P V. Or comme la ligne R S eſt la difference qui ſe trouve entre les angles K I M & M I L ou leurs égaux G & F, il eſt évident que P R ſera la tangente de la moitié de cette difference; c'eſt-à-dire de l'angle P I S. Tout ce que je viens de dire étant bien conçû, la demonſtration de ce Théoreme ſera telle.

Les lignes K M & L O ſinus droits de leurs angles op-

poſez au point I, ou de leurs égaux G & F, ont même rapport entr'elles que les côtés E G & E F, qui leur ſont oppoſez (par le Theoreme précédent.) Or les triangles K M R & L O R étant ſemblables, il y aura même rapport de K M à K R, que de L O à L R; Et en raiſon ſemblable, il y a même raiſon de K R à E G, que de L R à E F: De ſorte que les côtés E G & E F joints enſemble feront à leur difference H F, comme les lignes K R & L R jointes enſemble à la leur R S.

De plus les mêmes lignes K R & L R, ou leur égale ſeule K L, eſt à la même R S, comme la moitié K P à la moitié P R: donc il y aura même rapport de E F & E G joints enſemble à leur difference H F, que de K P tangente de K I P moitié des angles inconnus F & G, à R P tangente de l'angle M I N, qui eſt la moitié de la difference de ces mêmes angles, (ce qui dépend des 3. du 3; 4. du 6; & des 11. 18. & 22. du 5.)

Corollaire.

En quel triangle ſcalene que ce ſoit, tel que E F G, dont deux côtés & l'angle E qu'ils renferment ſont connus, on trouvera le reſte qui eſt l'autre côté F G, & les angles F & G, ainſi qu'on le va voir.

1. Mettez la valeur des côtés E F & E G joints enſemble, & qui fait ici 204. toiſes au premier terme d'une regle de trois: mettez la valeur de leur difference I F, qui a ici 14. toiſes au ſecond terme; & ayant ôté l'angle connu E des 180. degrez que le triangle vaut, prenez la tangente de la moitié du reſte; c'eſt-à-dire la tangente de 53. degrez, dont vous ferez le troiſiéme terme. La regle étant achevée, il viendra au quatriéme terme une tangente, dont les degrez

ou degrez & minutes, étant ajoutez à la moitié des angles inconnus F & G, le produit ſera la valeur du plus grand de ces angles, qui eſt ici G; & en étant ôtez, le reſte ſera le petit angle F; de ſorte que le côté F G ſera facile à trouver, en ſe ſervant de ce qui eſt enſeigné au premier Corollaire du Theoreme précédent.

2. Ou bien de l'un des angles, comme G, abaiſſez G H perpendiculaire à ſon côté oppoſé E F, laquelle diviſera le triangle total G E F en deux autres qui ſont rectangles: meſurez exactement E H; puis du quarré de G E ôtez le quarré de E H, le reſtant ſera le quarré de H G, dont vous tirerez la racine quarrée pour avoir la ligne G H. Cela fait, ôtez E H de E F, le reſte ſera pour H F. Ainſi ayant G H & H F avec l'angle droit qu'ils renferment, on trouvera le reſte en ſuivant ce qui eſt dit au premier Corollaire qui ſuit le premier Theoreme.

Theoreme 4.

En tout triangle ſcalene tel que A B D, dont les trois côtés ſont connus, il y aura même rapport du plus grand côté B C à la ſomme des deux autres A B & A C joints enſemble, que de la difference D C des mêmes côtés à la ligne C E, partie de la baſe qui ſe trouve dehors le cercle dont A eſt le centre, & A B petit côté eſt le rayon.

Pour bien prouver cette propoſition; faites du point A comme centre & de l'intervale A B un cercle qui coupe B C en E & A C en D; puis prolongez C A juſqu'à la circonference au point H, & menez, ainſi que l'enſeigne le Problême 19. la ligne C G tangente au cercle.

Demonſtration. Le rectangle compris des lignes C B & C E étant égal à celui des lignes C H & C D, par le Corol-

laire de la 36. du 1. il eſt évident par la 4. du 6. que les côtés de ces rectangles ſeront reciproquement proportionnels ; c'eſt-à-dire que la baſe C B eſt à C H (ſomme des deux autres côtés) comme C D difference de ces mêmes côtés eſt à C E partie exterieure de la baſe, ce qu'il falloit prouver ?

Ou bien autrement : Ayant tiré des lignes B D & E H qui forment les triangles équiangles B D C & H E C, il eſt clair par la 4. du 6. qu'il y aura même rapport de C B à C D, que de C H à C E & en alternant par la 16. du 5. C B ſera à C H comme C D eſt à C E.

Corollaire.

1. Les trois côtés d'un triangle ſcalene tel que A B C étant donnez, on trouvera la valeur des angles en mettant la baſe B C, qui a ici 128. toiſes, au premier terme d'une regle de trois ; la valeur des deux autres côtés A B & A C joints enſemble, c'eſt-à-dire 206. toiſes au ſecond ; & la difference D C des mêmes côtés 18. toiſes au troiſiéme ; car la regle étant faite, il viendra fort près de 29. toiſes au quatriéme terme pour la valeur de C E. Or ôtant ce nombre de 128. il reſtera fort près de 99. pour E B dont le milieu F eſt le point où doit tomber la perpendiculaire partant du point A, ainſi les angles du point F ſeront droits : de ſorte que le triangle A B F étant rectangle, & connoiſſant les côtés A B & B F, on trouvera l'angle B A F en ſe ſervant de la pratique enſeignée au premier Corollaire qui ſuit le premier Theoreme ; & cet angle étant ôté de 90. degrez, le reſte ſera pour l'angle B ; de maniere que connoiſſant les trois côtés & un angle du triangle A B C, on trouvera facilement le reſte en ſe ſervant de la pratique enſeignée au ſecond Co-

rollaire qui ſuit le ſecond Theoreme ; c'eſt-à-dire, que comme A C eſt au ſinus de l'angle B, ainſi A B ſera au ſinus de l'angle C, ou bien comme B C ſera au ſinus de l'angle total A.

2. Si vous aimez mieux la pratique ſuivante, ſervez-vous-en. Abaiſſez A F perpendiculaire ſur B C, & portez B C de F en E, puis ôtez le quarré de A B petit côté du quarré de A C grand côté, & diviſez le reſte par la valeur de la baſe B C, le quotient ſera E C, qui ôté de B C reſtera la valeur de B E, dont la moitié eſt pour B F ; ainſi dans le triangle A B F on connoît deux côtés & l'angle droit, par le moyen de quoi on trouvera le reſte.

3. Ou bien multipliez les côtés qui forment l'angle que vous voulez trouver, l'un par l'autre ; & en ayant doublé le produit, faites-en le premier terme d'une regle de trois ; mettez le ſinus total au ſecond terme ; & ayant quarré les mêmes côtés qui comprennent l'angle cherché chacun ſéparement, ôtez-en le quarré du côté oppoſé à l'angle que vous cherchez, & mettez le reſte de leurs produits joints enſemble au troiſiéme terme ; car la regle étant faite, il viendra au quatriéme terme le ſinus du complément de l'angle que vous cherchez.

4. Si l'angle A eût été émouſſé ; au lieu de dire : comme le côté A B eſt au ſinus de l'angle C, ainſi le côté B C ſera au ſinus de l'angle A, il faudroit dire, comme le côté A B eſt au ſinus de l'angle C, ainſi B C ſera au ſinus de ſupplément C A G, & ayant ôté cet angle de 180. degrez, le reſte ſeroit pour l'angle émouſſé A.

Remarque.

Les Theoremes précedens, ou du moins leurs Corollaires

(qui ne regardent precisément que la pratique) étant bien conçus, il sera aisé de resoudre toutes les questions de Trigonometrie qu'on pourra proposer. J'en explique plusieurs dans les Problémes suivans, & bien que je me sois un peu étendu sur cette matiere, je ne laisse pas d'être court eu égard à la quantité d'opérations que j'y donne. L'experience m'a convaincu que le plus qu'on peut éviter les instrumens Geometriques sur le terrain est toujours le meilleur. Ce n'est pas que je prétende en blâmer l'usage qui peut être bon quand on sçait s'en servir à propos; mais la plûspart de ceux qui mesurent, les sçavent si mal manier, que tout ce qu'ils font est de travers. Les meilleurs sont le cercle, le demi-cercle & la planchette. A l'égard des mesures, comme la toise est la seule dont on se sert dans tous les mesurages qui se font pour les travaux du Roy, & que les Ouvriers & les Entrepreneurs sont obligez de s'y conformer, tant pour éviter la confusion que les malversations, je n'en expliquerai point d'autre; car pour peu qu'on soit versé dans l'art de mesurer, il est facile de réduire toutes les autres mesures à celles-là.

Application de ce qui a été dit SUR LA TRIGONOMETRIE à la pratique.

Problême 47.

Une ligne droite telle que A B étendue sur le niveau de la campagne, & qui n'est accessible que par l'une de ses extremitez A, comme seroit par exemple la largeur d'une riviere, se mesure comme il suit.

1. Plantez le pied de l'instrument Geometrique dont

vous vous ſervez au point A, & l'y diſpoſez de maniere que par les Pinules de l'une des regles vous découvriez la longueur A B de la ligne, & par les Pinules de l'autre regle un point à volonté tel que C, & obſervez quelle eſt la valeur de l'angle A formé par les rayons de ces regles, & que je ſuppoſe ici de 85. degrez ; après quoi laiſſez un piquet ou quelqu'autre marque au point A ; & meſurant bien préciſément la longueur A C qui a dans cet exemple 220. piés ou toiſes ; placez votre inſtrument Geometrique en C, de maniere que par l'une des regles vous voyiez la longueur C A, & par l'autre point B, obſervant la valeur de l'angle C qui eſt ici de 48. degrez 30. minutes ; tout cela bien executé, vous aurez dans le triangle B A C les deux angles A & C avec le côté A C, par le moyen de quoi vous trouverez l'angle B de 46. degrez 30. minutes, & le côté A B de 227. piés ou toiſes & un peu plus, en vous ſervant de la pratique enſeignée au premier Corollaire de la 74. page.

2. Ou bien élevez au point A avec un *Equerre*, ou comme je l'ai dit au troiſiéme ou quatriéme cas du ſecond Problême, la perpendiculaire A E de la grandeur que vous voudrez, comme ici de 35. toiſes, & ayant prolongé la ligne B A vers C, faites avec l'inſtrument Geometrique l'angle A E C égal à l'angle A E B, le rayon viſuel E C ira couper la ligne prolongée en C, & donnera la diſtance A C égale à la ligne A B, (par la 4. du 1.)

Sans Inſtrument Geometrique.

3. Tirez une ligne A C faiſant avec A B un angle tel qu'on voudra, & déterminez cette ligne de la longueur que vous jugerez à propos, comme ici de 40. toiſes, au milieu

D,

D, de laquelle vous mettez un piquet ; puis menez par l'extremité C la ligne CE paralelle à la ligne A B. Si vous prolongez un alignement ſur les points B D, il ira couper la ligne C E au point F, & donnera la diſtance C F égale à la ligne A B. Cette pratique eſt très-facile, principalement ſi vous avez fait les angles A C droits. (Elle dépend de la 26. du premier.)

4. Quand on n'a pas tout le terrain néceſſaire pour faire un ſi grand prolongement, on tire toujours la ligne A C d'équerre à l'extremité A, & on la détermine d'une certaine longueur comme ici de 48. toiſes, après quoi on la prolonge d'une grandeur arbitraire en D, comme dans cet exemple de 21. toiſes ; enſuite de quoi on tire la ligne D E à plomb au point D, & on la prolonge juſqu'à ce que le rayon partant de B & paſſant par C, la vienne rencontrer, ce qui ne peut être qu'au point E. On meſure exactement D E qui a ici 50. toiſes : ainſi on a les triangles C A B & C D E ; de ſorte que par la 4. du 6. il y a même rapport de C D 21. toiſes à D E 50. toiſes que de C A 48. toiſes à A B.

5. Ou bien prolongez B A vers C d'une grandeur à volonté, comme ici de 30. toiſes ; & ayant tiré la ligne C F perpendiculaire à l'extremité C, déterminez-là d'une grandeur arbitraire comme ici de 50. toiſes ; prenez enſuite F D qui a ici 20. toiſes, & tirez D E paralelle à C A, coupant le rayon B F au point E : il y aura par ce moyen même raiſon par la 4. du 6. de F D, 20. toiſes à D E, 30. toiſes, que de F C, 50. toiſes à C B ; de ſorte qu'ôtant de cette grandeur C B la valeur du prolongement A C, le reſte ſera pour A B.

6. Vous pouvez encore executer cette propoſition comme il ſuit. Choiſiſſez un point C, par lequel vous imaginerez un rayon partant de B & prolongé en D d'une grandeur

telle que vous voudrez; après quoi des points C & D tirez des lignes par le point A, que vous prolongerez en G & E d'une moitié, ou d'un tiers, ou d'un quart de C A & A D. Si vous tirez une ligne de E par G, & que vous la continuiez juſqu'à ce qu'elle rencontre B A prolongée en H, vous aurez les triangles ſemblables E A H & D A B: ainſi par la 4. du 6. comme E A eſt à A H, ainſi D A ſera à A B.

7. Autrement. Prolongez la ligne à meſurer en C, & tirez C D faiſant un angle avec elle; après quoi ayant tiré la ligne A B D, menez par le point E milieu de la ligne C D une ligne E H paralelle à C A, laquelle coupera A D en G, & le rayon partant de B pour venir en D au point H. Si on meſure exactement G H, & qu'on en double la valeur, on aura A B.

8. Enfin vous pouvez vous ſervir de la pratique ſuivante; elle paroît un peu compoſée, cependant je m'en ſuis ſervi pluſieurs fois, & je l'ai trouvée juſte. Ce qu'elle a de particulier eſt qu'on n'eſt point obligé de tirer ni de paralelle ni de perpendiculaire, ce qui n'eſt pas un petit avantage ſur le terrain.

Prolongez B A vers C d'une grandeur à volonté comme ici de 31. toiſes, & tirez une ligne C E faiſant avec A C un angle tel qu'on voudra (mais le plus approchant du droit ſera le mieux:) diviſez cette ligne en deux également au point D, d'où vous imaginerez un rayon allant vers B, lequel coupera la ligne tirée de A en E au point F. Si vous portez la diſtance A F meſurée bien exactement de F en H, vous n'aurez qu'à dire par regle de trois; comme E H (difference d'entre A F & F E) eſt à H E, ainſi le prolongement C A ſera à la diſtance cherchée A B, ce qui eſt facile à démontrer en tirant la ligne A G paralelle à C E.

Car les triangles A G F & E D F ayant les angles du ſommet F égaux & les alternes G & D auſſi ; il eſt clair qu'ils ſont équiangles : donc par la 4. du 6, D E ſera à E F comme G A à A F, & en alternant, par la 16. du 5, D E ſera à G A comme E F à A F : or A G eſt paralelle à C D, donc par les 2. & 4. du 6. D C ſera à C B comme G A à A B, & en alternant D C ſera à G A comme C B à A B. Mais il vient d'être démontré que E D, ou ſon égal D C, a même rapport avec G A, que E F avec F A : donc en raiſon ſemblable, par la 11. du 5, E F ſera à F A comme le tout C B à A B, & en diviſant par la 17. du 5, E F moins F A, c'eſt-à-dire E H, ſera à F A comme C B moins A B, c'eſt-à-dire C A, eſt à A B, ce qu'il falloit prouver.

Remarque.

Je néglige pluſieurs autres manieres de réſoudre cette propoſition, qui ſont vrayes dans la ſpeculation, mais difficiles pour ne pas dire impoſſibles dans la pratique, à cauſe des petites baſes de triangle qu'on prend, qui ne ſont d'ordinaire que la hauteur de l'œil.

Probléme 48.

Une ligne droite telle que A B étenduë ſur le niveau de la campagne, & qui n'eſt acceſſible que par ſes extremitez, étant propoſée à meſurer, trouver quelle eſt ſa longueur.

1. Suppoſons que la longueur à meſurer ſoit la diſtance d'entre les deux extremitez d'un bois. Choiſiſſez à la campagne un point C, duquel vous puiſſiez voir A & B & en approcher : Plantez-y le pied de votre inſtrument geometrique, & le diſpoſez de façon qu'avec les regles vous

voyez les points A & B, obſervant quelle eſt la valeur de l'angle C, que je poſe ici de 61. degrez 30. minutes, meſurez bien exactement les lignes C A & C B, dont l'une a ici 1130. pieds & l'autre 990. vous aurez par ce moyen un triangle A C B, dans lequel vous connoiſſez deux côtez & l'angle qu'ils renferment; à l'aide de quoi vous trouverez les autres angles A & B, de même que le côté A B, en vous ſervant de la pratique enſeignée au Corollaire qui ſuit le 3. Theoreme, page 77. c'eſt-à-dire en faiſant que comme la ſomme de deux côtés eſt à leur difference, ainſi la tangente de la moitié des deux angles inconnus ſoit à la tangente de la moitié de leur difference.

Sans inſtrument.

2. Choiſiſſez comme dans la pratique précédente un point C, duquel vous puiſſiez voir les extremitez A & B, de la ligne à meſurer, & ayant prolongé A C vers E d'une grandeur qui lui ſoit égale, prolongez auſſi B C vers D d'une grandeur égale à C B. Si vous meſurez D E, elle ſera égale à A B, (ce qui dépend de la 4. du 1.)

3. Il arrive aſſez ſouvent que le terrain ne permet pas de faire de ſi grands prolongemens; quand cela eſt, faites-le de la grandeur que vous pourrez, comme ici C G de 48. toiſes, & C H indeterminée; puis ayant meſuré C A & C B bien exactement, dites par regle de trois, comme A C 147. toiſes eſt à C G 48. toiſes, ainſi C B 121. toiſes ſera à un nombre C H, de ſorte qu'ayant tiré & méſuré préciſement G H, on dira par une ſeconde regle de trois, comme C G eſt à G H, ainſi C A ſera à A B, qu'il falloit trouver. (Ceci dépend de la 4. du 6.)

4. La méthode ſuivante eſt plus ſûre & moins embarraſ-

ſte. Meſurez comme aux pratiques précédentes les diſtances C A & C B, & prenez ſur l'une d'elles, par exemple ſur C B, une grandeur à volonté C D, qui a ici 26. toiſes; & dites par regle de trois, ſi C B 90. toiſes me donne C D 26. toiſes, que me donnera C A 120. toiſes? La regle étant faite, il viendra C E au quatriéme terme, de ſorte que tirant & meſurant exactement D E (laquelle eſt paralelle à A B, par la 2. du 6.) on dira par une ſeconde regle de trois, Si C D donne D E, que donnera C B? il viendra au dernier terme la diſtance B A (ce qui eſt évident par la 4. du 6.)

5. Enfin, ſi on ne pouvoit pas faire ces prolongemens? on tireroit les lignes A C & B D, perpendiculaires à la ligne A B, ainſi que l'enſeigne le 4. cas du ſecond Problême; & les ayant déterminées égales, on meſureroit la diſtance C D, laquelle eſt égale à A B. (Par la 33. du premier.)

Problême 49.

Une ligne droite tout-à-fait inacceſſible & étenduë ſur le niveau de la campagne, telle que ſeroit A B, étant propoſée à meſurer, trouver quelle eſt ſa longueur.

1. Suppoſons que cette ligne inacceſſible A B ſoit, par exemple, la diſtance d'entre une maiſon & un arbre, qui ſeroient au-delà d'une Riviere, ou bien quelque autre choſe étendue en longueur.

Choiſiſſez deux points tels que C & D, d'où vous puiſſiez réciproquement découvrir les extremitez A & B, & les points C D; puis ayant placé votre inſtrument Géometrique à l'un de ces points comme en C; diſpoſez-le de maniere que vous découvriez les extremitez A, B, obſervant quelle eſt la valeur de l'angle A C B qu'on ſuppoſe ici de

61. degrez, & laiſſant la regle qui regarde A fixe, faites varier celle qui eſt dirigée vers B, juſqu'à ce qu'elle découvre le point D, obſervant quelle eſt la valeur de l'angle ACD, qui a ici 90. degrez, duquel vous ôterez le précédent 61. Le reſte 29. degrez ſera pour l'angle BCD. Cela fait, laiſſez un piquet ou quelque autre marque au point C, en allant en D, meſurez la ligne CD, qui a ici 225. Toiſes, & plaçant l'inſtrument Géometrique au point D, dirigez-en les regles de maniere, que vous découvriez les points B & A, remarquant la valeur de l'angle BDA, qu'elles forment, qui a ici 62. degrez 30. minutes. Puis laiſſant la regle qui regarde B fixe, faites varier l'autre juſqu'à ce qu'elle découvre C, remarquant l'ouverture de l'angle BDC, qu'on ſuppoſe ici de 93. degrez 30. minutes, duquel ôtant le précédent 62. degrez 30. minutes, le reſte 31. degrez ſera pour l'angle ADC. Tout cela bien executé, il eſt conſtant que dans le triangle ACD vous avez les deux angles ACD & ADC avec le côté CD, par le moyen de quoi vous trouverez le côté AD, en vous ſervant de la pratique enſeignée au premier Corollaire de la page 74. De plus, dans le triangle BCD les deux angles BCD & BDC avec le côté CD ſont connus, par le moyen de quoi vous trouverez le côté DB, ainſi que l'enſeigne le même premier Corollaire de la 74. page.

Enfin la valeur des côtés AD & DB, & celle de l'angle ADB étant connuë, comme il vient d'être dit, on trouvera les angles DAB & DBA, de même que le côté AB, en ſe ſervant de la pratique enſeignée au Corollaire de la page 77.

Sans inſtrument.

2. Choiſiſſez un point tel que C, duquel vous puiſſiez voir les extremitez A & B de la ligne à meſurer, & ayant planté pluſieurs piquets en ligne droite, allant de C vers A, & de C vers B, qu'on déterminera ſur le bord de la Riviere ou de l'obſtacle qui empêche d'aller à la ligne à meſurer: cela fait, cherchez les diſtances C A & C B, ainſi que l'enſeigne le 3. le 4. ou le 5. cas du 47. Problême, pages 82. & 83. & prolongez B C en D d'une grandeur qui lui ſoit égale; & A C en E d'une grandeur auſſi qui lui ſoit égale. Si vous meſurez la diſtance D E, vous aurez A B.

3. Si on ne pouvoit pas prolonger les lignes C A & C B, comme cela arrive aſſez ſouvent, il faudroit toujours en trouver la longueur, ainſi qu'il eſt dit aux pages 82. & 83; après quoi on prendroit ſur l'une d'elles, une grandeur à volonté telle que C D, qui a ici 42. Toiſes, & l'on diroit par regle de trois; comme le tout C B 156. toiſes eſt à ſa partie C D 42. toiſes, ainſi le tout C A 213. toiſes ſera à la diſtance C E. Or ayant tiré & meſuré exactement la ligne D E, elle ſera paralelle à la ligne B A, par la 2. du 6. & par la 4. du même, il y aura même rapport de C D à D E, que de C B à B A, qu'il s'agiſſoit de trouver.

4. Vous pouvez encore trouver la longueur inacceſſible A B, de la maniere ſuivante.

Ayez deux longues regles fort droites: attachez-les chacunes par un bout, de maniere que vous les puiſſiez ouvrir & fermer comme il vous plaira; diſpoſez-les au point C, de façon que par le long d'un côté de l'une vous découvriez le point A, & par le long d'un côté de l'autre le

point B ; fixez ces regles à cette ouverture, après quoi cherchez un point tel que D, duquel vous puiſſiez par les mêmes côtez des regles ainſi fixées, voir les points A & B. Cela fait, laiſſez la regle qui eſt dirigée vers B fixe, faites varier l'autre juſqu'à ce que vous découvriez le point C, où vous aurez laiſſé quelque choſe de viſible, afin d'avoir l'angle B D C. Or fixant derechef les regles à cette derniere ouverture, replacez-les au point C, de maniere qu'avec l'une vous découvriez le point A, & que l'autre faſſe un allignement C E. Si en marchant ſur cet allignement C E avec vos regles ouvertes ſelon le dernier angle, vous trouvez un point E, d'où vous voyiez C & B, la diſtance C E ſera égale à la ligne A B.

5. Mais ſi la ligne inacceſſible A B étoit tellement diſpoſée, qu'on pût voir toute ſa longueur, & que d'ailleurs il fût difficile de prendre beaucoup à droit ou à gauche, on diſpoſeroit un inſtrument Géometrique au point C, de maniere que par l'une des regles, on découvrît la longueur C B, & par l'autre un point tel que D faiſant un angle à volonté C, que je poſe ici de 55. degrez 20. minutes, puis meſurant la ligne C D, qui a dans cet exemple 61. toiſes, on diſpoſeroit au point D l'inſtrument Géometrique, en ſorte que par l'une des regles on découvrît le point C, & par l'autre le point A, remarquant l'angle C D A, qui a ici 74. degrez, & faiſant varier la regle qui eſt dirigée vers A, juſqu'à ce qu'elle découvre B ; voyez quelle eſt la valeur de l'angle C D B, qui eſt dans cet exemple de 98. degrez, dont ôtant le précédent, il reſtera 24. pour A D B. Tout cela bien executé, on aura deux angles & un côté dans le triangle A C D, par le moyen de quoi on trouvera le côté A D, & l'angle D A C, lequel

ôté

ôté de 180. degrez, le reſte ſera pour l'angle émouſſé D A B. (Par la 13. du premier) de ſorte que dans le triangle D A B, ayant deux angles & le côté A D, on trouvera le côté A B : ou bien trouvez le tout C B, & ôtez-en C A, le reſte ſera A B.

6. Enfin s'il arrivoit que non-ſeulement la ligne A B fût inacceſſible dans toute ſon étenduë ; mais encore que d'un même point on ne pût pas découvrir ſes extremitez, il faudroit pour la meſurer, choiſir deux points C & D, afin de former un triangle A C D, avec un inſtrument Géometrique, dont on meſureroit les angles C & A D C, avec le côté C D, par le moyen de quoi on trouveroit A D, ainſi que l'enſeigne le premier Corollaire de la page 74.

Si enſuite on choiſit un point tel que E, duquel l'on puiſſe voir les points D & B, & former l'angle A D E, & meſurer la ligne D E, il eſt certain qu'on aura deux côtez, & l'angle renfermé entre deux, dans le triangle A D E, à l'aide dequoi on trouvera A E, comme il eſt dit au Corollaire de la page 77.

Formez après cela le triangle B E F, dont vous aurez les deux angles F & B E F, avec le côté E F ; ce qui vous donnera lieu de trouver E B. Or dans le triangle A E B l'on connoît les côtez A E & B E, outre qu'on peut aiſément prendre l'angle A E B, ainſi l'on trouvera les autres angles & le côté A B, comme l'enſeigne le Corollaire de la page 77.

Probléme 50.

La longueur d'une ligne droite, telle que A B, élevée à plomb ſur le niveau de la campagne ou le rez de chauſſée ſe trouve comme il ſuit.

1. Suppoſons par exemple, que cette ligne ſoit la hauteur perpendiculaire d'une tour ou d'un clocher ; choiſiſſez un point tel que C ſur ce niveau de la campagne, & y diſpoſez votre inſtrument Géometrique de maniere qu'étant fort près de terre, vous puiſſiez par les pinules de l'une des regles voir le ſommet A, & par celles de l'autre le pié B de la même ligne à meſurer, obſervant quelle eſt la valeur de l'angle C, que je ſuppoſe ici de 50. degrez 30. minutes : meſurez enſuite bien exactement la ligne C B, qui a ici 84. piés. Or la ligne B A, étant perpendiculaire au rez de chauſſée, fait l'angle B droit, ainſi dans le triangle A B C, on connoît deux angles & un côté ; à l'aide de quoi on trouvera le reſte, ou du moins la ligne B A, en ſe ſervant de la pratique enſeignée au premier Corollaire de la page 74.

2. Ou bien ayez une équerre de bois, dont les branches ſoient égales & un peu longues ; & vous reculant ſur le niveau de la campagne B C, diſpoſez cette équerre de façon que par le long de l'une des regles vous voyiez le point B, & que l'allignement qui part de A pour venir en C, paſſe par le bout D de l'autre branche. Si vous meſurez exactement C B, cette grandeur ſera égale à la hauteur B A. (Par la 6. du 1. & 4. du 6.)

Sans inſtrument.

3. S'il fait ſoleil, plantez un long bâton fort droit, & dont vous connoiſſiez la longueur, le plus à plomb que vous pourrez : Et ayant meſuré avec beaucoup de préciſion l'ombre du bâton, de même que celle de la hauteur à meſurer, dites après cela par regle de trois, comme l'ombre du bâton, que je poſe ici de 15. piés eſt à la hauteur

du même bâton qui a 18. piés; ainſi l'ombre B C de 46. piés ſera à la hauteur B A. (de la 4. du 6.)

4. Ou bien plantez un bâton long & droit le plus à plomb que vous pourrez à un point C pris ſur le niveau de la campagne, & vous prolongeant d'allignement ſur B C, faites enſorte qu'en mettant votre œil contre terre le rayon qui part de A, paſſant par le bout F du bâton vienne à votre œil en E : Cela bien executé, dites par regle de trois, il y a par la 4. du 6. même rapport de E C à la longueur du bâton C F, que de E B à la hauteur B A.

5. Les deux pratiques précédentes ſont fort juſtes quand on prend un peu garde à ce que l'on fait : Mais la ſuivante eſt plus curieuſe que juſte : auſſi ne la donne-je ici que par maniere d'acquit, ne conſeillant pas à perſonne de s'en ſervir.

Placez un miroir bien de niveau à un point tel que C, pris ſur le rez de chauſſée, & vous reculant ſur l'allignement B C vers D, faites enſorte que vous tenant bien droit, vous découvriez dans le miroir le ſommet A de la hauteur; après quoi meſurez exactement C D, c'eſt-à-dire la diſtance d'entre vos piés & le centre du miroir, & faites une regle de trois dont C D ſoit le premier terme, votre hauteur D E le ſecond, & la diſtance C B le troiſiéme; il viendra B A au quatriéme. (Tiré de la 4. du 6.)

Problême 51.

Une ligne droite inacceſſible & élevée à plomb telle que A B, étant propoſée, trouver quelle eſt ſa longueur.

1. Suppoſons que cette ligne ſoit par exemple, la hauteur d'un clocher, duquel on ne peut approcher; choiſiſſez un point C ſur le rez de chauſſée, duquel vous puiſ-

ſiez voir les extremitez A B ; diſpoſez votre inſtrument géometrique à ce point, de maniere que par l'une des regles, vous voyiez le point B, & par l'autre le ſommet A, remarquant la valeur de l'angle A C B, que je ſuppoſe ici de 57. degrez ; ſi on ôte ce nombre de 180. degrez, le reſte 123. ſera pour l'angle du ſuplément A C D. Cela fait, prolongez-vous ſur l'allignement B C vers D d'une grandeur à volonté, comme ici de 126. toiſes, & diſpoſez votre inſtrument géometrique au point D, de maniere que par l'une des regles vous découvriez B ou C, & par l'autre le ſommet A, remarquant la valeur de l'angle D, qui a ici 32. degrez 30. minutes. Cette conſtruction étant bien executée, vous aurez dans le triangle A C D deux angles & le côté C D, par le moyen dequoi vous trouverez A C, ainſi que l'enſeigne le premier corollaire de la page 74. De plus l'angle du point B étant droit, on aura deux angles & un côté dans le triangle A B C, à l'aide de quoi on trouvera B A, comme l'enſeigne le premier corollaire.

Sans Inſtrument.

2. Plantez un long bâton bien droit & à plomb à ce point C, & vous reculant d'alligement, mettez votre œil contre terre, enſorte que le rayon qui part du ſommet A, & paſſe par le bout D, du bâton, vienne à votre œil, ce qui ne ſe peut qu'au point E : meſurez exactement la longueur C E : cela fait, reculez-vous d'allignement, & plantez votre bâton, ou un qui lui ſoit égal, ſur ce prolongement à un point tel que F, & plaçant derechef votre œil contre terre, reculez-vous juſqu'à ce que vous découvriez juſtement le ſommet A & le bout G du bâton, c'eſt-à-dire que ces deux points & votre œil ne faſſent qu'une ligne, ce

qui ne ſe peut que du point H : meſurez bien préciſément la diſtance F H ; puis dites par regle de trois ; comme la difference des lignes C E & F H qui eſt ici de 10. piés, eſt à la diſtance C E ſeule de douze piés ; ainſi la diſtance E H d'entre les deux obſervations ſera à la diſtance E B ; ainſi les triangles D C E & A B E étant équiangles, on dira par une ſeconde regle de trois, Si E C donne C D, que donnera E B ? le quatriéme terme de cette regle ſera B A, qui étoit propoſée à meſurer.

3. Ou bien ſervez-vous de la pratique ſuivante, ſi vous la trouvez à votre goût : à mon égard je ne voudrois pas m'en ſervir.

Placez un miroir bien de niveau au point C, & vous reculant ſur l'allignement B C, faites qu'étant bien droit ſur vos piés, vous découvriez dans le miroir le ſommet A de la hauteur, & meſurez exactement la diſtance C D, qui eſt entre le centre du miroir & vos piés ; cela fait, choiſiſſez un point tel que F ſur le même allignement prolongé, & y plaçant le miroir bien de niveau, reculez-vous directement vers G, enſorte qu'étant bien droit ſur vos piés vous découvriez dans le miroir le ſommet A de la hauteur, & meſurez bien exactement la diſtance F G : cette conſtruction ſuppoſée, faites une regle de trois, dont la difference qui ſe trouve entre C D & F G ſoit le premier terme ; la ligne C D ſoit le ſecond ; & C F ſoit le troiſiéme ; car il viendra au quatriéme terme la diſtance C B ; puis dites, comme C D eſt à D E, ainſi C B ſera à B A, que l'on cherchoit.

4. La hauteur perpendiculaire d'une montagne ſe trouve par le premier cas de ce Problême ; car on choiſit dans la raſe campagne un point tel que C, où l'on place un inſ-

de la muraille A B, obſervant la valeur de l'angle A, qui a ici 46. degrez 30. minutes : meſurez enſuite exactement la hauteur A B ſoit avec une corde, au bout de laquelle il y aura un plomb, ſoit autrement ; & poſé que cette ligne ait 89. piés, vous aurez deux angles A & B avec le côté A B, par le moyen de quoi vous connoîtrez B C, ainſi que l'enſeigne le premier corollaire de la page 74.

2. Que ſi la longueur de la ligne ne venoit pas juſqu'au pied de la tour, ainſi qu'on voit ici C D, il faudroit en ce cas chercher toute la longueur B D qu'on trouvera de la maniere qui eſt expliquée à l'article précédent, & qui a ici 118. toiſes, de laquelle on ôtera B C de 44. toiſes, qu'on trouvera de la même façon, le reſte 74. ſera pour C D.

3. Ou bien, prenez l'ouverture des angles B A C & B A D ; & ayant cherché la tangente de leur difference, c'eſt-à-dire de l'angle C A D, faites une regle de trois, dont le ſinus total ſoit le premier terme, cette tangente ſoit le ſecond ; & la hauteur B A le troiſiéme ; la regle étant finie, il viendra C D au quatriéme terme.

4. s'il arrivoit que la ligne à meſurer, au lieu de s'étendre ſur le niveau de la campagne, s'élevât à plomb auſſi bien que la tour ou clocher ſur lequel on eſt placé, comme dans cet exemple, il faudroit trouver la valeur de l'angle B A C & la hauteur A B ainſi qu'il a été dit au premier cas de ce problême. Or comme l'angle B eſt droit, on trouvera facilement A C : cela fait, trouvez la valeur de l'angle C A D, & comme les deux lignes A B & C D ſont perpendiculaires au rez de chauſſée, elles ſeront paralelles entr'elles ; ainſi les angles alternes B A C & A C D ſeront égaux, de ſorte que vous connoîtrez les angles D A C & A C D avec

avec le côté A C, par le moyen de quoi vous trouverez C D, ainſi que l'enſeigne le premier corollaire de la page 74.

Problême 54.

La longueur d'une ligne droite, abaiſſée à plomb au-deſſous du niveau de la campagne du rez de chauſſée ſe trouve comme il ſuit :

1. Suppoſons que la profondeur abaiſſée perpendiculairement deſſous le niveau de la campagne, & propoſée à meſurer, ſoit un puits repreſenté par A B : diſpoſez un inſtrument géometrique à l'extremité C du diametre A C, de maniere que l'une des regles ſoit dirigée ſuivant ce diametre, & l'autre découvre le fonds B du puits, remarquant la valeur de l'angle C, que je poſe ici de 74. degrez. Or comme l'angle A eſt ſuppoſé droit, nous aurons deux angles & le côté A C, de 7. piés ; par le moyen de quoi on trouvera A B. Cette propoſition eſt vraye dans le principe, mais difficile à exécuter, à cauſe de la baſe qui n'eſt que le diametre du puits.

Sans Inſtrument.

2. On pourra trouver la même profondeur, en prolongeant A C d'une grandeur à volonté, au bout D de laquelle on plantera un bâton bien droit & à plomb, tel que D E, imaginant un rayon qui partant de B paſſant par C, vienne rencontrer ce bâton au point E : par ce moyen nous aurons les triangles ſemblables C D E & C A B, de ſorte qu'il y aura même rapport de C D à D E ; que de C A à A B.

Mais, à parler de bonne foi, ces deux méthodes ne

valent gueres mieux l'une que l'autre dans l'uſage ; auſſi les voudrois-je éviter & me ſervir de celle qui ſuit, qui eſt plus ſûre & plus facile. Je ſçai que Meſſieurs les Géometres ſcrupuleux, ou pour mieux dire accoutumez aux principes rigides, trouveront cette pratique bien méchanique : Mais il s'agit de meſurer au juſte la longueur d'une ligne, & je crois que la maniere la plus courte & la plus facile eſt celle dont on ſe doit ſervir.

3. Attachez une bale de plomb ou une pierre au bout d'une corde ou d'une ficelle, & la faites deſcendre juſqu'à ce qu'elle arrive au fonds du puits ou de la profondeur que vous devez meſurer, ce qui ſera facile à connoître en tirant doucement la ficelle : car lorſque vous commencerez à ſentir de la peſanteur, c'eſt une marque que la balle ou la piere quitte terre ; meſurez enſuite exactement la longueur qu'il y a depuis le bout d'enhaut de cette ficelle, juſqu'au bout d'enbas, & vous aurez ce que vous cherchez.

Problême 55.

La hauteur d'une nuë peut ſe trouver de la maniere ſuivante.

Ayez des inſtrumens géometriques & deux perſonnes pour faire l'opération néceſſaire ; & ayant choiſi un terrain diſpoſé de façon que les deux obſervateurs qui ſeront par exemple en A & en B, ſe puiſſent réciproquement voir, & découvrir auſſi le point C, qui eſt l'endroit de la nuë dont ils ſeront convenus, comme ſera par exemple la partie la plus avancée vers l'une des quatre Regions du monde, ou la plus lumineuſe, ou enfin la plus obſcure, & ayant diſpoſé en A & B les inſtrumens géometriques, il

faut que les obſervateurs (au ſignal qu'on leur fera) prennent l'un la valeur de l'angle A, & l'autre la valeur de l'angle B; enſuite qu'ils meſurent exactement A B : Par ce moyen on aura les angles A & B, avec le côté A B; à l'aide de quoi on trouvera A C & B C. De plus, puiſque c'eſt la hauteur à plomb qu'on cherche, il eſt certain qu'elle doit faire un angle droit avec le rez de chauſſée, ainſi dans le triangle C D A nous aurons le côté A & C & les angles A & D; par le moyen de quoi on trouvera C D, comme l'enſeigne le premier corollaire de la page 74.

Problême 56.

Par le moyen d'une Pendule trouver la diſtance qu'il y a entre deux lieux conſiderablement élòignez l'un de l'autre, mais qui peuvent ſe découvrir réciproquement, comme pourroient, par exemple, être le Château de Saint Germain en Laye & la Baſtille de Paris.

1. Choiſiſſez le ſoir d'un jour de réjoüiſſance, où d'ordinaire on tire du canon à la Baſtille, & diſpoſez bien de niveau une Pendule ſur une fenêtre ou ſur une terraſſe du Château de Saint Germain; comptez enſuite bien exactement les mouvemens ou vibrations du balancier de la Pendule, qui ſe font dans l'intervale de temps qu'il y a entre l'inſtant qu'on voit le feu de l'amorce, & que le bruit du coup vient frapper votre oreille : or je ſuppoſe ici que ce nombre de vibrations ou battemens ſoit de 54. Cela fait, envoyez tirer un coup de mouſquet ou de fuſil, dans un endroit, d'où vous puiſſiez facilement meſurer la diſtance juſqu'à vous, qui ſera par exemple ici de 715. toiſes; comptez exactement la quantité de vibrations que le balancier fait, dans l'intervale de temps qui ſe paſſe depuis que vous

voyez le feu de l'amorce juſqu'à ce que le bruit du coup vienne à vous, lequel nombre de battemens ſera par exemple ici de cinq. Cela exécuté bien ponctuellement, faites une regle de trois, dont le premier terme ſoit les 5. vibrations, & le ſecond ſoit les 715. toiſes, & enfin le troiſiéme ſoit les 54. vibrations. Cette regle étant achevée il viendra 7722. toiſes pour la diſtance cherchée. Cette pratique paroît n'être pas fort exacte & plus curieuſe qu'utile; cependant ſi on exécute bien ce qui eſt propoſé, elle ſera pour le moins auſſi juſte que les opérations de Trigonometrie, où l'on eſt obligé de ſe ſervir d'inſtrumens géometriques.

2. On ſe fonde ſur le même principe, pour trouver la diſtance qu'il y a entre un lieu déterminé & l'endroit où ſe forme l'éclair du tonnerre; car comptant les vibrations que le balancier fait, entre les momens que l'éclair paroît & qu'on entend le bruit du tonnerre; puis faiſant, ainſi que je l'ai déja dit, tirer un coup de mouſquet ou de fuſil dans un endroit où l'on puiſſe facilement meſurer l'étenduë, & comptant très-exactement les vibrations que le balancier fait, entre les momens que le feu prend à l'amorce & que le bruit du coup de cette arme à feu vient à vous : Si on fait après cela une regle de trois dont les termes ſoient diſpoſez comme à l'article précédent, l'on aura au quatriéme la diſtance cherchée.

Problême 57.

Méthode exacte & juſte pour diſpoſer ſur une carte géographique les principaux lieux qui y doivent être marquez.

Je ſuppoſe ici qu'on veüille diſpoſer ſur un plan géographique, pluſieurs Bourgs & Villages ſuivant leur ſitua-

tion & leur éloignement l'un de l'autre, afin de marquer enſuite plus facilement ſur ce même plan, les montagnes, les ruiſſeaux, les prez, les bois, &c.

La premiere choſe qu'on doit faire pour en venir facilement à bout, c'eſt de choiſir deux endroits tel que A & B, d'où l'on puiſſe découvrir tous les Bourgs & Villages qu'on veut placer ſur la carte, & que réciproquement ces deux endroits A & B ſe voyent l'un l'autre, ce qui étant fait, on meſurera la diſtance A B le plus préciſément qu'on pourra, & cela actuellement par le moyen d'une meſure connuë: or je ſuppoſe que cette diſtance A B ſoit de 1758. toiſes; car plus elle eſt grande, plus l'opération eſt juſte; il faut enſuite diſpoſer l'inſtrument géometrique (ſur lequel on aura mis une lunette d'aproche, pour mieux découvrir les objets) au point A, de maniere que l'une des regles étant dirigée le long de A B, l'autre puiſſe être variée ſur tous les Bourgs & Villages, obſervant la valeur des angles que les rayons partant de A, pour aller à ces lieux font avec la ligne A B; & ayant marqué tout cela ſur un papier, on ira à l'extremité B, où l'on fera la même choſe qu'en A, afin d'avoir la valeur des angles formez par la baſe B A & les rayons partant de B, pour aller ſucceſſivement à ces mêmes lieux, marquant auſſi ces angles ſur un papier. Tout cela bien exécuté, il eſt certain qu'ayant tiré une ligne ſur le papier où l'on veut dreſſer la carte, à laquelle ligne on donne autant de parties d'une échelle que la ligne A B contient de toiſes, & qu'enſuite on faſſe aux extremitez de cette ſeconde ligne des angles égaux à ceux qui ſont formez par les rayons & par A B, les croiſemens des lignes qui forment ces angles, donneront la place du lieu propoſé. Je ne crois pas qu'il ſoit néceſſaire de s'étendre davan-

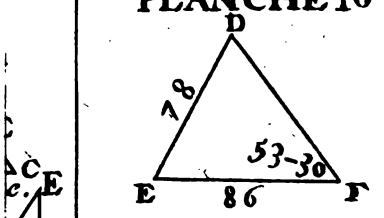
tage ſur ce problême, parce que n'étant qu'un compoſé de ceux que j'ai donnez pour ſolution des triangles, on ne ſçauroit les bien entendre qu'en même-temps celui-ci ne ſoit facile.

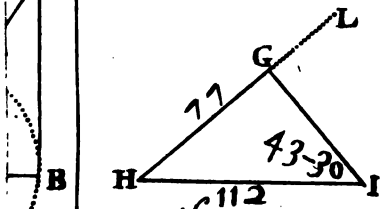
Remarque.

Si on uſoit de la planchette dans cette opération, on feroit beaucoup mieux, parce qu'ayant tiré une ligne droite deſſus, relative à la ligne A B, il n'y auroit après cela qu'à tirer des rayons le long de la regle qui vous ſert à borneyer, & par ce moyen votre carte ſeroit toute dreſſée.

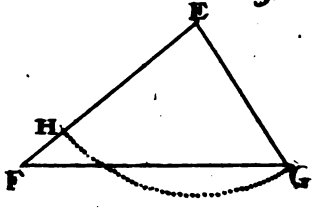
Je finis ici la Trigonometrie, ſur laquelle il paroît que je me ſuis beaucoup étendu, cependant il y a une très-grande quantité de propoſitions que je n'explique pas, à cauſe que roulant ſur les mêmes principes que celles que j'ai données dans ce Livre; ceux qui les auront bien conçûës mettront facilement en uſage les autres.

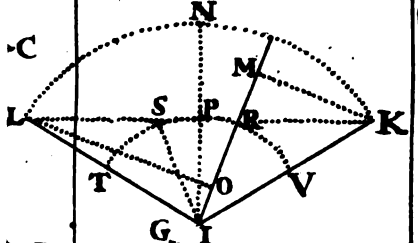
PLANCHE 10

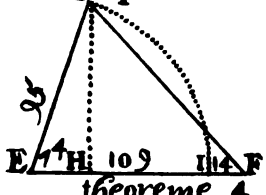




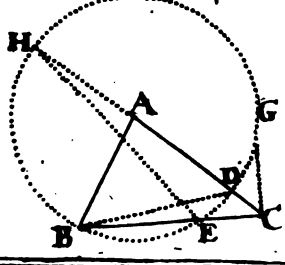
theoreme 3

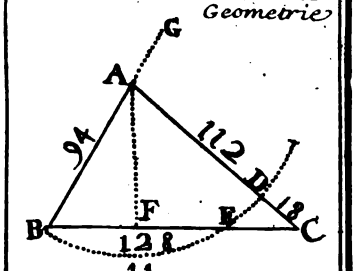




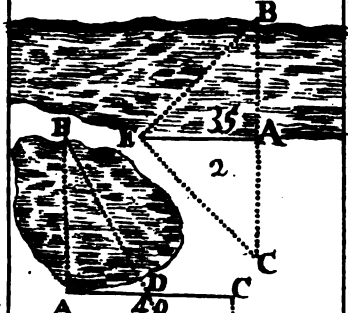


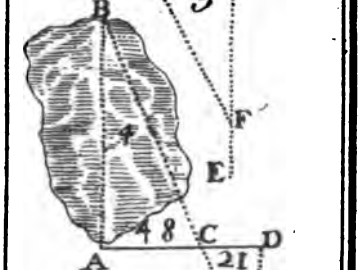
theoreme 4

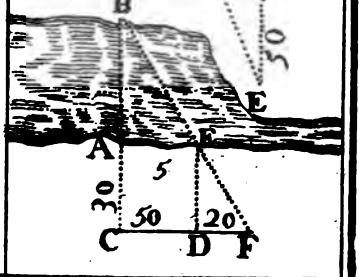




probl 47







UNIV. OF MICH.

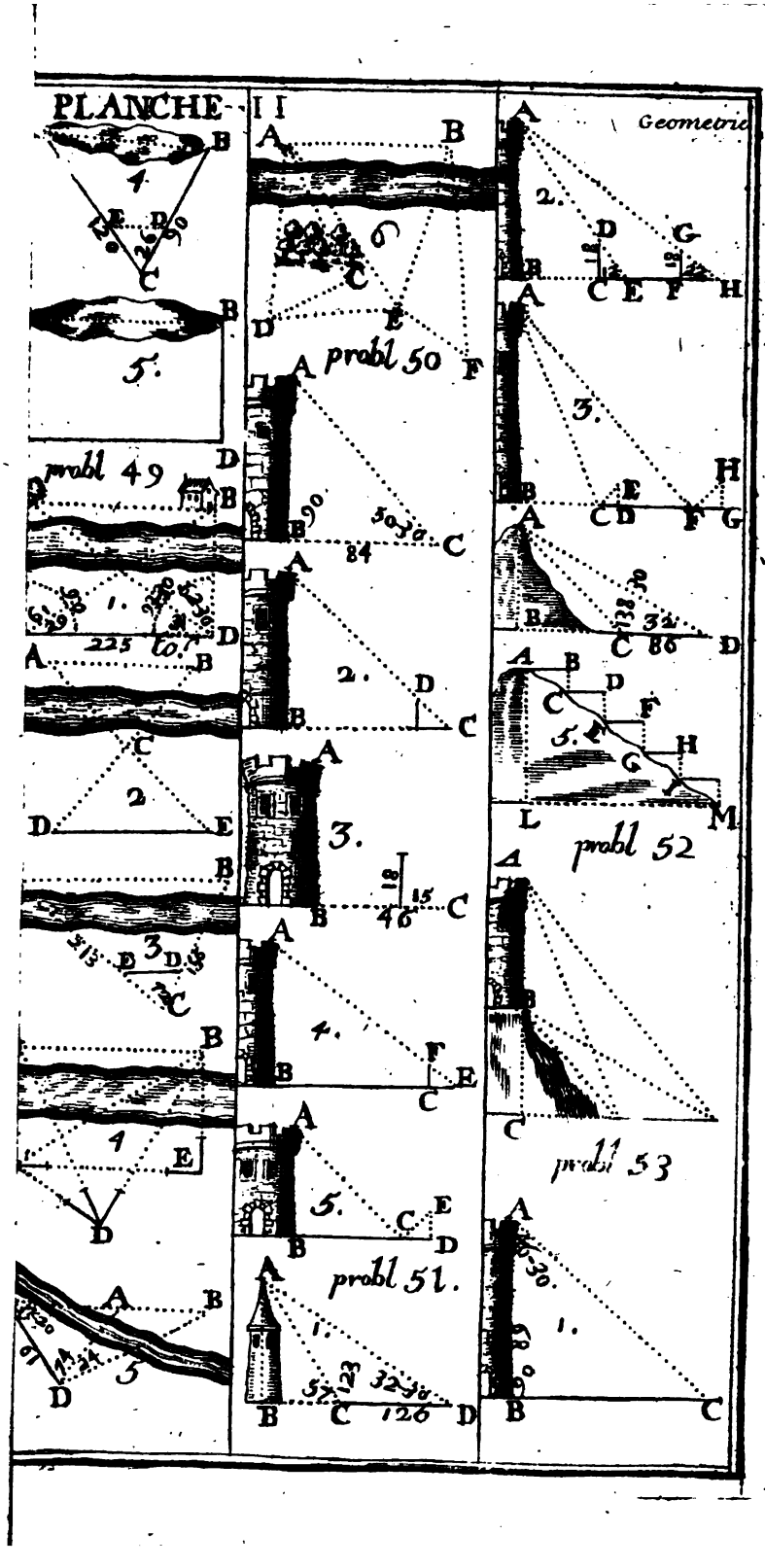
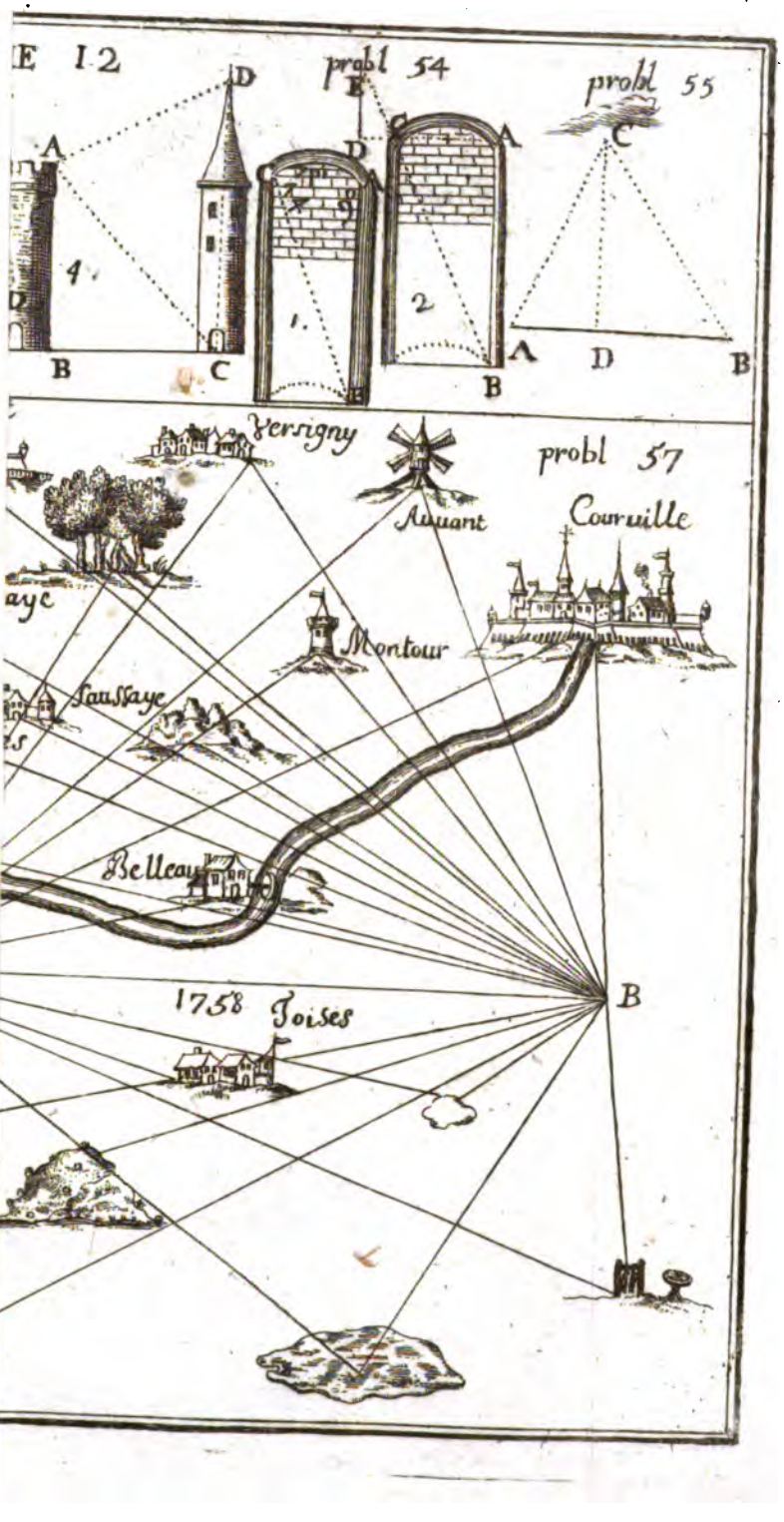


PLANCHE II
Geometrie
prabl 49
prabl 50
prabl 51.
prabl 52
prabl 53


E 12
probl 54
probl 55
A
B
C
D
E
1.
2
4
Versigny
Auuant
probl 57
Couruille
Montour
Saussaye
Belleau
1758 Toises
B

MANIERE DE NIVELER.

LIVRE TROISIÉME.

Définition.

NIveler, n'eſt autre choſe que de trouver deux points également éloignez, du centre de la terre, & cela par le moyen d'un inſtrument appellé *niveau*.

Entre pluſieurs niveaux qu'on a inventez en divers temps, ſuivant le beſoin qu'on en a eu, ou ſuivant la capacité de leurs Inventeurs, le plus ordinaire eſt celui dont ſe ſervent les Ingenieurs; il eſt compoſé d'une eſpece de pivot d'environ quatre à cinq piés de hauteur, ſur lequel eſt portée une piéce de bois creuſée, aux deux extremitez de laquelle ſont deux trous où l'on met des vaſes de verre, tellement diſpoſez, qu'en verſant de l'eau dans l'un de ces vaſes, elle communique dans l'autre par le moyen de cette piéce de bois creuſée, ainſi qu'on le voit à la figure marquée A.

Quand on veut niveler quelque choſe, on cherche préciſément de combien ce quelque choſe eſt élevé ou abaiſſé par-deſſus ou par-deſſous le rez de chauſſée ou ſuperficie horiſontale; ainſi niveler une montagne, c'eſt chercher de combien le ſommet de cette montagne eſt élevé par deſſus le rez de chauſſée.

Je ne m'arrêterai point ici à la théorie du nivellement non plus qu'à la deſcription de diverſes ſortes de niveaux.

Je dirai ſeulement que le niveau que je ſuppoſe, eſt facile à porter de même qu'à dreſſer. Il eſt vrai qu'on ne peut gueres, par ſon moyen, faire de grandes opérations; à cauſe de la portée de la vûë qui ne s'étend pas loin; mais ſi on applique une lunette d'aproche deſſus, l'on pourra donner d'auſſi grands coups de niveau qu'on jugera à propos.

Meſſieurs de la Hire & Buller, tous deux de l'Academie des Sciences, nous ont donné dans leurs Traitez du nivellement la conſtruction de pluſieurs beaux niveaux que les curieux pourront voir, & même s'en ſervir dans les nivellemens de grande étenduë.

Comme une ligne véritablement de niveau eſt courbe, à cauſe que tous les points de ſon étenduë ſont également éloignez du centre de la Terre: cela fait que dans la pratique ordinaire, on prend le niveau apparent pour le vrai, principalement quand la diſtance ne va pas au-delà de cent toiſes, parce que la difference en eſt inſenſible; mais dans un grand coup de niveau, il y auroit de l'erreur & même aſſez conſiderable: Il eſt vrai qu'on la corrige; en ôtant l'excès que le niveau apparent a par-deſſus le vrai niveau; ce qui ſe fait en quarrant l'étenduë de la ligne du niveau apparent, dont le produit ſe diviſe par la valeur du diametre de la Terre, qui a été trouvé de 6538594. toiſes, par le calcul qu'en ont fait Meſſieurs de l'Academie des Sciences.

Problême 58.

Pour connoître ſi un plan eſt de niveau.

Diſpoſez en pluſieurs endroits de ce plan des piquets de même longueur que le pivot ſur lequel eſt porté le niveau, (ou pour mieux dire que le rayon de mire de l'eau des vaſes)

ſes) ayant planté ces piquets bien à plomb ; mettez le niveau droit ſur ſon pivot, environ vers le milieu du plan que vous voulez niveler ; & l'ayant dirigé ſucceſſivement vers le ſommet de chacun de ces piquets, ſi l'allignement ou rayon de vûë de la ſuperficie de l'eau des vaſes répond à chaque ſommet de piquet, le plan ſera de niveau ; mais ſi ce rayon eſt plus haut ou plus bas, le plan ne ſera pas de niveau ; il n'eſt pas abſolument néceſſaire, que les piquets ſoient de même hauteur que le niveau, il ſuffit que les cartons ſur leſquels ſont les marques noires dont je vais parler, puiſſent gliſſer le long des piquets.

Probléme 59.

Pour marquer ſur un plan tant de points de niveau qu'on voudra.

Ayant placé le niveau ſur ſon pivot, environ vers le milieu du plan, comme ici en B, & mis de l'eau dans les verres ; ayez un aide qui portera une perche bien droite, ou une double toiſe, au long de laquelle ſera poſé un carton (ſur lequel on aura fait une marque noire) de maniere qu'il puiſſe gliſſer le long de la double toiſe ; envoyez cet aide à quelque endroit de ce plan, comme ici en C, & dirigez votre niveau de ſon côté, lui faiſant ſigne de la main de hauſſer ou de baiſſer ce carton le long de la regle ſuivant le beſoin, juſqu'à ce que la marque noire ne faſſe qu'une ligne droite, avec le rayon de la ſuperficie de l'eau qui eſt dans les verres, ainſi qu'on voit dans cet exemple, où D E eſt dirigée vers G : Si on fait la même pratique ſans bouger le niveau de ſa place, pour les points H, I, L, &c. on aura les points de niveau qu'on cherche, c'eſt-à-dire que ces quatre points ſont également éloignez du centre de la

terre ; car bien que la ligne du niveau apparent s'éleve un peu par-deſſus celle du vrai niveau, ainſi que je l'ai déja remarqué, cela ne fait rien contre le problême que j'explique ici, pourvû que les endroits où ſe placera celui qui porte la perche & le carton, ſoient à peu près également diſtans du pié du niveau, puiſqu'à cent toiſes d'éloignement, le niveau apparent ne s'éleve par-deſſus le vrai, que d'une ligne & un tiers, & à trois cent toiſes il y a un pouce de difference : mais on donne rarement des coups de niveau de trois cent toiſes de long, d'une ſeule opération, à moins qu'il n'y ait des lunettes d'aproche ſur le niveau, parce que la vûë eſt trop foible pour découvrir de ſi loin la marque noire du carton.

Remarque.

On peut me dire que les refractions faites par les vapeurs ſortant de la terre, rompent le rayon de vûë de diverſes façons, ſuivant qu'elles ſont plus ou moins diſſipées par le ſoleil; mais l'on ne ſonge pas que dans les coups de niveau de petite étenduë, cela eſt abſolument inſenſible, & à l'égard des nivellemens de grande étenduë, on leve bien-tôt ces obſtacles pour peu qu'on ſoit verſé dans la pratique, puiſqu'on n'a qu'à placer le niveau à une diſtance à peu près égale des points de niveau qu'on veut avoir ; car enfin quoique ces points ne ſoient pas de niveau avec l'œil de l'obſervateur, ils le ſont pourtant entr'eux, puiſque les refractions ſont égales à des diſtances égales & ſur un même plan.

Que ſi on m'objecte, que le niveau dont on ſe ſert peut avoir de l'erreur en lui-même, en ce que le rayon de vûë ou mire ne donneroit pas le vrai niveau apparent, je répon-

drai que cela s'appelle vouloir chicaner ; car pour peu qu'on ſache niveler, il eſt aiſé de faire la verificaion du niveau pour une diſtance connuë, & s'en ſervir après cela aux autres diſtances, ſuivant qu'elles ſont longues ou courtes.

Avertiſſement.

Le niveau dont je parle ici eſt très-commode, parce que pouvant tourner ſur ſon pivot, on le dirige facilement du côté qu'on veut, & par ce moyen on peut faire pluſieurs operations d'un même point.

Je voudrois que le pié du niveau fût ferré de façon qu'il ne pût entrer que d'une égale longueur dans la terre, & que je ſuppoſe dans celui-ci de 4. piés, afin de n'être pas obligé de ſouſtraire des élevations differentes ; ſi on colore l'eau qu'on met dans les vaſes de verre placez aux deux bouts du niveau, on en diſtinguera beaucoup mieux la ſuperficie.

J'ai dit que le canal par où l'eau communiquoit dans les verres du niveau, étoit une piéce de bois creuſée ; mais on peut auſſi en faire de fer blanc, & même ils ſont plus commodes, tant pour leur legereté, que parce qu'on les peut faire auſſi longs qu'on veut ; je ſai qu'ils ſe peuvent fauſſer, mais cela ne tire à aucune conſequence, parce que l'eau qui n'eſt retenuë de rien, cherche toujours ſon niveau indépendamment de la courbure du tuyau.

Probléme 60.

Deux points, tels que M & N, étant donnez à la campagne, on demande, de combien l'un eſt élevé ou abaiſſé au-deſſus de l'autre.

Placez votre niveau à peu près dans une égale diſtance de ces deux points, comme ici en O, afin d'éviter la difference du niveau apparent par-deſſus le vrai niveau, & ayant dirigé le niveau vers M, obſervez avec toute l'exactitude poſſible par le point S, que le rayon de vûë par P R découvre ſur le carton que porte un aide placé en M, auquel vous faites de la main, de le hauſſer ou baiſſer le long de la double toiſe ſuivant le beſoin; cela fait, meſurez préciſément de combien ce point S eſt élevé au-deſſus de M, ce que je ſuppoſe ici de 3. piés 6. pouces: voyez auſſi combien la marque noire du carton T a d'élevation par-deſſus N, comme dans cet exemple de 8. piés; il eſt conſtant que ſi on ôte les 3. piés 6. pouces, que M S contient, des 8. piés, que T a par-deſſus N, le reſte 4. piés & 6. pouces ſera l'élevation de M par-deſſus N, qui eſt ce qu'on ſe propoſoit de chercher.

Remarque.

Ceux qui font des nivellemens, doivent bien prendre garde, que dans des operations comme la précedente, le niveau ſoit toujours à peu près également éloigné des deux points à niveler, ainſi que je l'ai déja remarqué, afin d'éviter l'erreur dans laquelle on pourroit tomber par la differente élevation du niveau apparent ſur le vrai niveau à des diſtances inégales; car ainſi qu'il a été dit, plus un coup de niveau eſt étendu, & plus l'élevation du niveau apparent par-deſſus le vrai niveau eſt ſenſible, ainſi qu'on le verra à la table, que je placerai à la fin de cette remarque; & au problême 66. je donnerai la maniere de trouver ces differentes élevations dans un grand nivellement.

L'on doit encore prendre garde à une choſe eſſentielle dans

un nivellement, qui eſt que la marque noire du carton ne paroiſſant preſque point, lorſqu'il y a un peu loin, depuis le lieu où eſt le niveau juſqu'à ce carton, on doit faire mettre un chapeau ou quelque autre choſe de noir derriere le carton, afin de le mieux découvrir.

La regle ou la double toiſe, au long de laquelle on hauſſe ou baiſſe le carton, doit être diviſée non-ſeulement en piés & pouces, mais encore en de moindres parties, afin qu'on puiſſe prendre avec plus de préciſion les élevations du niveau apparent par-deſſus le vrai niveau.

Table des hauſſemens du niveau apparent,

Par-deſſus le vrai niveau.

Diſtances.		*hauſſemens du niveau apparent.*			
		Piés	*Pouces*	*Lignes*	*Parties de Ligne.*
50	Toiſes.	0	0	0	
100	Toiſes.	0	0	1	
150	Toiſes.	0	0	3	
200	Toiſes.	0	0	5	
250	Toiſes.	0	0	8	
300	Toiſes.	0	1	0	
350	Toiſes.	0	1	4	
400	Toiſes.	0	1	9	
450	Toiſes.	0	2	3	
500	Toiſes.	0	2	9	
550	Toiſes.	0	3	6	
600	Toiſes.	0	4	0	
650	Toiſes.	0	4	8	
700	Toiſes.	0	5	4	
750	Toiſes.	0	6	3	
800	Toiſes.	0	7	1	
850	Toiſes.	0	7	11	
900	Toiſes.	0	8	11	
950	Toiſes.	0	10	0	
1000	Toiſes.	0	11	0	
1250	Toiſes.	1	5	2	
1500	Toiſes.	2	0	9	
1750	Toiſes.	2	9	8	
2000	Toiſes.	3	8	0	
2500	Toiſes.	5	8	9	
3000	Toiſes.	8	3	0	
3500	Toiſes.	11	2	9	
4000	Toiſes.	14	8	0	

Problême 61.

Niveler une grande diſtance, dont on ne peut venir à bout qu'en commençant à l'une des extremitez & par ſtations ?

Suppoſons qu'il faille niveler la diſtance A B, par pluſieurs operations, dont l'une commence à l'une des extremitez A.

Il faut en premier lieu choiſir le chemin le plus court & le moins inégal d'entre ces deux extremitez A & B, afin de n'être pas obligé de monter ni de deſcendre beaucoup, parce que cela augmente la difficulté du nivellement, après quoi plantez le niveau au point A, & le dirigez du côté de B, enſorte que le rayon de mire découvre la marque noire du carton D, que l'aide placé en C fera gliſſer le long de ſa regle, ſelon le ſigne que vous lui ferez de hauſſer ou de baiſſer; meſurez exactement C D, que je ſuppoſe de 10. piés 6. pouces, dont vous ôterez 4. piés que je donne à la hauteur de l'eau des vaſes par-deſſus le rez de chauſſée, le reſte 6. piés 6. pouces ſera l'élevation du point A par deſſus C.

En ſecond lieu, tranſportez le niveau à une diſtance raiſonnable de C (je la ſuppoſe d'ordinaire de cent toiſes) comme ici en E, & l'y diſpoſez de façon qu'étant dirigé du côté de C, le rayon de mire découvre la marque noire du carton G, que l'aide placé en C fera hauſſer ou baiſſer le long de ſa regle, ſuivant le ſigne que vous lui ferez; meſurez bien préciſément la hauteur de G par-deſſus C, que je poſe dans cet exemple de 6. piés; il eſt conſtant que H, étant de niveau avec G, ſera auſſi de 6. piés plus

élevé que C, & par conſequent ce même point H ſera de 6. pouces plus élevé que A.

En troiſiéme lieu diſpoſez le niveau au point K, de façon que le rayon de mire découvre la marque noire du carton I, que l'aide laiſſé en H hauſſera ou baiſſera ſuivant le beſoin ; & meſurez exactement HI, que je poſe ici de 13. piés ; ôtez-en les 4. piés de la hauteur du niveau, ou pour mieux dire du rayon de mire, le reſte 9. piés ſera l'élevation de K par deſſus H ; ainſi K ſera de 9. piés & 9. pouces plus élevé que A.

Enfin placez le niveau en B, & obſervez de combien le rayon de mire qui découvre la marque noire du carton M. de l'aide laiſſé en K eſt élevé par deſſus ce point K, c'eſt-à-dire ici de 11. piés, dont ôtant les 4. piés de la hauteur du niveau, il reſtera 7. piés, leſquels joints aux 9. piés & 6. pouces, dont K eſt plus haut que A, vous aurez 16. piés & 6. pouces pour l'élevation de B par deſſus A.

2. La pratique que je viens d'expliquer ſuppoſe qu'il n'y ait pas une grande quantité de ſtations à faire dans un nivellement ; mais il arrive aſſez ſouvent, que pour une operation d'une étenduë un peu raiſonnable dans un lieu raboteux ou inégal, l'on eſt obligé de choiſir pluſieurs points pour diſpoſer le niveau, & conſequemment de faire une grande quantité de ſtations ; voici de quelle maniere il la faut exécuter.

Suppoſons qu'il faille niveler une grande diſtance telle que NO, dont le terrain eſt fort inégal ; choiſiſſez pluſieurs endroits à placer le niveau, tels que ſont les points P, Q, R, S, T, V, X, Y, &c. mais faites enſorte qu'ils ne ſoient éloignez l'un de l'autre que d'environ deux cens

cens toiſes, afin que les coups de niveau n'en ayent gueres plus de cent, & que les nivellemens ſe faſſent avec plus de facilité, cela fait, diſpoſez le niveau au point P, de façon que l'ayant ſucceſſivement dirigé vers les points N & Q, vous découvriez par le rayon de mire les marques noires des cartons 2. & 3. que les aides placez en N & Q feront hauſſer ou baiſſer le long de leur regle, ſuivant le ſigne que vous leur ferez; meſurez avec beaucoup d'exactitude les élevations 2. & 3. dont l'une eſt ici de cinq piés & l'autre de neuf piés huit pouces, leſquels vous écrirez ſur un papier à part, pour vous en ſouvenir mieux.

En ſecond lieu, faites porter le niveau au point R, & faiſant tenir l'aide qui eſt au point Q à la place qu'il occupe, envoyez celui qui eſt au point N, ſe placer en S, & faites la même operation qu'à l'article précedent, c'eſt-à-dire, dirigez le niveau de façon que par le rayon de mire vous découvriez les marques noires des cartons 4. & 5. puis meſurez préciſément la difference des élevations 3. & 4. laquelle eſt ici de huit piés deux pouces, que vous écrirez auſſi, pour vous mieux ſouvenir: prenez auſſi l'élevation du point 5. par-deſſus le point S, que vous écrirez de même ſur le papier.

En troiſiéme lieu, faites tranſporter le niveau au point T, & ordonez à l'aide qui eſt au point Q, d'aller au point marqué V, laiſſant celui qui eſt en S avec ſa perche, & faites la même operation qu'aux deux cas précedens, marquant ſur le papier l'élevation que les points de niveau 6. & 7. ont par deſſus le terrain, de même que la difference des points de niveau de la précédente ſtation avec celle-ci, c'eſt-à-dire l'élevation du point 6. par deſſus 5. laquelle eſt dans cet exemple 9. piés.

En quatriéme lieu, faites porter le niveau en X, & ordonnez à l'aide du point S d'aller au point Y, laiſſant celui qui eſt en V ; & exécutez cette operation comme les précedentes, afin que par les rayons de mire, vous découvriez les marques noires des cartons 8. & 9, dont vous remarquerez la hauteur ſur le terrain, pour l'écrire ſur le papier : vous en ferez autant des points de niveau de la ſtation T avec celle-ci, c'eſt-à-dire marquez ſur le papier la differente hauteur des points 7. & 8. laquelle eſt ici de ſept piés.

Continuez de cette ſorte à faire autant d'operations qu'il y a de points de ſtations entre les extremitez de la diſtance N O à niveler, en écrivant toujours avec beaucoup d'exactitude ſur votre papier memorial les hauteurs du terrain & celle des points de niveau, après quoi vous ferez le calcul de toutes ces operations de la maniere qui ſuit.

Faites deux colonnes de chiffre, dont l'une marquera les hauſſemens du niveau, & l'autre marquera ſes baiſſemens : mettez dans la premiere de ces colonnes, tous les hauſſemens de niveau que vous aurez trouvé entre les extremitez N O de l'étenduë à niveler ; & dans l'autre tous les baiſſemens du niveau, qui ſe rencontrent entre les deux mêmes extremitez : puis ôtez la petite de ces deux quantitez de la grande, le reſte ſera l'élevation que l'une de ces extremitez a par deſſus l'autre.

Hauſſemens.	*Baiſſemens.*
9. *piés.*	8. *piés* 2. *pouces.*
7.	3.

Ainſi par exemple le point de niveau 4, étant abaiſſé de 8. piés & 2. pouces au-deſſous du point de niveau 3, je place cette quantité à la colonne des baiſſemens; & le point 6. étant de 9. piés plus élevé que le point 5. je place cette quantité à la colonne des hauſſemens : de plus, le point de niveau 8. eſt élevé de 7. piés par deſſus le point 7, je place cette quantité à la colonne des hauſſemens : enfin le point de niveau 10. étant abaiſſé de trois piés par deſſous le point 9, on doit placer ce nombre aux baiſſemens. De ſorte que pratiquant le même ordre par tout, s'il y avoit plus d'operations à faire, & ajoûtant la valeur des chiffres de ces colonnes, on aura la quantité des hauſſemens, & celle des baiſſemens : que ſi on ôte l'une de l'autre, on aura leur difference, laquelle eſt ici 4. piés & 10. pouces, dont le point O eſt élevé par deſſus le point P, ou le rayon du niveau placé en O par deſſus celui de P; que ſi on ajoûte à cela le pié dont N eſt plus bas que P, il viendra 5. piés & 10. pouces pour l'élevation de O par deſſus N; quand il arrive que deux nivellemens ſe rencontrent à un même point, on met zero à la colonne dont il dépend.

Probléme 62.

Trouver par le moyen d'un niveau, de combien le ſommet d'une montagne eſt élevé par deſſus la ſuperficie horiſontale.

Il faut mettre en pratique ce que j'ai enſeigné au cinquiéme cas du problême 51, ou, ce qui eſt la même choſe, ce qu'on voit à la figure de ce problême 62, dont la vûë eſt plus qu'il ne faut pour en être inſtruit; car c'eſt aſſûrement la meilleure methode, principalement lorſque

la montagne eſt diſpoſée de façon qu'on puiſſe marcher ſur ſon penchant.

2. Mais quand elle eſt inacceſſible, on peut ſe ſervir de la pratique ſuivante. Dreſſez une double toiſe ou un long bâton bien droit, à l'une des extremitez A de votre niveau, & l'ayant placé à un point tel que G, d'où vous puiſſiez par le rayon de mire voir le pié de la montagne, & par la ligne partant de l'extremité B du niveau, paſſant par D ſommet de la double toiſe, découvrir le haut E de la montagne, & laiſſant une marque au point G, à la place de votre niveau, tranſportez-le à un autre point, tel que I, d'où par le moyen du rayon de mire vous découvriez le bas de la montagne, & par la ligne B H, paſſant au milieu de la double toiſe, vous voyiez le même ſommet E de la montagne; ſi vous meſurez la diſtance d'entre les deux ſtations G & I, vous aurez la hauteur de la montagne; je connois un très-habile Ingenieur qui fait cas de cette propoſition; mais il me pardonnera bien, ſi je ne ſuis pas ſon ſentiment en cela; car outre la difficulté de trouver des points de ſtation, dont les allignemens que j'ai dit, puiſſent découvrir le haut & le bas de la montagne, je crois qu'on ne peut gueres par là venir à bout de trouver la hauteur cherchée, avec la préciſion qu'on ſe propoſe dans un nivellement.

3. D'autres prétendent venir à la connoiſſance de cette hauteur, par le moyen d'un triangle rectangle de bois ſur l'un des côtez duquel on attache un niveau, après quoi on le diſpoſe de façon que la branche ſur laquelle eſt attachée le niveau, ſoit paralelle aux rez de chauſſée, & le grand côté dirigé vers le ſommet de la montagne, & ainſi par deux triangles ſemblables trouver la hauteur cher-

chée ; j'avouë que cela eſt vrai dans la ſpeculation, étant fondé ſur les principes de la géometrie ; mais je voudrois bien que ces Meſſieurs tombaſſent dans le cas que je propoſe ici, & qu'ils vouluſſent s'en tirer par cette méthode, pour voir un peu quelle ſeroit la juſteſſe de leur operation, fondée ſur une ſi petite baſe que l'eſt une branche de triangle de bois.

Problême 63.

Deux points tels que K, L, étant donnez de part & d'autre d'une montage, on demande leur élevation differente ?

Pour bien exécuter cette propoſition, il faut (ſi on peut marcher ſur les deux penchans de cette montagne) chercher ſon point le plus élevé, qui eſt ici M ; après quoi on trouvera de combien ce point M eſt élevé par deſſus le point K, de même que par deſſus L ; ainſi que je l'ai expliqué au ſecond cas du problême précédent, ou au cinquiéme cas du 51. problême, ce qui étant fait, on ôtera la petite de ces deux élevations de la grande, & le reſte ſera la hauteur de l'un des points par deſſus l'autre.

Problême 64.

Pour niveler le cours d'une Riviere.

Si le nivellement qu'on veut faire de la pente des eaux d'une Riviere eſt de haut en bas, c'eſt-à-dire ſuivant ſon cours, la pratique en ſera aiſée, car tous les coups de niveau ſe feront par baiſſemens ; & ſi ce nivellement eſt propoſé de bas en haut, c'eſt-à-dire en remontant la riviere, il ſera tout auſſi aiſé, parce que tous les coups de niveau iront en élevant, de ſorte que qui aura tant ſoit peu conçu

ce que j'ai dit juſques ici touchant le nivellement, comprendra ce problême par la ſeule vûë de ſa figure qu'on trouvera à l'une des planches ſuivantes.

Problême 65.

Couper des terres ſuivant une pente à volonté?

Suppoſons qu'il faille couper des terres ſuivant la ligne de pente N O. La premiere choſe qu'on doit faire pour bien exécuter cette propoſition, eſt de trouver de combien le point N eſt élevé ou abaiſſé au-deſſus ou au-deſſous de O, ainſi que je l'ai enſeigné au 60. problême (je poſe ici que N ſoit de 8. piés plus élevé que O) l'on veut par exemple couper des terres à 7. piés & 6. pouces au-deſſous de la ligne N O; c'eſt-à-dire qu'on veut que le plan P R lui ſoit paralelle; rien n'eſt plus facile, car après avoir fait enfoncer de longs piquets tels que S, T, V, &c. à plomb dans la terre, juſqu'à ce que leur tête ſe trouve ne faire qu'un allignement avec les points N & O, ſi l'on fait enlever des terres juſqu'à la profondeur de ſept piés & ſix pouces au-deſſous de la tête de ces piquets, ainſi qu'au deſſous des points N & O, la pente en ſera paralelle à la ligne propoſée; ſur quoi l'on peut me dire que le terrain eſt quelquefois ſi inégal, que de l'un des points donnez on ne peut voir l'autre; mais cette difficulté eſt petite, puiſqu'on n'a qu'à faire mener une Rigolle ou Lunette, afin d'enlever les terres qui font obſtacle entre les deux points donnez.

Que ſi on vouloit enlever des terres faiſant un plan de niveau, au-deſſous d'une ligne de pente tel que A B, on chercheroit, ainſi que je l'ai dit à l'article précédent, & que je l'ai enſeigné au problême 60. de combien l'une des

extremitez de cette ligne eſt élevée par deſſus l'autre, par exemple ici A eſt élevé de 5. piés par deſſus B, après quoi, ſi on veut que le plan de niveau ſoit de 4. piés & 8. pouces plus bas que le point B, on creuſera juſqu'à cette profondeur en C: cela fait, on creuſera au-deſſous de A une profondeur de 9. piés & 8. pouces juſqu'en D: ſi on enleve les terres ſuivant l'allignement C D, le plan ſera de niveau, parce que ces deux points le ſont entr'eux.

Probléme 66.

Trouver de combien le niveau apparent s'éleve par-deſſus le vrai niveau, dans un grand nivellement fait d'une ſeule operation ?

Je ſuppoſe ici que l'on ait donné un coup de niveau d'une grande étenduë, par le moyen d'une lunette d'approche attachée ſur le niveau, telle que pourroit être la diſtance d'une montagne à l'autre, ou pour mieux dire de deux points marquez deſſus, qui ſont de niveau apparent : meſurez avec toute la préciſion poſſible la diſtance en ligne droite d'entre ces deux points, laquelle je ſuppoſe ici de 7840. toiſes, ſi vous quarrez cette diſtance & que vous en diviſiez le produit 61465600. par le diametre de la terre, lequel eſt de 6538594. toiſes, le quotient 9. toiſes 2. piés 4. pouces & près de 10 lignes, ſera la hauteur du niveau apparent par deſſus le vrai, c'eſt-à-dire l'élevation du point de viſée ou de mire par deſſus l'eau des vaſes. C'eſt ſur cette pratique qu'eſt fondée la table qui précede le 61. problême.

Remarque.

Les Critiques pourront me dire que les hauſſemens des

niveaux apparens ne ſont pas entr'eux, comme les quarrez de leurs diſtances, du moins dans la rigueur géometrique, & que me fondant ſur ce principe pour la ſolution du probléme précédent, les conſequences que j'en tire ne peuvent pas être juſtes ; je réponds à cela que l'objection qu'on me feroit la-deſſus, eſt la même que ſi on diſoit que deux lignes perpendiculaires à la ſuperficie horiſontale, ne ſont pas paralelles entr'elles, parce qu'étant prolongées elles s'iroient rencontrer au centre de la terre ; ou que les cordons qui pendent aux extremitez du fleau *d'une balance ne ſont pas paralelles entre eux par la même raiſon.*

Après avoir traité à fonds du meſurage des lignes, il me paroît que j'en dois faire autant des ſuperficies ; pour cela il faut que j'établiſſe les principes du toiſé, d'une maniere claire & convaincante ; c'eſt ce qu'on verra dans le livre ſuivant, où je donne des démonſtrations ſi naturelles du meſurage, qu'on ne peut raiſonnablement douter des principes que j'y établis.

EXPLICATION

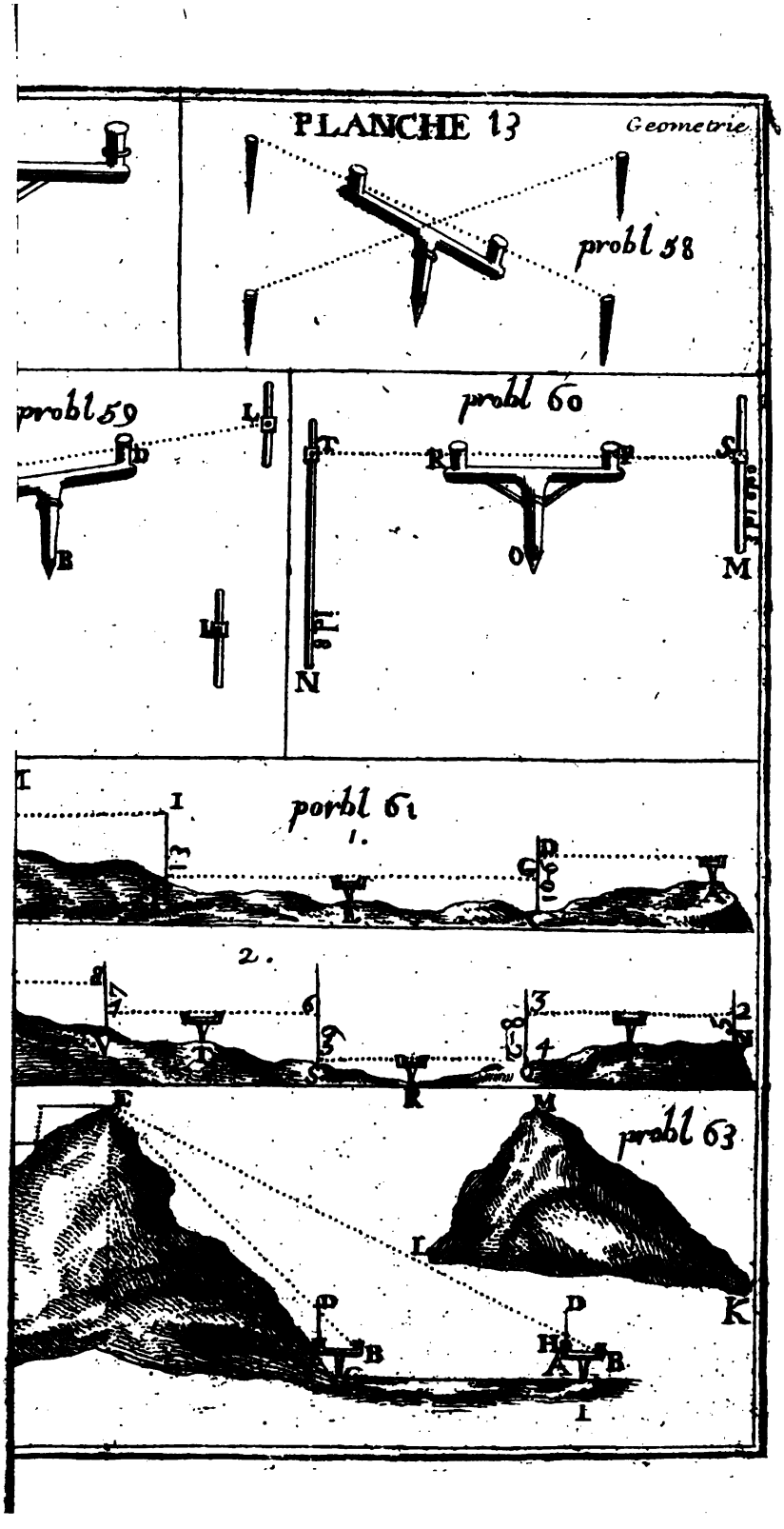
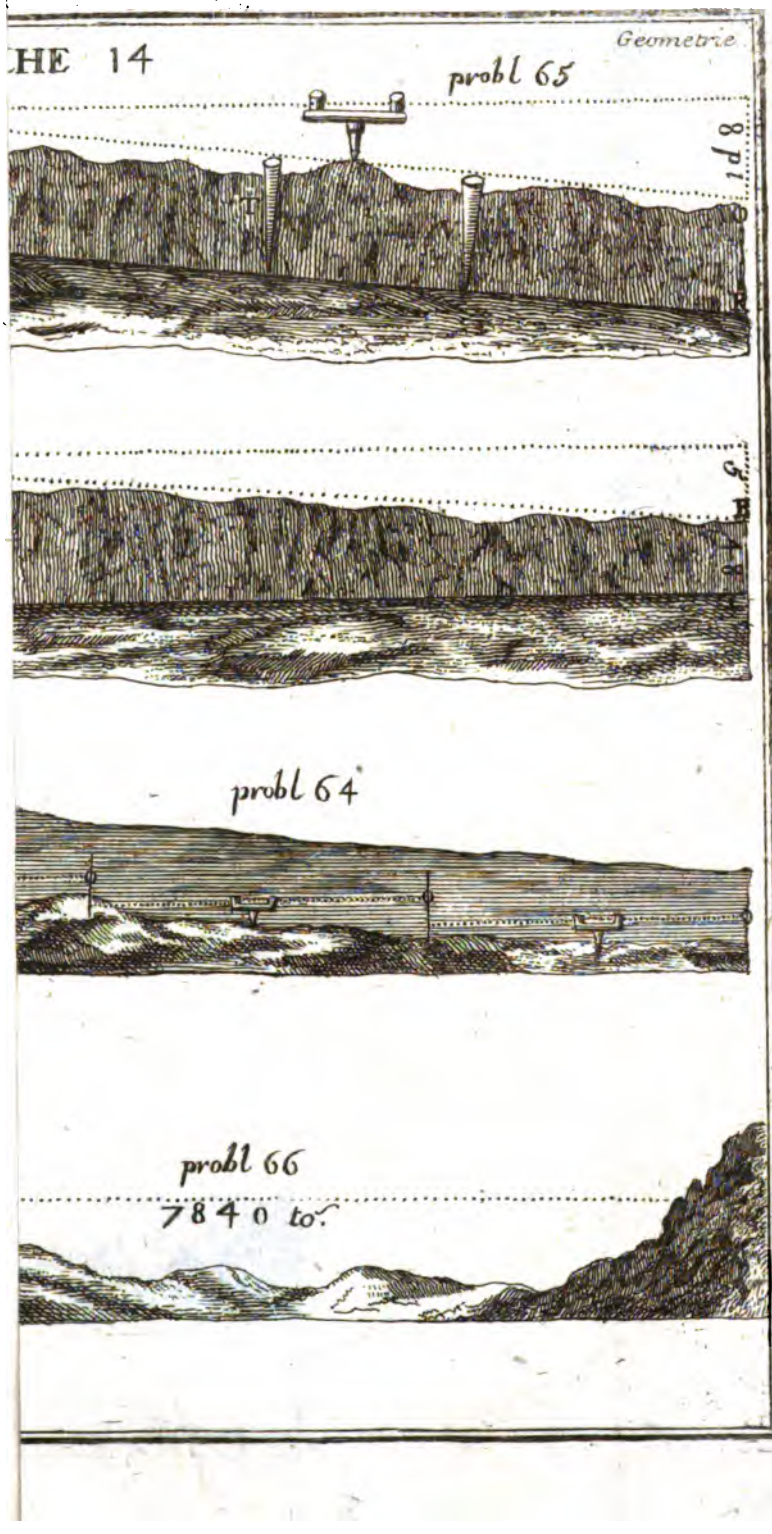


PLANCHE 13
Geometrie
probl 58
probl 59
probl 60
porbl 61
1.
2.
probl 63

PRIV. OF MICH


probl 65
8 pl
probl 64
probl 66
7840 to.

EXPLICATION DU TOISÉ.

LIVRE QUATRIÉME.

L'ON donne en France le nom de toiſé, à l'Art de meſurer tous les ouvrages que le Roi fait faire ; parce que la toiſe eſt la principale meſure dont on s'y ſert, pour connoître la longueur des lignes, la capacité des ſurfaces, & la ſolidité des corps, dans tous ſes ouvrages : car pour l'Arpentage, c'eſt-à-dire la meſure des terres des particuliers, on ſe ſert d'ordinaire de la perche ou de quelqu'autre meſure connuë ; mais dès qu'on aura bien conçu la maniere de meſurer avec la toiſe, il ſera aiſé de l'appliquer aux autres meſures.

1. L'on doit ſavoir, que la toiſe contient ſix piés de Roi en longueur.

2. Que le pié contient douze pouces en longueur & par conſequent que la toiſe a 72. pouces de long.

3. Que le pouce contient douze lignes en longueur & que de cette ſorte la toiſe a 864. lignes de long, & le pié en a 144.

4. Que les toiſes de long multipliées par des toiſes de large, produiſent des toiſes quarrées : Ainſi par exemple, ſuppoſé que la ligne A B contienne 5. toiſes de long, & la ligne A C 3. toiſes : Ces deux quantitez étant multipliées l'une par l'autre produiront 15. toiſes quarrées ; c'eſt-à-dire le nombre de toiſes quarrées contenuës dans le rectangle A D.

5. Que les toiſes de hauteur, étant multipliées par des piés de longueur ou *Courans*, produiſent des piés dont ſix font une toiſe quarrée, & qu'ainſi un pié courant ſur une toiſe de hauteur vaut ſix piés quarrés, ce qui eſt clair; car dans le quarré long ou rectangle G H, ſuppoſé que la ligne F G ait deux toiſes de hauteur, & que la ligne F H ait ſept piés courans ou de longueur; il eſt certain qu'en multipliant ces deux nombres l'un par l'autre, on aura le rectangle F I, qui contient 14. autres petits rectangles de chacun une toiſe de haut, ſur un pié courant ainſi qu'eſt par exemple le petit rectangle F K. Or je dis que ſix de ces piés courans ſur une toiſe de hauteur, font une toiſe quarrée; ce qui eſt évident, puiſque ſix de ces rectangles F K forment F L, qui a une toiſe en quarré. Je dis de plus qu'un pié courant ſur une toiſe de hauteur, contient ſix piés quarrés, ainſi qu'on le voit au rectangle F K lequel contient ſix petits quarrés, qui ont chacun un pié en tout ſens.

6. Que les toiſes de hauteur, multipliées par des pouces courans produiſent des pouces, dont 72. font la Toiſe quarrée, à cauſe que 12. de ces pouces font un des piés courans ſur toiſe de hauteur, dont je viens de parler, ainſi qu'on le voit à la même figure, où le rectangle H L ayant une toiſe de long ſur un pié ou douze pouces courans, eſt un des piés dont ſix font la toiſe quarrée; or ce rectangle H L en contient douze autres petits, qui valent chacun ſa douzieme partie; d'où je conclus que 72. de ces petits rectangles contiendront autant que le quarré H K, lequel a une toiſe quarrée, d'où il eſt aiſé de conclure qu'un pouce courant ſur toiſe de hauteur vaut la moitié d'un pié quarré, parce que chacun de ces pouces en vaut 72. quarrés, comme on le verra mieux dans la ſuite.

7. Que les toiſes de hauteur, étant multipliées par des lignes courantes produiſent des lignes dont 12. font un des pouces que je viens d'expliquer & 144. font un pié courant ſur toiſe de hauteur, & enfin 864. égalent la toiſe quarrée.

Remarque.

L'on doit bien prendre garde de ne pas confondre les piés, pouces & lignes dont je viens de parler, avec les piés quarrés, ou avec les pouces quarrés, ni enfin avec les lignes quarrées, qu'on mettoit en uſage dans les Toiſés il n'y a pas long-temps, & dont même pluſieurs perſonnes ſe ſervent encore, pour ne vouloir pas ſe défaire d'une vieille erreur; car une toiſe quarrée ayant ſix piés de long ſur ſix de large, contient 36. piés quarrés : cette même toiſe quarrée contient 5184. pouces quarrés, parce qu'elle en a 72. de long ſur 72. de large; enfin cette même toiſe quarrée contient 746496. lignes quarrées, en ayant 864. de long ſur autant de large; au lieu que ſix piés courans ſur toiſe de hauteur, font une toiſe quarrée, comme je l'ai fait voir, & 72. pouces courans ſur toiſe de hauteur font une toiſe quarrée, & enfin 864. lignes courantes ſur toiſe de hauteur font la même toiſe quarrée; on pourroit aller juſqu'aux points, & s'il étoit néceſſaire encore plus bas; mais la pratique ne deſcend gueres juſqu'à ces vetilles.

Si on comprend une fois bien tout ce que je viens de dire ſur les principes du toiſé, il ſera facile de l'appliquer aux figures qu'on veut meſurer. Mais avant que de réduire ces principes en pratique, je vais tâcher de les rendre clairs & aiſés autant qu'il eſt poſſible.

8. Quand un quarré ou un rectangle n'a que des toiſes de long ſur des toiſes de large, on multiplie l'une de ces quantitez par l'autre, le produit de cette multiplication donne les toiſes quarrées que cette figure contient: ainſi ſuppoſé que la ligne A B du rectangle A D ait ſept toiſes, & que A C en ait cinq; ces deux nombres étant multipliés l'un par l'autre, produiront 35. pour le nombre de toiſes quarrées contenuës dans cette figure A D.

9. Lorſque le rectangle à meſurer contient des toiſes de haut & des toiſes & piés de large, on ne fait que multiplier ces toiſes & piés par les toiſes de la hauteur, pour avoir ce qu'on cherche: ainſi ſuppoſé que la ligne F G du rectangle F I ait 4. toiſes de hauteur, & que la ligne F H ait 6. toiſes, & 4 piés de long, je multiplie ces deux quantités l'une par l'autre, en diſant 4. fois 4. piés ſont 16. qui valent 2. toiſes 4. piés; je poſe les 4. piés à leur rang & je retiens les 2. toiſes pour les porter avec les 24. produites du 6. multiplié par le même 4. de ſorte que le rectangle F I contient 26. toiſes quarrées & 4. piés courans ſur toiſe de hauteur, qui valent les deux tiers d'une toiſe quarrée, ce qui eſt évident, par ce que j'ai déja dit; car outre les 24. toiſes quarrées produites par la multiplication de 6. & de 4. il y a encore les 16. petits rectangles, qui ont chacun une toiſe de haut ſur un pié courant; c'eſt-à-dire 16. ſixiémes de toiſe quarrée qui ſont juſte 2. toiſes & 4. piés.

10. Mais ſi outre les toiſes & piés de la longueur il y avoit encore des pouces, il faudroit multiplier toute la longueur par les toiſes de la hauteur en commençant par les pouces: ainſi ſuppoſons que la ligne L M du rectangle L N ait 5. toiſes 3. piés 4. pouces, & que la ligne L O ait 3. toiſes; ſi nous multiplions d'abord les 4. pouces de long par les 3.

toiſes de hauteur, nous aurons 12. petits rectangles, qui ont chacun un pouce courant ſur une toiſe de hauteur; ainſi il en faudra douze pour faire un des piés dont il a été parlé, c'eſt-à-dire pour la 6e. partie d'une toiſe quarrée; de ſorte que diſant 3. fois 4. pouces font 12. on poſe zero au degré des pouces & on retient un: plus diſant 3. fois 3. piés ſont 9. & un de retenu ſont 10. valant une toiſe & 4. piés; l'on poſe les piés à leur rang, & l'on retient la toiſe pour la porter aux autres toiſes.

11. Enfin s'il y avoit des toiſes, piés, pouces & lignes à la longueur, & des toiſes ſeules à la hauteur, on multiplieroit, comme il a été dit, cette longueur par la hauteur en commençant par les lignes; de ſorte que ſi la ligne A B du rectangle A D. contient 7. toiſes 4. piés 7. pouces 9. lignes, & la ligne A C 8. toiſes. Je dirois 8. fois 9. lignes ſont 72. qui valent 6. pouces, que je retiens pour les porter à leur colonne, & je poſe zero ſous les lignes; puis je dis 8. fois 7. pouces ſont 56. & 6. de retenus ſont 62. valant 5. piés & 2. pouces: Je poſe les 2. pouces en leur lieu & je retiens les 5. piés pour les porter au leur: le reſte ſe fait à l'ordinaire.

Remarque.

Les propoſitions ſuivantes, expliquent le toiſé des figures rectangles qui ont des ſous-eſpeces non-ſeulement à la longueur, mais encore à la hauteur.

12. Propoſons par exemple le quarré long E H, dont la longueur E F eſt de 24. toiſes 3. piés 9. pouces 6. lignes & la hauteur E G de 7. toiſes 2. piés. Si je multiplie E F par E I, qui a 7. toiſes, le produit 172. toiſes 2. piés 6. pou-

ces 6. lignes ſera pour le rectangle E L, ainſi que je l'ai fait voir dans les exemples précédens. Or comme la ligne E G contient, non-ſeulement 7. toiſes, mais encore 2. piés, il s'agit donc de multiplier la ligne I L, ou ſon égale E F, par la partie I G, qui a 2. piés; de ſorte que je raiſonne comme il ſuit: Si j'avois à multiplier I L de 24. toiſes 3. piés 9. pouces 6. lignes par une toiſe de hauteur, il me viendroit au produit 24. toiſes quarrées, & 3. piés courans ſur toiſe de hauteur, & 9. pouces courans ſur toiſe, & enfin 6. lignes courantes ſur toiſe, d'où je tire cette conſéquence: puiſque 2. piés, que contient la petite ligne I G, ne ſont que le tiers d'une toiſe; je ne dois prendre pour ces 2. piés que le tiers de ce que produiroit la toiſe, c'eſt-à-dire la troiſiéme partie de 24. toiſes 3. piés 9. pouces 6. lignes, afin d'avoir le petit rectangle I H, lequel ajoûté avec E L, on aura le tout E H compris de deux lignes droites formant l'angle droit E.

13. Si outre les toiſes & piés du multiplieur, il y avoit encore des pouces, on multiplieroit, comme je le viens dire, toute la longueur par les toiſes; puis la même longueur par les piés; après quoi pour les pouces de cette hauteur, on prendroit les parties parfaites qui leur conviennent, ſur ce qu'ont produit les piés. Ainſi dans le rectangle marqué II. ſuppoſons que la longueur M N ſoit de 18. toiſes 2. piés 8. pouces 6. lignes, & la hauteur M O de 5. toiſes 2. piés 8. pouces: Si je veux avoir la capacité de cette figure, je multiplie d'abord toute la longueur par les 5. toiſes, afin d'avoir le rectangle M T; après quoi pour les deux piés de la hauteur, je prends le tiers des 18. toiſes 2. piés 8. pouces 6. lignes, que la longueur contient, ce qui donne 6. toiſes 0. piés 10. pouces 10. lignes pour le

rectangle S R, lequel à ſa longueur S T, égale à M N ſur la hauteur S Q de 2. piés: De plus, comme 8. pouces ſont le tiers de 2. piés, ſi pour les 8. pouces de la hauteur on prend le tiers de ce qu'ont produit les 2. piés, il viendra 2. toiſes 0. piés 3. pouces 7. lignes $\frac{1}{3}$ pour le rectangle Q P, lequel a pour longueur Q R égale à M N, ſur 8. pouces de hauteur.

14. Enfin s'il y a des toiſes, piés, pouces & lignes, tant à la longueur qu'à la hauteur ou largeur, l'on multiplie d'abord toute la longueur par les ſeules toiſes de la hauteur, après quoi on prend pour les pieds de la hauteur, les parties parfaites de la toiſe ſur toute la longueur, & on en fait de même pour les pouces & lignes de cette hauteur ou largeur: ainſi dans le rectangle marqué III. ſuppoſons que la longueur A B ſoit de 27. toiſes 3. piés 9. pouces 6. lig. & la largeur A D de 8. toiſes 1. pié 4. pouces 8. lignes: Si on veut avoir ſa capacité, l'on doit en premier lieu multiplier toute cette longueur A B par les 8. toiſes de la hauteur; & comme le pié eſt un ſixiéme d'une toiſe, je prends pour le pié de la hauteur le ſixiéme de toute la longueur, & il vient 4. toiſes 3. piés 7. pouces 7. lignes; enſuite de quoi je prendrai pour les 4. pouces de la hauteur le tiers de ce qu'a produit le pié: enfin pour les 8. lignes de la hauteur, je prendrai le ſixiéme de ce qu'ont produit les 4. pouces, parce que 8. lignes ſont la ſixiéme partie de 4. pouces; de ſorte qu'ajoûtant toutes ces quantités en une, on aura le rectangle A C, qui étoit propoſé à meſurer.

Avertiſſement.

Les multiplications dont je me ſuis ſervi juſques ici pour expliquer le toiſé ſuppoſent toutes que le nombre des toiſes de

la hauteur ou largeur, c'eſt-à-dire du multiplieur, ne paſſe point 10. *Mais comme aux dimenſions des figures à meſurer, il arrive aſſés ſouvent que les hauteurs ou largeurs, excedent de beaucoup ce nombre, cela change quelque choſe à la pratique. Je dis quelque choſe, parce que le principe eſt toujours le même en l'un & l'autre cas, puiſqu'il s'agit de multiplier toute la longueur, par toute la largeur ou hauteur; & c'eſt ce qu'on fait à pluſieurs repriſes, comme on le verra à l'article qui ſuit:*

15. Suppoſons qu'il s'agiſſe de trouver la capacité du rectangle ou quarré-long marqué du chiffre 4. dont la longueur E F eſt de 52. toiſes 2. piés 4. pouces 8. lignes, & la largeur E H de 37. toiſes 3. piés 9. pouces: pour y parvenir on multiplie, ainſi que je l'ai déja dit, toute la longueur par toute la largeur: mais comme cela ne ſe peut tout d'un coup, je multiplie d'abord les 52. toiſes de long par les 37. de large, après quoi je multiplie les 2. piés de la longueur par les mêmes 37. toiſes, c'eſt-à-dire que je prends le tiers de ces 37. toiſes, parce que 2. piés ſont le tiers d'une toiſe; enſuite je prends pour les 4. pouces de la longueur la ſixiéme partie de ce qu'ont produit les 2. piés; & enfin pour les 8. lignes de la longueur je prends la ſixiéme partie de ce qu'ont produit les 4. pouces; par ce moyen toute la longueur ſe trouvera multipliée par les 37. toiſes de large; il faut donc encore multiplier toute la longueur, par les piés & par les pouces de cette même largeur; ce que je fais en prenant la moitié de toute la quantité d'en haut, c'eſt-à-dire de la longueur pour les 3. piés, parce que ces 3. piés ſont la moitié d'une toiſe, & comme 9. pouces ſont le quart de 3. piés, je prends le quart de ce que m'ont produit les 3. piés pour la valeur des 9. pouces d'en-bas; de

ſorte

ſorte que de cette façon, toute la multiplication ſe trouvera faite, & ajoûtant les quantités particulieres en une ſeule, on aura la capacité de toute la figure.

Que s'il y eût eu des lignes avec les toiſes, piés & pouces, de la hauteur EH, il auroit fallu prendre les parties parfaites qui leur conviennent, ſur ce qu'ont produit les pouces.

Remarque.

Ceux qui ne ſont pas accoutumez à cette maniere de toiſer, & qui au contraire ſuivent l'ancienne méthode, ont de la peine à concevoir, que des toiſes & piés, étant multipliées par des toiſes & piés, puiſſent produire des toiſes, piés & pouces, parce diſent-ils que ces quantités étant multipliées les unes par les autres, ne peuvent produire que des quantitez de pareille valeur; mais s'ils examinent bien ce que j'ai établi dans les principes du toiſé, peut-être changeront-ils de ſentiment en voyant que les pouces dont je parle, valent chacun la moitié d'un pié quarré, parce que ce ſont des pouces courans, ſur une toiſe de hauteur, & par conſequent 72. pouces quarrés valent la moitié d'un pié quarré: & ces mêmes pouces courans ſur toiſe de hauteur, valent chacun le douziéme d'un pié ſur toiſe de haut, dont 6. font la toiſe quarrée; ainſi un de ces pouces eſt le ſeptante-deuxiéme d'une toiſe quarrée.

La même choſe doit être entenduë pour les ſolides; car les piés dont on y entend parler, étant courans ſur une toiſe de hauteur & autant de profondeur, valent chacun la ſixiéme partie de la toiſe cube, c'eſt-à-dire chacun 36. piés cubes: Les pouces courans ſur toiſe, dont je parlerai dans les ſolides, valent chacun la 72e. partie d'une toiſe

cube, parce qu'ils ont non-ſeulement une toiſe de hauteur, mais encore autant de profondeur, ainſi qu'on le verra dans la ſuite.

16. Lorſqu'un rectangle a des toiſes, piés & pouces de haut, & qu'il n'a que des piés courans de large, l'on prend pour ces piés courans, la partie parfaite qu'ils ſont de la toiſe ſur toute la hauteur: ainſi ſuppoſons que le rectangle marqué V ait ſa hauteur A C de 15. toiſes 4. piés 9. pouces, & ſa longueur A B ſeulement de 4. piés: pour trouver la capacité de cette figure, voici comme je raiſonne; ſi la longueur A B étoit d'une toiſe, le rectangle A D ſeroit de 15. toiſes quarrées, 4. piés courans ſur toiſe de hauteur, & 9. pouces courans ſur toiſe de hauteur: mais cette même ligne A B n'a que 4. piés, qui ſont les deux tiers d'une toiſe, donc je dois prendre deux fois le tiers de ces 15. toiſes 4. piés 9. pouces, & il me viendra 10. toiſes quarrées 3. piés courans ſur toiſe de hauteur & 2. pouces courans ſur toiſe de hauteur pour ce rectangle A D.

On doit obſerver la même choſe lorſqu'y ayant des toiſes, ou des toiſes & piés, ou des toiſes, piés & pouces, ou enfin des toiſes, piés, pouces & lignes à la hauteur, il n'y a que des pouces courans à la largeur; car on prend la partie parfaite qui convient à ces pouces, ſur toute la hauteur; de ſorte que ſi dans la même figure V où la hauteur eſt de 15. toiſes 4. piés 9. pouces, la largeur n'avoit que 8. pouces, je prendrois pour ces 8. pouces (qui ſont le 9e. de la toiſe) le neuviéme de toute cette quantité, & il viendroit 1. toiſe 4. piés 6. pouces 4. lignes; & s'il y avoit eu 6. pouces au lieu de 8. j'aurois pris le douziéme parce que 6. pouces ſont le 12e. de la toiſe; & s'il n'y avoit eu que 3. pouces au lieu de 8. comme ces 3. pouces ne ſont que

le 24e. d'une toiſe, & que cette partie eſt mal-aiſée à prendre, il faudroit ſuppoſer avoir pris pour un pié, & prendre enſuite le quart de ce qu'auroit produit ce pié, parce que 3. pouces en ſont le quart.

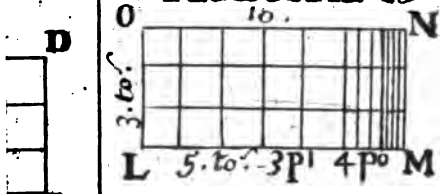
17. Enfin s'il n'y avoit que des piés, ou des piés & pouces, tant à la longueur qu'à la largeur, il faudroit pour n'avoir pas recours aux piés quarrés, & à leurs parties, mais au contraire avoir tout d'un coup des parties parfaites de toiſe quarrée, il faudroit, dis-je, prendre ſur la longueur, les parties qui conviennent à la largeur. Ainſi poſé que le rectangle marqué V I. ait ſa longueur E F de 5. piés 8. pouces, & ſa largeur E H de 4. piés 10. pouces, & que j'en veuille la capacité en parties de toiſe quarrée, je prens pour les 4. piés de la largeur, deux fois le tiers de la longueur 5. piés 8. pouces; après quoi je prendrai pour 8. pouces des dix de la largeur, le tiers de ce qu'aura donné l'un de ces tiers: enfin pour les deux pouces reſtans on prendra le quart de ce qu'ont produit les 8. pouces.

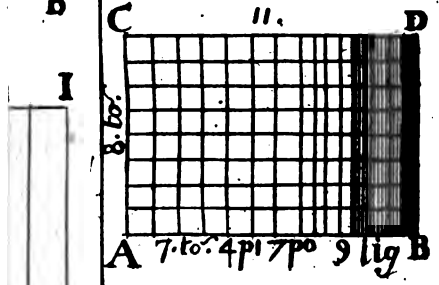
18. Si on a bien compris ce que j'ai dit juſqu'ici touchant les ſuperficies rectangles, il ſera facile de l'appliquer aux ſolides; car ſuppoſé, par exemple, que le paralellipipede marqué VII. ait ſa longueur A B de 3. toiſes 2. piés 4. pouces, ſa largeur ou hauteur A C 2. toiſes 3. piés & ſa profondeur C E d'une toiſe, il eſt certain que ſi on multiplie la longueur A B par la largeur ou hauteur A C, il viendra au produit 8. toiſes quarrées & 2. piés courans avec 10. pouces courans ſur une toiſe de hauteur, pour la ſuperficie du rectangle A D, de ſorte que multipliant cette ſuperficie par l'épaiſſeur C E, qui a une toiſe, on aura 8. toiſes cubes & 2. piés courans ſur toiſe de hauteur, & autant d'épaiſſeur, avec 10. pouces auſſi courans ſur toiſe de hauteur & de pro-

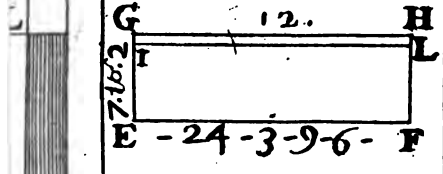
fondeur, ainſi qu'on le peut voir par le moyen de tous les petits cubes, & de tous les petits paralellipipedes renfermés dans le total E B.

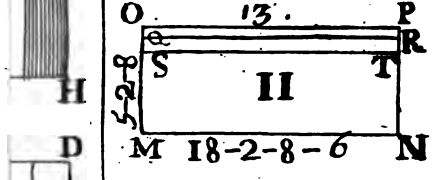
19. Si le ſolide qu'on veut meſurer, avoit des ſous-eſpeces non-ſeulement à la longueur & à la largeur ou hauteur, comme le précedent, mais encore à la profondeur ou épaiſſeur, ainſi qu'on le voit au ſolide I R où la longueur I L eſt ſuppoſée de 19. toiſes 2. piés 9. pouces, & la hauteur I N de 5. toiſes 2. piés 8. pouces; & enfin la profondeur I P de 4. toiſes 1. pié 6. pouces, il faudroit d'abord, ſuivant ce qui a été enſeigné à la meſure des rectangles précedens, multiplier la longueur I L par la hauteur I N, afin d'avoir la capacité du quarré-long I M de 105. toiſes 5. piés 7. pouces 8. lignes, laquelle étant à ſon tour multipliée par l'epaiſſeur I P, le dernier produit ſera 450. toiſes 1. pié 5. pouces 7. lig. pour la maſſe du paralellipipede I R.

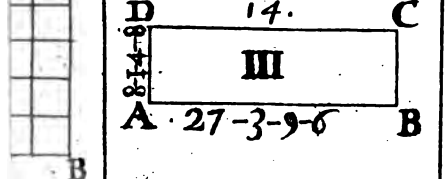
PLANCHE 15

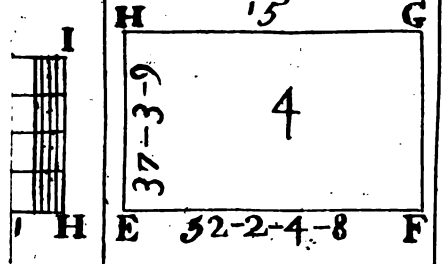

O
10.
N
3. to.
L 5. to. 3 Pi 4 Po M


C
11.
D
8. to.
A 7. to. 4 Pi 7 Po 9 lig B

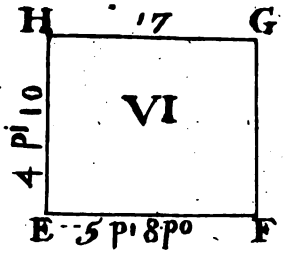

G
12.
H
L
7. to. 2
E - 24 - 3 - 9 - 6 - F

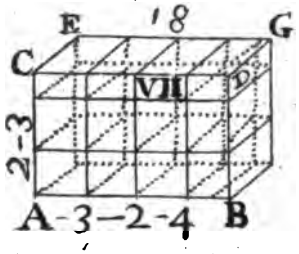

O
13.
P
R
S
T
II
5-2-8
M 18-2-8-6 N

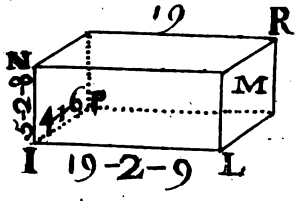

D
14.
C
III
8-1-4-9
A 27-3-9-6 B


H
15
G
4
37-3-9
E 52-2-4-8 F

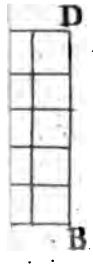
C 16 D
V
15-4-9
4 Pi
A B


H
17
G
VI
4 Pi 10
E 5 Pi 8 Po F


E
18
G
C
VII
2-3
A-3-2-4 B


19
R
N
M
5-2-8
I 19-2-9 L

I
H


D
B

I
H

PLANIMETRIE
OU
MESURE DES FIGURES
SUPERFICIELLES.

LIVRE CINQUIÉME.

Bien que ſous le nom de Planimetrie, qui eſt celui qu'on donne à la meſure des ſurfaces, on ne dût entendre à la rigueur, que ce qui regarde préciſément les plans, c'eſt-à-dire les ſuperficies plattes, j'y comprendrai pourtant tout ce qui peut être meſuré par les deux ſimples dimenſions de longueur & de largeur.

Toute grandeur, de quelle eſpece qu'elle puiſſe être, doit toujours ſe meſurer par une autre grandeur de même eſpece: ainſi les lignes ayant été meſurées par des lignes, il s'enſuit que les ſuperficies le doivent être par des ſuperficies, comme les ſolides le ſeront par d'autres ſolides.

Les ſuperficies dont on ſe ſert pour en meſurer d'autres, ſont des quarrez, comme étant les plans les plus propres à la meſure des autres figures ſuperficielles.

Pour garder un ordre naturel dans ce cinquiéme Livre, ainſi que j'ai fait aux quatre précedens, je parlerai en premier lieu de ce qui eſt ſimple, & qui ſert d'introduction au reſte; de ſorte que le quarré, devant être la figure qui ſervira à meſurer les autres, ce ſera par celle-là que je commencerai.

Avertiſſement.

Je dois dire avant de paſſer outre, que toute la planimetrie ſuppoſe une connoiſſance des principes établis dans le toiſé, ainſi ceux qui la voudront poſſeder, doivent en premier lieu s'attacher à ces principes; après quoi il leur ſera facile de venir à bout de tout ce qui ſuit.

Problême 67.

La ſuperficie d'un quarré ſe trouve en multipliant l'un des côtez de cette figure par ſoi-même, car le produit de la multiplication eſt ce qu'il faut : de ſorte que ſi le côté A B du quarré A C, repréſentant la place d'arme d'une Fortereſſe, contient 42. toiſes 2. piés de long, & qu'on propoſe de ſçavoir ſa capacité; il n'y a qu'à multiplier ce nombre par lui-même, c'eſt-à-dire par 42. toiſes 2. piés; la regle étant faite, on aura 1792. toiſes 0. pié 8. pouces pour le contenu du quarré. (ce qui eſt fondé ſur la premiere définition du 2. Livre d'Euclide).

Corollaire 1.

La ſuperficie d'un quarré étant connuë, on aura la longueur de l'un de ſes côtez, en tirant la racine quarrée de cette ſuperficie : ainſi dans le quarré précedent où la ſuperficie eſt de 1792. toiſes 0. pié 8. pouces, ſi on tire la racine quarrée de ce nombre, on aura 42. toiſes 2. piés au quotient, pour l'un des côtez, tel que A B.

Corollaire 2.

Le côté d'un quarré étant connu, on trouvera la diagonale de cette figure comme il ſuit : ſuppoſez que ce

côté, marqué ici F G, ait 59. toiſes, il faut le quarrer, c'eſt-à-dire le multiplier par ſoi-même, & doubler le produit 3481. toiſes; car tirant la racine quarrée de ce double 6962. on aura très près de 38. toiſes 2. piés 9. pouces à la racine, pour la valeur de la diagonale F H.

Corollaire. 3.

La diagonale d'un quarré étant connuë, on trouvera la ſuperficie de ce quarré, & enſuite l'un de ces côtez comme il ſuit : quarrez cette diagonale marquée ici L N de 117. toiſes de long : prenez la moitié de ce quarré, qui eſt de 13689. toiſes; cette moitié 6844. toiſes 3. piés ſera la ſuperficie du quarré, dont la racine quarrée, qui eſt fort près de 82. toiſes 4. piés 5. pouces, ſera pour l'un des côtez L M. (Ces trois corollaires ſont fondez ſur la 47. du 1.)

Remarque.

Il eſt démontré dans la derniere propoſition du 10. *Livre d'Euclide que le côté d'un quarré, & ſa diagonale n'ont point de meſure commune : ce qui fait qu'au Corollaire* 2. *bien que le côté n'ait que des Toiſes ſimples, la diagonale a des ſous-eſpeces, & au Corollaire* 3. *bien que la diagonale n'ait que des Toiſes, le côté a des Toiſes & des ſous-eſpeces.*

Problême 68.

La ſuperficie d'un quarré-long ou rectangle ſe trouve, en multipliant les deux côtez qui forment un angle droit, l'un par l'autre : ainſi poſé que les côtez A B & A C, qui forment l'angle droit A ayant l'un 25. toiſes 1. pié, & l'autre 14. toiſes 3. piés; il n'y a qu'à multiplier ces deux quan-

titez l'une par l'autre : Leur produit 364. toiſes 5. piés 6. pouces, ſera la capacité du rectangle A D.

Corollaire 1.

La ſuperficie & l'un des côtez d'un rectangle étant donnez, on trouvera l'autre côté qui forme l'angle droit avec ce premier, en diviſant la ſuperficie par le côté connu : ainſi dans le quarré-long précedent où la ſuperficie eſt de 364. toiſes 5. piés 6. pouces, & le côté A B connu de 25. toiſes 1. pié, ſi on veut avoir l'autre côté A C, qui eſt ſuppoſé inconnu, on n'a qu'à diviſer cette ſuperficie réduite en pouces, par la valeur du côté A B, auſſi reduite en pouces : car le quotient ſera la valeur de A C.

Remarque.

J'ai dit que la ſuperficie & le côté connu devoient être réduits en pouces, parce qu'un diviſeur ne peut être compoſé de pluſieurs valeurs, ainſi que je le fais voir à la page 63. de mon Arithmetique.

Corollaire 2.

Les deux côtez qui forment l'angle droit d'un quarré-long étant connus, on trouvera ſa diagonale en ajoûtant les quarrés de ces côtez en une quantité, dont on tirera la racine quarrée ; de ſorte qu'ayant quarré F G de 33. & G H de 44. & ajoûté leurs quarrés 1089. & 1936. en une quantité 3025. ſi on tire la racine quarrée de ce dernier nombre, il viendra au quotient 55. pour la diagonale F H. (de la 47. du 1.)

Corollaire 3.

La diagonale & l'un des côtez d'un quarré-long étant donnez,

donnez, on trouvera l'autre coté, & la ſuperficie de cette figure comme il ſuit. Quarrés la diagonale F H de 55. & de ce quarré 3025. ôtez-en le quarré 1939. du côté connu G H : le reſte 1086. ſera le quarré de F G, dont tirant la racine quarrée, il viendra 33. pour ſa juſte longueur ; puis on trouvera la ſuperficie comme il a été dit ci-devant.

Avertiſſement.

Quand on meſure un quarré-long, ou toute autre figure, qui a plus de longueur que de largeur, l'on doit ſur toutes choſes bien prendre garde, que la largeur ſoit priſe bien exactement, parce que l'erreur qu'on fait ſur cette largeur eſt plus conſiderable, que ſi elle étoit faite ſur la longueur, à cauſe qu'elle s'étend dans la multiplication ſur toute la longueur.

Problême 69.

La ſuperficie d'un Lozange ou Rhombe, de même que celle d'un Rhomboïde ou paralellogramme oblique, ſe trouve, en multipliant un des côtez de ces figures, par la ligne qui tombe à plomb ſur ce côté : ayant ainſi multiplié le côté B C du Lozange, par la perpendiculaire D E, tombant d'un angle ſur ce côté, on aura 692. pour la ſuperficie du lozange ; que ſi on ne pouvoit pas abaiſſer de perpendiculaire dans la figure, il n'y auroit qu'à prolonger l'un des côtez, qui forment l'angle émouſſé, juſqu'à ce qu'il rencontrât en G l'aplomb partant de A, parce qu'en multipliant comme on voit au rhomboïde, le côté B C 42. toiſes 4. piés par la perpendiculaire A G de 20. toiſes 5. piés, on auroit ſa capacité (ce qui eſt fondé ſur la 35. du 1.)

Corollaire.

La ſuperficie d'un lozange ou celle d'un rhomboïde, avec l'un des côtez de cette figure étant donnez, on trouvera la perpendiculaire, en diviſant la ſuperficie par le côté connu, de ſorte que diviſant la ſuperficie 888. toiſes 5. piés 4. pouces du rhomboïde par 42. toiſes 4. piés, (côté connu) le quotient 20. toiſes 5. piés ſera la perpendiculaire A G ou D E; mais il faut, ainſi que je l'ai déja dit, réduire cette ſuperficie & ce côté en pouces. (Cette pratique n'eſt que le renverſement de la précedente.)

Problême 70.

Tout triangle ſe meſure, en multipliant ſa baſe par la moitié de ſa hauteur, ou la moitié de ſa baſe par toute ſa hauteur, ou enfin toute la baſe par toute ſa hauteur; mais en ce dernier cas, on ne prend que la moitié du produit de cette multiplication.

1. De ſorte que ſi le triangle eſt rectangle, comme A B C, il faut multiplier la baſe B C, qui eſt ſuppoſée de 38. toiſes 3. piés par la moitié de la hauteur, ou perpendiculaire B A ſuppoſée de 27. toiſes 2. piés, le produit 516. toiſes 1. pié ſera la valeur de ce triangle.

2. Mais ſi le triangle eſt oblique, comme D F G, on multipliera la baſe F G de 43. toiſes 1. pié par la moitié de D H tombant du ſommet D perpendiculairement ſur cette baſe, & on aura 697. toiſes 5. piés 2 pouces pour la ſuperficie de la figure requiſe.

3. Il arrive aſſez ſouvent qu'on ne peut entrer dans les triangles qu'on ſe propoſe de meſurer, & que par conſequent on ne peut y abaiſſer aucune perpendiculaire; quand

cela eſt, on fait enſorte d'élever cet à plomb à l'une des extremitez d'un des côtez du triangle, comme on voit ici K M; puis l'on multiplie K L par la moitié de K M.

4. Que ſi outre la difficulté de ne pouvoir pas entrer dans le triangle, il ſe trouvoit encore celle de ne pouvoir pas à l'une des extremitez élever l'aplomb tout entier, on le tireroit à deux repriſes, comme on voit ici les parties L N & O P, qui égalent K M étant jointes enſemble.

5. Enfin ſi le triangle à meſurer, dans lequel on ſuppoſe ne pouvoir pas entrer, eſt émouſſé ainſi que R S V, on prolongera un des côtez qui forment l'angle obtus, juſqu'à ce qu'il rencontre la ligne qui partant de R, tombe à plomb ſur ce prolongement en X; car multipliant S V de 33. toiſes 4. piés par la moitié de R X, c'eſt-à-dire par 15. toiſes 1. pié, on aura la capacité de ce triangle.

Corollaire.

La ſuperficie & la baſe d'un triangle étant données, on trouvera ſa perpendiculaire, en diviſant cette ſuperficie par la baſe & doublant le quotient : ainſi dans le triangle précedent R S V, où la ſuperficie eſt de 510. toiſes 3. piés 8. pouces, & la baſe S V de 33. toiſes 4. piés, ſi on diviſe ces deux quantitez réduites en pouces l'une par l'autre, on aura 15. toiſes 1. pié au quotient : or doublant ce nombre, on aura la perpendiculaire R X.

Autre maniere de trouver la ſuperficie d'un triangle.

Cette façon de trouver la ſuperficie d'un triangle eſt un peu plus longue que les précedentes, mais elle eſt plus

sûre & plus facile, & je m'en ſervirois volontiers dans les meſurages, qui demandent beaucoup d'exactitude. Ajoûtez les trois côtez du triangle à meſurer B A C en une ſomme: prenez la moitié de leur produit, qui eſt ici 102. toiſes, & de cette moitié 51. ôtez-en chaque côté du triangle en particulier; c'eſt-à-dire, que de 51. il faut ôter 28. de la même quantité ôter 35. & enfin du même nombre ôter 39. il viendra 23. 16. & 12. pour les trois differences: multipliez la premiere 23. par la ſeconde 16. & le produit 368. qui en viendra, par la troiſiéme 12. & enfin ce dernier produit 4416. par 51. moitié des trois côtez: ſi on tire la racine quarrée du tout 225216. on aura près de 474. toiſes 3. piés 5. pouces pour la ſuperficie du triangle.

Je ſuis bien-aiſe de démontrer ici cette propoſition, pour faire voir à ceux qui entendent les Elemens d'Euclide, quelle eſt ſa certitude.

Inſcrivés un cercle dans le triangle A B C, du centre O duquel baiſſez des perpendiculaires ſur les côtez du triangle, & menez des lignes droites à ſes angles B, A, & C: il eſt conſtant par la 16. du 3. que les côtez du triangle toucheront le cercle en E, D & F; & comme on ne peut, d'un même point, mener que deux lignes droites égales, qui ſoient touchantes à un cercle; A E & A D ſeront égales entr'elles de même B E & B F le ſeront entr'elles, & enfin C F & C D entr'elles; que ſi on prolonge B A en G, d'une grandeur égale à C D, on aura B G égale à la moitié des trois côtez du triangle; & qui ſera compoſée de trois differences qui ſe trouvent entre la moitié des mêmes trois côtez jointes enſemble à chaque côté particulier: or multipliant donc B G par O E, on aura la valeur du

triangle BAC, de ſorte que cette valeur de triangle, ou pour mieux dire le rectangle de BG, EO ſera moyen proportionnel entre les quarrez des mêmes lignes BG & EO, par la premiere du 6. à cauſe qu'il eſt alternativement de même hauteur que ces quarrés; tirés GH perpendiculaire à BG, & la continuez juſqu'à ce qu'elle rencontre BO prolongée en H, duquel point H vous menerez HI perpendiculaire à AD, pour avoir l'angle I droit; menez une ligne de H en A: cette conſtruction ſuppoſée, il eſt conſtant que les Quadrilateres ED & GI ſeront ſemblables, ayant chacun deux angles droits, & l'angle DAE égal à GHI, de même que EOD eſt égal à GHI: donc leurs moitiés, c'eſt-à-dire, les triangles HGA & AEO ſeront auſſi ſemblables: de ſorte que, par la 4. du 6. HG ſera à GA, comme AE à EO, & par la 16. du même, le rectangle des extrêmes HG, EO égalera celui des moyennes GA, AE: mais le quarré de EO, eſt par la premiere du 6. au rectangle compris ſous HG & EO, comme la ſeule ligne EO eſt à la ſeule HG; ou comme BE à BH, à cauſe de la comparaiſon alterne des côtez des triangles ſemblables BEO & BGH: dont le rapport de BE à BG ſera comme celui du rectangle EOGH, ou ſon égal compris de AE, AG, ainſi qu'il a été prouvé; d'où je conclus que BE eſt à BG, comme le quarré de EO au rectangle compris ſous EA, AG; ainſi multipliant le quarré de EO par BG, on aura, par la 16. du 6. autant que de multiplier le rectangle compris ſous EA, AG par BE, c'eſt-à-dire, les trois differences l'une par l'autre; que ſi ce dernier produit ſe multiplie encore par BG, moitié des trois côtez, on aura une quantité égale aux quarrés de BG & EO multipliez l'un par l'autre, dont ti-

rant la racine quarrée, il viendra une ſuperficie moyenne proportionnelle entre ces deux quarrés, & par conſequent égale à la capacité du triangle B A C.

Autre maniere de trouver le Triangle B A C.

Vous pouvez encore trouver la ſuperficie de ce triangle de la maniere que je l'explique ici, & qui a beaucoup de rapport avec la précedente; ajoutez les trois côtez du triangle en une quantité, de laquelle vous ôterez le double de chaque côté en particulier, pour avoir trois differences: multipliez la premiere de ces differences par la ſeconde, & ce qui en provient par la troiſiéme; après quoi vous multiplierez ce ſecond produit, par les trois côtez joints enſemble; la racine quarrée de ce tout étant tirée, ſa quatriéme partie ſera ce qu'on cherche.

Problême 71.

La ſuperficie d'un trapeze, qui a deux côtez paralelles ſe trouve en multipliant la moitié de ces deux côtez paralelles joints enſemble par la valeur de la ligne, qui tombe de l'une des extremitez du petit côté, perpendiculairement ſur le grand; de ſorte que ſi on veut la capacité du trapeze B D, il ne faut qu'ajouter les deux côtez paralelles A D & B C en une ſomme, & multiplier ſa moitié 82. toiſes 1. pié par 54. valeur D G, tombant de D perpendiculairement ſur B C; car le produit 4437. toiſes ſera la valeur du trapeze B D, lequel eſt égal au rectangle B H.

2. Que ſi le trapeze à meſurer n'a aucun de ſes côtez paralelles, comme le marqué F K; on le réduira en deux triangles par le moyen de la diagonale I L; après quoi

trouvant la ſuperficie de chacun de ces triangles ſeparément, comme l'enſeigne l'une des pratiques du problême précedent, & ajoutant leurs produits en une quantité, elle ſera celle de ce trapeze : ou ce qui eſt la même choſe, multipliez la valeur de la diagonale I L par la moitié des perpendiculaires tombant de F & K ſur cette diagonale.

3. Mais ſi le trapeze étoit diſpoſé de façon qu'on ne pût y entrer, & par conſéquent tirer aucune diagonale, ni abaiſſer de perpendiculaire, on prolongeroit deux des côtez de cette figure, qui ſont les plus antiparalelles, juſqu'à ce que, ſe rencontrant, ils formaſſent un triangle tel que M N O, duquel ayant trouvé la ſuperficie, ainſi que l'enſeigne l'une des pratiques du problême précedent, on en ôteroit la valeur du triangle augmenté P R O; car le reſte ſeroit pour le trapeze P N.

4. Enfin ſi le trapeze à meſurer, & dans lequel on ne peut entrer, n'avoit pas deux de ſes côtez aſſez approchans l'un de l'autre pour faire ces prolongemens, on pourroit l'envelopper d'un rectangle, tel que A E, dont on trouveroit la ſuperficie, comme il eſt dit au 68. problême, de laquelle ôtant la valeur des deux triangles rectangles C D G & B E C, le reſte ſera pour le trapeze cherché.

Problême 72.

La ſuperficie d'un polygone regulier, quel qu'il ſoit, ſe trouve en multipliant la moitié de ſon contour par la ligne qui tombe du centre de cette figure perpendiculairement ſur l'un des côtez; ainſi ſuppoſons que chaque côté du pentagone regulier A B C D E ſoit de 23. toiſes

4. piés 6. pouces, ſon pourtour entier ſera de cinq fois autant, c'eſt-à-dire, 118. toiſes 4. piés 6. pouces, dont la moitié 59. toiſes 2. piés 3. pouces étant multipliée par 16. toiſes 3. piés, valeur de GH tombant du centre à plomb ſur l'un des côtez, on aura 979. toiſes 5. piés 3. pouces pour l'aire de ce polygone, lequel eſt égal à un triangle, qui auroit pour baſe le pourtour de cette figure, & pour hauteur la ligne qui partant du centre tombe à plomb ſur l'un des côtez.

2. Mais ſi le polygone regulier étoit embaraſſé de façon à n'y pouvoir pas entrer, & par conſequent à n'y pouvoir point baiſſer de perpendiculaire, comme cela arrive aſſez ſouvent: voici de quelle maniere il faut s'y prendre.

Diviſez l'un des côtez de cette figure, par exemple MN, que je ſuppoſe ici de 135. toiſes, en deux parties égales au point R, & imaginez des lignes droites, qui partant des extremitez M & N, aillent au centre P, il eſt certain qu'elles diviſeront les angles M & N en deux parties égales: or comme ces angles ont chacun 108. degrez, les moitiés ſeront de 54. chacune; outre cela les angles du point R ſont droits; ainſi dans le triangle PRN on a deux angles & un côté RN, qui eſt moitié de MN, par le moyen dequoi on trouvera PR, ainſi que l'enſeigne le premier corollaire de la page 77. & comme cette perpendiculaire eſt fort près de 92. toiſes 5. piés 5. pouces, ſi on en multiplie 337. toiſes 3. piés moitié du pourtour du polygone, on aura 31354. toiſes 1. pié 5. pouces de ſuperficie pour ce pentagone.

L'on peut encore aſſez facilement trouver la ſuperficie d'un polygone regulier, dans lequel on ne peut entrer, pourvû qu'on ait au juſte la valeur d'un de ſes côtez, en le

le comparant avec ſon ſemblable contenu à la table ſuivante calculée pour les polygones reguliers, qui ont chacun mille toiſes, ou mille piés de long à l'un de leurs côtez, ou mille autres meſures.

Le Pentagone, qui a 1000. toiſes, ou piés de côté contient . . . . . 1720475 de ſuperficie.
L'Hexagone dont le côté a auſſi 1000. des mêmes meſures a . . . . . 2598075. de ſuperficie.
L'Eptag. de 1000. de côté contient 3633525. de ſuperficie.
L'Octog. de 1000. de côté contient 4828827. de ſuperficie.
L'Enneagone . . . . . 6181824. de ſuperficie.
Le Décagone . . . . . 7694200. de ſuperficie.
L'Endecagone . . . . . 9363805. de ſuperficie.
Le Dodecagone . . . . . 11196152. de ſuperficie.

Car ayant été prouvé dans les Elemens de la Geometrie ſpeculative, que les polygones ſont entr'eux en même raiſon que les quarrez de leurs côtez homologues, il eſt donc bien évident en raiſon alterne, qu'un de ces quarrez de côté ſera à la ſuperficie du polygone dont il eſt côté, comme un autre quarré de côté à la ſuperficie de ſon polygone, d'où je tire cette conſequence : donc ſi je veux avoir la ſuperficie, par exemple d'un pentagone dont le côté eſt de 135. toiſes, comme au précedent, je dirai que ſi le quarré de 1000. qui eſt le quarré de principe, c'eſt-à-dire 1000000. donne 1720475. ſuperficie de principe, que donnera 18225. quarré du côté 135. la regle étant faite, il viendra au quatriéme terme, fort près de 31355. toiſes, par où l'on voit que l'on a preſque la même quantité qu'à la pratique précedente.

Problême 73.

La ſuperficie d'un polygone irregulier, qui n'a pas un grand nombre de côtez, tel que H I K L M; ſe trouve en réduiſant cette figure en pluſieurs triangles par le moyen des diagonales I M & I L; car ayant cherché, ainſi que l'enſeigne l'une des pratiques du 70. problême, la ſuperficie de chacun de ces triangles ſeparément, & joint leurs valeurs en une, le produit de cette addition ſera la capacité du polygone irregulier.

2. Mais quand il y a plus de cinq ou ſix côtez au polygone irregulier à meſurer, comme au marqué I, on ſe pourra très-utilement ſervir de la pratique ſuivante. Tirez une ligne droite A F au travers de toute la figure, de l'un des angles à ſon oppoſé le plus éloigné, s'il eſt poſſible; après quoi faites tomber des perpendiculaires de tous les angles du polygone irregulier, ſur cette ligne A F, appellée *fondamentale*, elles réduiront ce polygone en pluſieurs triangles rectangles, & en pluſieurs trapezes, qui ont deux côtez oppoſez paralelles; de ſorte que trouvant la ſuperficie de chacun de ces triangles ſeparément, de même que celle de chaque trapeze ſeparément, ainſi que lenſeignent les 70. & 71. problêmes, & ajoûtant toutes leurs valeurs particulieres en une ſeule ſomme, on aura toute la figure, ce qui eſt évident, puiſqu'elle n'eſt compoſée que de ces mêmes triangles & trapezes; mais comme toute la difficulté de cette operation dépend de bien ſavoir la meſure du triangle & du trapeze, je ne ſaurois trop recommander qu'on ait des idées nettes de ces figures.

3. Il arrive aſſez ſouvent, que d'un angle on ne peut

voir ſon oppoſé le plus éloigné : quand cela eſt, on fait ſon poſſible pour tirer la ligne fondamentale marquée S T dans la figure II. de l'un des angles perpendiculairement ſur le côté oppoſé, pour éviter de tirer des lignes qui ſortent de la figure ; après quoi on abaiſſe des perpendiculaires de tous les angles de la figure ſur cette fondamentale, comme à la précedente, ce qui la réduit en triangles rectangles & en trapezes, dont on trouve la capacité, ainſi qne l'enſeignent les 70. & 71. problêmes, & on ajoûte ces quantitez en une ſeule.

4. Que ſi la fondamentale ne peut pas traverſer toute la figure, à cauſe de quelque empêchement, on fera ſon poſſible pour en tirer une d'un angle au plus éloigné qu'on verra, comme en cette figure. III. la ligne A B, ſur laquelle on baiſſeroit des perpendiculaires, partant des angles de la figure qui ſont vis-à-vis, & pour le reſte de la figure, on tireroit un autre fondamentale telle que C D, ſur laquelle on baiſſeroit des perpendiculaires, leſquelles partant des angles, n'ont pû tomber ſur l'autre : après cela on fera les mêmes operations & la même addition qu'aux précedens exemples.

Avertiſſement.

Quelques Géometres prennent la valeur de tous les angles & de tous les côtez, qui renferment une figure irreguliere, & en rapportent ſur une feuille de papier, ou ſur quelque autre choſe de plat, une ſemblable à celle qui eſt ſur le terrain ; après quoi par un calcul trigonomique très-long & pénible, ils trouvent la capacité de la figure rapportée, d'où ils concluent la valeur de celle qui eſt ſur le terrain ; or bien que cette méthode ſoit vraye dans la ſpeculation & fondée ſur les prin-

cipes géometriques, néanmoins l'on peut dire qu'elle eſt très-difficile à exécuter, tant par le peu de juſteſſe des inſtrumens dont on ſe ſert pour prendre l'ouverture des angles, que par la difficulté de fermer ſon polygone préciſement, ainſi que je le ferai voir dans la maniere de lever les plans, au traité de fortification que je prépare.

D'autres inſcrivent dans la figure à meſurer, le plus grand quarré ou le plus grand rectangle qu'ils peuvent, ainſi qu'on voit à la figure IV : mais outre la difficulté de former cette figure qui eſt aſſez conſiderable, c'eſt qu'il reſte diverſes figures triangulaires & quadrangulaires à meſurer, pour ajouter au rectangle inſcrit, ce qui ne peut rendre l'operation que longue & mal-aiſée, de ſorte que j'aimerois mieux me ſervir des pratiques précedentes, ſans pourtant prétendre que mon ſentiment prévale.

Problême 74.

La ſuperficie d'un polygone irrégulier dans lequel on ne peut entrer, ſe trouve de la maniere ſuivante.

1. Suppoſons que la figure irréguliere à meſurer marquée V. ſoit, par exemple un bois ou un enclos; or comme on ne peut y entrer, & par conſequent y tirer aucune fondamentale, ainſi qu'on l'a pû aux figures précedentes, on enveloppe ce polygone avec un quarré ou un quarré-long tel que A C, ſur les côtez duquel ayant baiſſé des perpendiculaires partant de tous les angles de la figure à meſurer, elles réduiront tout l'eſpace compris entre le polygone irrégulier, & les côtez du quarré-long en pluſieurs triangles rectangles & trapezes, deſquels on trou-

vera la capacité ; comme l'enſeignent les 70. & 71. problêmes : ſi de la valeur du rectangle BD on ôte celle de ces triangles & de ces trapezes joints enſemble, le reſte ſera pour la figure, dans laquelle on a ſuppoſé ne pouvoir entrer, ce qui eſt évident.

2. L'on voit par la figure marquée du chiffre VI. que l'irrégularité d'un polygone dans lequel on ne peut entrer, n'empêche pas qu'on ne le meſure facilement, en baiſſant des perpendiculaires de tous ſes angles, ſur les côtés du rectangle qui l'enveloppe ; car ces perpendiculaires, réduiſant tout l'eſpace qui eſt entre les côtez du rectangle & ceux de la figure à meſurer en pluſieurs triangles rectangles & trapezes, il ne faut qu'ôter leurs valeurs jointes en une de la capacité du rectangle ; le reſte ſera ce qu'il faut.

Problême 75.

La ſuperficie d'une figure irréguliere renfermée de lignes obliques ſe trouve, comme il ſera dit ci-après.

1. pluſieurs perſonnes qui ſe mêlent de meſurer, ſe ſervent d'ordinaire d'une pratique fort cavaliere pour réſoudre cette propoſition ; car imaginant des lignes droites, dont les unes rentrent & les autres ſortent de la figure à meſurer, enſorte que ce que l'une des lignes ou une partie a ôté, l'autre l'équivale, afin de compoſer un polygone égal à cette figure, ainſi qu'on voit la marquée VII. mais cette méthode eſt peu sûre, & en fait de meſurage les yeux ſeuls ne ſuffiſent pas, on doit donc l'éviter puiſque même les plus habiles, & ceux qui ſont expérimentez ne laiſſent pas de s'y tromper : & en cela comme en pluſieurs autres choſes, on ne ſauroit trop blâmer la négli-

gence de quelques Ingenieurs, qui aiment mieux ſe ſervir de ces pratiques vicieuſes, qu'une mauvaiſe routine leur fait croire bonne, que de s'inſtruire au moins ſur les premiers principes de la Géometrie.

2. La plus sûre maniere de meſurer des figures de cette irrégularité, quand on peut y entrer, c'eſt d'y former un grand polygone, comme on voit à la figure VIII. & dont on trouve la ſuperficie, ainſi qu'il a été enſeigné au 73. problême; après quoi abaiſſant des perpendiculaires, qui partant des curvitez de la figure & tombant ſur les côtez du polygone inſcrit, réduiſent le reſte en pluſieurs trapezes & triangles, dont on trouve la valeur, ainſi que l'enſeignent les 70. & 71. problêmes; ſi on ajoûte ces valeurs de triangles & de trapezes avec celle du polygone inſcrit, le tout ſera la capacité de la figure à meſurer.

Remarque.

Quand on veut meſurer ces ſortes de figures avec un peu d'exactitude, l'on fait enſorte que la partie de la ligne courbe, qui ſe trouve entre deux perpendiculaires, ne s'éloigne pas ſenſiblement d'une ligne droite: ce qui fait ſouvent, qu'après avoir formé le plus grand polygone qu'on peut dans ces figures, on y fait encore des triangles dans les reſtans, pour occuper plus d'eſpace, ainſi qu'on le voit au triangle A B C de la figure IX; & pour ce qui eſt des eſpaces à meſurer, qui reſtent entre les lignes droites & les courbes, on fait comme à l'article précedent, & on ajoûte toutes ces quantitez en une.

3. Lorſqu'on ne peut entrer dans la figure irreguliere

à meſurer, ainſi que ſeroit par exemple un bois ou un étang, on l'envelope d'un rectangle, dont on trouve la ſuperficie, ainſi que l'enſeigne le 68. problême ; après quoi ayant baiſſé des lignes perpendiculaires ſur les cotez de ce rectangle aſſez frequemment, pourvû que la partie de la ligne courbe qui eſt entre deux de ces perpendiculaires ne s'éloignent pas ſenſiblement d'une ligne droite ; ce qui réduit l'eſpace d'entre la figure à meſurer & le rectangle qui l'enveloppe en pluſieurs triangles & trapezes, dont on trouve la ſuperficie à l'ordinaire, & on ôte les produits joints enſemble de la valeur du rectangle : car le reſte eſt la figure cherchée marquée X.

4. Enfin, ſi dans la figure à meſurer, il y avoit quelque choſe qui en dût être deffalqué, comme ſeroit par exemple une marre d'eau, il faudroit en premier lieu, trouver la capacité de la figure entiere XI. ainſi qu'il a été dit à l'un des articles précedens de laquelle on ôteroit la petite figure, dont on trouvera auſſi la ſuperficie comme l'enſeigne l'un des mêmes articles ; car le reſte ſeroit dequoi il s'agit.

DE LA MESURE DES PLANS CIRCULAIRES.

Problême 76.

Le diametre d'un cercle étant connu, on trouvera la circonference, en faiſant une regle de trois, dont 7. ſoit le premier terme ; 22. le ſecond ; & la valeur du diametre connu ſoit le troiſiéme ; car la regle étant achevée, il viendra au quatriéme terme la circonference que l'on cher-

che; parce que comme l'a démontré Archimede, le diametre d'un cercle étant de ſept toiſes ou de ſept autres meſures, ſa circonference en a toujours 22. ainſi ſuppoſé que le diametre A B du cercle ſoit de 10. toiſes & 3. piés, ſi on veut avoir ſa circonference, on dira par regle de trois.

Si 7. toiſes donnent 22. toiſes, combien 10. toiſes 3. piés. La réponſe ſera de 33. toiſes.

2. Mais ſi la circonference A C B D d'un cercle étoit connuë, & qu'on proposât de trouver le diametre, il faudroit faire le contraire de ce que je viens de dire, en mettant 22. au premier terme de la regle de trois; 7. au ſecond; & la circonference, qui a dans cet exemple 33. au troiſiéme; car la regle étant achevée, il viendra au quatriéme terme 10. toiſes 3. piés pour le diametre A B (ce qui dépend ainſi que les ſuivantes, des principes établis par Archimede.)

Problême 77.

Le diametre d'un cercle étant connu, on trouvera la ſuperficie de ce même cercle, en faiſant une regle de trois, dont 14. ſoit le premier terme, 11. le ſecond, & le quarré du diametre le troiſiéme: ainſi ſuppoſé que le diametre E G ait 24. toiſes 3. piés, ſi je veux trouver la ſuperficie de ſon cercle, je n'ai qu'à dire par regle de trois:

Si 14. donnent 11. combien 600. toiſes 1. pié 6. pouces qui eſt le quarré du diametre: la regle étant achevée, il viendra au quotient 471. toiſes 3. piés 9. pouces pour la ſuperficie du cercle.

Mais, ſi la ſuperficie d'un cercle étant donnée, on propoſoit de trouver ſon diametre, il faudroit renverſer la pratique

tique que je viens d'expliquer, c'eſt-à-dire qu'on mettroit 11. au premier terme de la regle de trois; 14. au ſecond; 471. toiſes 3. piés 9. pouces ſuperficie du cercle au troiſiéme; car la regle étant achevée, il viendroit 600. toiſes 1. pié 6. pouces pour le quarré du diametre, dont la racine quarrée 3. toiſes 24. piés ſera le diametre E G.

Problême 78.

La circonference d'un cercle étant connuë, on trouvera la ſuperficie de ce cercle, en faiſant une regle de trois, dont 88. ſoit le premier terme; 7. le ſecond; & le quarré de la circonference ſoit le troiſiéme; de ſorte que ſi on ſuppoſe la circonference d'un cercle, être de 33. piés, & qu'on demande la ſuperficie, il n'y a qu'à dire par regle de trois.

Si 88. donnent 7. que donnera 1089. quarré de 33. qui eſt la circonference? la regle étant faite, on aura 86. piés 7. pouces 6. lignes pour la capacité du cercle.

2. Mais ſi la ſuperficie du cercle étant donnée, on propoſoit d'en trouver la circonference, il faudroit faire le contraire de ce que je viens de dire, en mettant 7. au premier terme de la regle, 88. au ſecond, & 86. piés 7. pouces 6. lignes ſuperficie du cercle au troiſiéme, afin d'avoir 1089. au quatriéme pour le quarré de la circonference, dont la racine quarrée donnera 33. piés pour cette circonference.

Problême 79.

La ſuperficie de tout ſecteur de cercle ſe trouve, en multipliant ſon arc par la moitié de ſon rayon, ou bien la moitié de l'arc par le rayon entier, ou bien enfin l'arc par le rayon; mais du produit de quoi on ne prend que la moi-

tié ; ainſi ſuppoſé que l'arc B C D du ſecteur, ſoit de 2. toiſes 3. piés 9. pouces, & le rayon A B de 5. piés 8. pouces, il n'y a qu'à multiplier la premiere de ces quantitez par la moitié de l'autre, le produit 1. toiſe 1. pié 5. pouces 3. lignes ſera la ſuperficie du ſecteur.

2. Mais comme la principale difficulté de cette propoſition conſiſte à trouver la valeur de l'arc du ſecteur, parce que les meſures dont on ſe ſert d'ordinaire étant en ligne droite, elles ne peuvent convenir avec une ligne courbe, en voici la méthode exacte : cherchez la quantité de degrez, ou de degrez & minutes, que l'angle E, du centre du ſecteur contient, ſoit par le moyen de quelque inſtrument geometrique, ou par la connoiſſance des côtés du triangle E G H, ainſi que l'enſeigne le ſecond Corollaire de la page 75. & ſuppoſé que cet angle ſoit comme ici de 123. degrez 20. minutes, & le rayon de 5. toiſes 1. pié 6. pouces, faites une regle de trois, dont 7. ſoit le premier terme, 22. le ſecond, & 10. toiſes 3. piés double de ce rayon, (c'eſt-à-dire le diametre) ſoit le troiſiéme ; la regle étant achevée on aura 33. toiſes pour la circonference du cercle dont le ſecteur eſt partie ; après cela faites une ſeconde regle de trois, dont 360. valeur de tous les degrez du cercle ſoit le premier terme, 33. toiſes valeur de la circonference de ce cercle ici en meſures ſoit le ſecond, & 123. degrez 20. minutes valeur de l'angle E ſoit le troiſiéme, la regle étant faite, il viendra 11. toiſes 1. pié 10. pouces pour l'arc G I H ; de ſorte que multipliant ce nombre par la moitié du rayon E G, on aura 29. toiſes 4. piés 0. pouces 9. lignes pour la ſuperficie du ſecteur : que ſi on veut la ſuperficie du ſecteur E G I H, on ſe ſervira de la même pratique ; après quoi ajoutant la valeur de ces deux ſecteurs, il doit venir la ſuper-

ficie du cercle entier, ce qui eſt facile à prouver par l'un des Problêmes précedens.

Problême 80.

La ſuperficie d'une portion ou ſection de cercle, telle que L M N, ſe trouve en prolongeant la corde L M de L en P, des deux tiers de la fleche O N, l'on aura la ſuperficie cherchée, parce qu'elle eſt égale au double du triangle N O P; c'eſt la pratique dont ſe ſervent la pluſpart des ouvriers.

D'autres forment dans la portion de cercle à meſurer, le plus grand triangle qu'ils peuvent, principalement quand elle approche du demi-cercle, ou qu'elle le ſurpaſſe: après quoi ayant trouvé la ſuperficie de ce triangle, qui eſt ici R S V, ils lui ajoutent les ſuperficies des petites portions X & Z, qu'ils trouvent de la façon que je viens de le dire.

Mais comme ces deux pratiques ne ſont pas fort juſtes, & qu'en fait de meſurage, on ne peut être trop exact, je voudrois me ſervir de celle qui ſuit. Trouvez le centre du cercle, dont la portion à meſurer fait partie, ainſi que l'enſeigne le quinziéme Problême, & ayant tiré des rayons de ce centre D aux extremitez A & C de l'arc, ils formeront un ſecteur A D C B, dont on trouvera la valeur comme il eſt enſeigné au ſecond cas du précedent Problême, de laquelle valeur on ôtera celle du triangle A D C; le reſte ſera pour la portion A C B. Que ſi on propoſoit de trouver la capacité de la grande portion A C E, on chercheroit celle du ſecteur D A E C, à laquelle on ajouteroit le triangle C A D.

4. Si on ne pouvoit pas avoir le centre du cercle dont la ſection eſt partie, ainſi qu'il arrive au vuide du ceintre d'une

voute, il faudroit en ce cas prendre bien exactement la corde & la fleche, dont l'une a dans cet exemple 12. piés, & l'autre 4. piés 3. pouces; puis ayant quarré la moitié L G de la corde, & diviſé le produit 36. par la fleche L I, le quotient 8. piés 5. pouces & fort près de 8. lignes, ſera pour L M, qui joint à la fleche, donnera le diametre I M du cercle; le milieu N de cette ligne ſera le centre, & N G ou N H le rayon, qui aura 6. piés 4. pouces 4. lignes; de ſorte que trouvant la valeur du ſecteur I G N H, ainſi que l'enſeigne le 2. cas du Problême précédent, & ôtant celle du triangle G N H, le reſte ſera pour la portion I G H. (Cette maniere de trouver L M dépend de la 35. du troiſiéme.)

5. Enfin ſi on ne connoiſſoit que la corde, & que cependant, on fut obligé de trouver la portion, on choiſiroit un point R ſur l'arc, & ayant tiré des lignes de ce point aux extremitez O, P, de la corde, il faudroit prolonger P R juſqu'à ce qu'elle rencontrât la ligne qui partant de O, lui tombe à plomb deſſus au point S: cela fait, quarrez O P, & en ôtez les quarrez de O R & R P; la moitié du reſte ſera (par la 12. du 2.) le rectangle de P R & R S; que ſi vous diviſez cette moitié par P R, le quotient ſera R S; de ſorte que ſi du quarré de O R vous en ôtez celui de R S, le reſte ſera (par la 47. du premier) le quarré de S O, dont la racine quarrée donnera la valeur de cette ligne; de plus les triangles O S R & O S P, étant ſemblables, il y aura même rapport de O S à O R, que de O P à un quatriéme terme, qui ſera P T, dont le milieu V, doit être le centre du cercle: ainſi ayant tiré la ligne V O, on aura le ſecteur V O R P, dont on trouvera la ſuperficie, ainſi que l'enſeigne le 2. cas du Problême précédent, de laquelle ôtant le triangle O V P, le reſtant ſera la portion cherchée.

Problême 81.

Trouver la ſuperficie de quelle figure que ce ſoit, bornée par des lignes circulaires.

1. Si la figure à meſurer eſt un croiſſant tel que A B C D, on cherchera d'abord la ſuperficie de la portion A C B, ainſi que l'enſeigne le Problême précedent, de laquelle ayant ôté la capacité de la portion A C D, le reſte ſera pour le croiſſant propoſé.

2. Que ſi la figure dont on veut avoir la capacité, étoit renfermée de deux lignes courbes, ainſi qu'on voit E G H I, il la faudroit réduire en deux portions, par le moyen de la ligne E H; après quoi ayant trouvé la ſuperficie de chacune de ces portions, ainſi que l'enſeigne le Problême précédent, on en ajouteroit les valeurs en une ſeule.

3. Mais ſi le plan à meſurer étoit borné de pluſieurs arcs de cercle, comme celui qui eſt marqué II. on tireroit des lignes droites par les extremitez de ces arcs, leſquelles réduiroient cette figure en un Polygone & en pluſieurs portions de cercle, dont trouvant la capacité de chacune ſéparément, & ajoutant le tout en une quantité, on auroit la valeur de la figure propoſée.

4. La bande d'un cercle telle que A B C D ſe meſure en ôtant la ſuperficie de la petite portion A D E de la grande B C E: or ces portions ſe meſurent, comme il eſt enſeigné au Problême précedent.

5. La ſuperficie d'une couronne telle que G H I ſe trouve en ôtant celle du petit cercle L de celle du grand; & ces ſuperficies ſe trouvent, ainſi que l'enſeigne le 77. Problême.

6. Enfin la ſuperficie d'un plan ſpiral tel que M N O

PQ ſe trouve de la maniere ſuivante : cherchez la ſuperficie du demi-cercle fait ſur RS : trouvez auſſi celle du demi-cercle qui a VR pour diametre : ſi on ajoute leurs valeurs en une, on aura la capacité du plan ſpiral.

7. Ou bien trouvez la ſuperficie du demi cercle Q, celle du demi-cercle P ſera quatre fois plus grande ; après quoi trouvez la demi-couronne O, de même que N & M ; ſi vous ajoutez toutes ces quantitez en une, vous aurez la capacité du plan ſpiral.

Problême 82.

La circonference d'une ovale ſe trouve, en faiſant que comme 7. eſt à 22. ainſi la moitié des deux diametres joints enſemble, ſoit à cette couronne ; de ſorte que ſuppoſé les diametres AB & CD de l'ovale ſuivant être l'un de 12. toiſes 3. piés, & l'autre de 9. toiſes, ſi je veux avoir la circonference, je dirai ſi 7. donne 22. combien 10. toiſes 4. piés 6. pouces qui eſt la moitié des deux diametres joints enſemble ; car la regle étant faite, on aura 33. toiſes 4. piés 8. pouces, & très-près de 7. lignes pour cette circonference.

Problême 83.

La ſuperficie d'une ovale ſe trouve, en faiſant que comme 14. eſt à 11. ainſi le produit des deux diametres multipliez l'un par l'autre ſoit à cette même ſuperficie ; ainſi dans la même ovale que j'ai dit, ſi je veux en avoir la capacité, je dirai par regle de trois, ſi 14. donnent 11. combien 112. toiſes 3. piés, valeur du rectangle compris des diametres AB & CD ? la regle étant faite, il viendra 88. toiſes 2. piés 4. pouces & près de 6. lignes pour cette ſuperficie, laquelle

égale celle d'un cercle, dont le diametre ſeroit moyen proportionnel entre les deux diametres de l'ovale.

2. Ou bien faites un cercle, qui ait pour diametre C D petit diametre de l'ovale, & en ayant trouvé la capacité, ainſi que l'enſeigne le 77. Problême, multipliez-là par le grand diametre A B ; & après cela diviſez ce dernier produit par C D, le quotient ſera ce qu'on cherche.

3. Enfin, vous en viendrez encore à bout, en faiſant une regle de trois, dont le grand diametre A B ſoit le premier terme ; le petit C D le ſecond terme ; & la capacité d'un cercle dont A B ſeroit diametre le troiſiéme ; car il viendroit au quotient de la diviſion ce qu'on cherche.

Problême 84.

La ſuperficie d'une parabole, telle que E G H I, ſe trouve en multipliant ſa baſe G I augmentée d'un tiers, par la moitié de ſa hauteur E H ; de ſorte que la baſe étant de 3. toiſes 3. piés, & la hauteur de 2. toiſes 4. piés, je multiplie 4. toiſes 4. piés, qui eſt la baſe G I augmentée d'un tiers I L, par une toiſe 2. piés moitié de la hauteur ; parce que la capacité d'une parabole égale celle du triangle E G L, ainſi que l'a démontré Archimede.

2. Ou bien multipliez les deux lignes G I & E H l'une par l'autre, c'eſt-à-dire la baſe par la hauteur ; ſi vous prenez les deux tiers de leur produit, vous aurez encore la même parabole, parce que le rectangle de ces deux lignes, eſt à la parabole comme 3. à 2.

3. La ſuperficie d'une hyperbole M N O P ſe trouve de la même maniere que celle de la parabole ; ainſi il eſt inutile de repeter ce que je viens de dire.

MESURE DE LA SURFACE OU SUPERFICIE EXTERIEURE DES CORPS OU SOLIDES.

Problême 85.

La ſuperficie d'un Exaëdre ou Cube, tel que AH, ſe trouve en multipliant la capacité d'une des faces quarrées, par exemple AC, par 6. qui a ici 16. piés, à cauſe que ce ſolide eſt renfermé de ſix quarrés égaux.

2. Que ſi l'on propoſoit de trouver la ſuperficie exterieure d'un paralellipipede tel que NL, l'on chercheroit d'abord, par le 68. ou par le 69. problême, la ſuperficie de trois de ſes plans differens, qui forment un angle ſolide, & doublant ce produit, on auroit la ſuperficie cherchée.

3. Ou bien multipliez le pourtour LSMK par la longueur LP, au produit de quoi vous ajouterez le double du paralellogramme LM.

Problême 86.

La ſuperficie exterieure d'un priſme, quel qu'il ſoit, y compris celle de ſes baſes, ſe trouve en multipliant le pourtour de cette baſe par la longueur du priſme, au produit de quoi on ajoûte la ſuperficie des baſes haute & baſſe; ainſi pour trouver la ſuperficie exterieure du priſme ou colonne à pans AI, on multiplieroit ſon pourtour ABCDE par ſa hauteur AG, à quoi on ajoûteroit les ſuperficies haute & baſſe, qu'on trouve ainſi que l'enſeigne le 72. problême.

Il n'importe pas que cette figure ſoit reguliere ou irreguliere,

liere, pour en avoir la ſuperficie exterieure, car dans l'un ou l'autre cas, il faut ſe ſervir de la même pratique, excepté aux baſes, qui étant irregulieres, ſe trouvent par le 73. problême au lieu du 72.

Problême 87.

La ſuperficie exterieure d'une piramide, y compris celle de la baſe, ſe trouve en multipliant ſon pourtour LMNO par la moitié de la ligne qui tombe du ſommet P perpendiculairement ſur l'un des côtez de la baſe en R; au produit de quoi on ajoûtera la ſuperficie de ſa baſe LN, qui ſe trouve ainſi que l'enſeigne le 73. ou le 74. problême.

2. Que ſi la piramide eſt oblique, comme la marquée A, il faut trouver la ſuperficie de chaque triangle exterieur ſéparément, & les ayant tous joints enſemble, on mettra avec ce produit la ſuperficie de la baſe.

3. Mais ſi la piramide dont on veut avoir la ſuperficie exterieure étoit tronquée, comme B, c'eſt-àdire coupée par un plan, il faudroit trouver la capacité de chaque trapeze exterieure qui enveloppe cette piramide, ainſi que l'enſeigne le 71. problême, après quoi ayant trouvé les baſes haute & baſſe, on ajoûtera tous ces produits en un, & il importe fort peu, que cette piramide tronquée ſoit reguliere, ou irreguliere, droite ou oblique.

Problême 88.

La ſuperficie exterieure des cinq corps reguliers ſe trouvera comme il ſuit:

1. Si c'eſt un tetraëdre marqué C, ſervez-vous de la premiere pratique enſeignée au problême précédent; car ce

ſolide n'eſt autre choſe qu'une piramide reguliere : ou bien trouvez la ſuperficie de l'un de ſes triangles équilateraux ; dont vous multiplierez le produit par 4.

2. Si c'eſt un hexaëdre D, comme ce corps n'eſt autre choſe qu'un cube, vous en aurez la ſuperficie exterieure, en faiſant ce qui eſt enſeigné au premier cas du 85. problême.

3. Que ſi le corps regulier dont on veut avoir la ſuperficie exterieure, eſt un octaëdre E, trouvez celle d'un des triangles équilateraux qui le renferment, ainſi qu'il eſt dit au 70. problême ; multipliez cette ſuperficie de triangle par 8. qui eſt la quantité de plans que contient l'Octaëdre, & on aura ce qu'on cherche.

4. Mais pour avoir la ſuperficie exterieure d'un dodecaëdre G ; il faut premierement trouver la capacité d'un des pentagones reguliers qui le renferment, ainſi que l'enſeigne le 72. problême, & la multiplier par 12. qui eſt la quantité des pentagones qui renferment le dodecaëdre ; ce dernier produit ſera ce qu'on cherche.

5. Enfin, ſi c'eſt un iſcoſaëdre H ; trouvez la ſuperficie d'un des triangles équilateraux qui le comprennent, & multipliez-là par 20. qui eſt la quantité de triangles, vous aurez toute la ſuperficie exterieure de ce ſolide.

Problême 89.

La ſuperficie d'un cilindre droit, étant égale à celle d'un rectangle qui auroit pour côtés la circonference & la hauteur de ce ſolide, ſe trouve en multipliant cette circonference BCDE, que je poſe ici de 1. toiſe 3. piés 4. pouces par ſa hauteur AB, de 2. toiſes 5. piés : & ſi on veut ajouter à ce produit les ſuperficies circulaires haute & baſſe ; on

les trouvera, ainſi qu'il eſt enſeigné au 77. ou au 78. Problême.

2. Que ſi le cilindre eſt oblique, comme le marqué G K, on aura la ſuperficie exterieure de ce corps, en multipliant la circonference K L M N de ſa baſe par ſa hauteur G O; & ſi on veut que les ſuperficies des baſes circulaires haute & baſſe y ſoient jointes, on les trouvera de la maniere que l'enſeigne le 77. ou le 78. Problême.

3. Enfin ſi les baſes des colonnes, dont on veut la ſuperficie exterieure, étoit de figure ovalique, ou eliptique, ou ſpirale, on ſe ſerviroit des mêmes pratiques.

Problême 90.

1. La ſuperficie exterieure d'un cône droit ſe trouve, en multipliant la circonference B C D E de ſa baſe par la moitié de ſon côté A B, parce que cette ſuperficie exterieure de cône, égale toujours un ſecteur de cercle, qui auroit pour arc la circonference de ce cône, & pour rayon le côté du même ſolide: que ſi on veut que la ſuperficie de la baſe y ſoit jointe, on la trouvera comme l'enſeigne le 78. Problême.

2. Que ſi le cône dont on veut avoir la ſuperficie exterieure eſt oblique, on multipliera ſa circonference H I K L par la moitié de ſes deux côtés G H & G K joints enſemble; au produit de quoi on ajoutera la ſuperficie de ſa baſe, ſi on veut qu'elle y ſoit compriſe.

3. Mais ſi le cône eſt tronqué, c'eſt-à-dire recoupé par un plan paralelle à ſa baſe, on en trouvera la ſuperficie exterieure, en multipliant la moitié des circonferences haute & baſſe M N O P & R S T V jointes enſemble, par le côté M R: ou bien, trouvez la ſuperficie d'un cercle, qui ait pour rayon

une ligne moyenne proportionnelle entre le côté M R du cône tronqué, & les deux rayons de ſes baſes circulaires joints enſemble : ainſi ſuppoſé que le petit rayon Q M ſoit de 2. piés 4. pouces, le grand rayon X R de 3. piés 8. pouces, & le côté M R de 6. piés, j'ajoute ces deux rayons en un, avec quoi je multiplie le côté, il vient 36. dont la racine 6. eſt la longueur du rayon ou demi-diametre d'un cercle égal à la ſuperficie exterieure du cône tronqué, or on trouvera la capacité de ce cercle, ainſi que l'enſeigne le 78. Problême. (Tiré de la 16. du 1. de la Sphere & du Cilindre d'Archimede.)

C'eſt de cette façon, qu'on trouve la ſurface exterieure des colonnes d'Architecture, leſquelles allant en diminution vers le haut, & ſouvent vers le haut & vers le bas, on les conſidere comme un ou deux cônes tronqués, bien qu'au fonds, la diminution ne s'en faſſe pas en ligne droite, mais bien par une détraction continuelle des parties.

Problême 91.

La ſuperficie exterieure d'une ſphere ou globe, étant égale à celle d'un rectangle, qui auroit pour côté la circonference & l'axe de ce ſolide, il eſt bien évident que pour avoir cette ſurface exterieure, on doit multiplier la circonference A B C D d'un de ſes plus grands cercles par l'axe A C.

2. Ou bien multipliez la ſuperficie d'un cercle dont A B C D eſt la circonference par 4. parce que la ſuperficie d'une ſphere ou boule, eſt quadruple d'un de ſes plus grands cercles.

Problême 92.

La ſuperficie exterieure d'une portion de ſphere, étant égale à celle d'un cercle qui auroit pour rayon la ligne droite tirée du bord de cette portion à ſon ſommet, ainſi qu'on le déduit des 40. & 41. propoſition de la Sphere d'Archimede, il s'enſuit que pour la trouver, on doit tirer une ligne droite du bord H de cette portion, à ſon ſommet I, & faire un cercle dont cette ligne H I ſoit le rayon, après quoi ayant trouvé la ſuperficie de ce cercle, ainſi que l'enſeigne le 77. Problême, on aura celle de la portion: mais comme la difficulté principale de cette propoſition, conſiſte à trouver la valeur de la ligne H I, parce qu'on ne peut la tirer en droiture, en voici la méthode; prenez avec beaucoup d'exactitude H L & L I, c'eſt-à-dire la moitié du diametre H M de la portion, & ſon épaiſſeur auſſi, quarrez la valeur de ces deux lignes, ajoutez les deux quarrez en une quantité, dont vous tirerez la racine quarrée, le quotient ſera la valeur de H I (par la 47. du 1.)

2. Si on vouloit avoir la circonference d'un cercle dont l'arc H I M de la portion eſt partie, il n'y auroit qu'à multiplier cette circonference, par l'épaiſſeur L I de la portion, & on auroit ce qu'on cherche.

Problême 93.

La ſuperficie d'une zone ſe trouvera comme il ſuit:

1. Si la zone eſt renfermée entre un des grands & un des petits cercles de la ſphere paralelles entr'eux, comme la marquée A B C D E, il ne faut que multiplier la circonference B G C H du grand cercle, par I L partie de l'axe de cette zone.

2. Que ſi la zone à meſurer s'étendoit de part & d'autre du grand cercle, on en trouveroit la ſuperficie, comme il vient d'être dit, en conſiderant cette zone de la même façon que s'il y en avoit deux, c'eſt-à-dire, en faiſant deux operations.

3. Mais ſi elle étoit renfermée entre deux des petits cercles de la ſphere, comme eſt par exemple l'une des zones temperées, bornée par l'un des *Tropiques* & l'un des *Polaires*, il faudroit ôter la demi-zone *Torride* de celle qui eſt entre l'*Equateur* & le polaire, le reſte ſeroit pour la zone temperée.

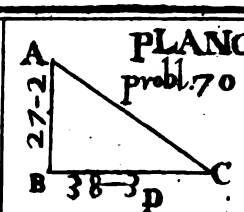
Probléme 94.

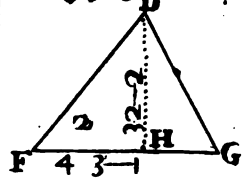
La ſuperficie exterieure d'un Conoïde ovalique ſe trouve, en multipliant ſa petite circonference MNOP par le grand axe R S.

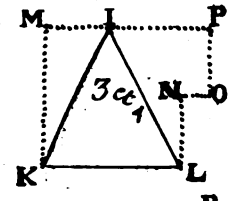
Avertiſſement.

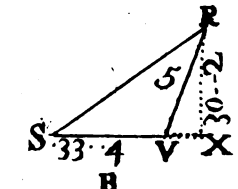
La ſurface exterieure des corps irréguliers, dépendant plus de la raiſon & d'une grande experience, que d'aucuns principes certains, je ne perdrai pas ici mon temps à expliquer de quelle maniere il faut s'y prendre pour les trouver; ceux qui auront une fois bien conçu ce que j'ai dit touchant les ſuperficies planes & courbes, réſoudront facilement les difficultez qui pourront leur arriver ſur cette matiere.

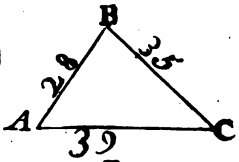
PLANCHE 16

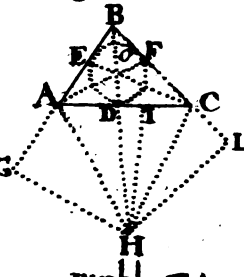




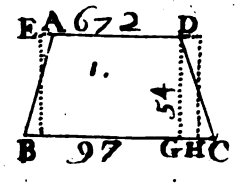


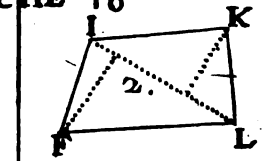


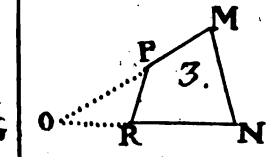


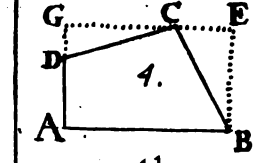


probl 71

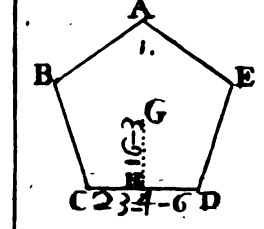


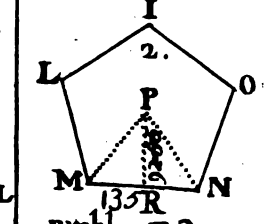




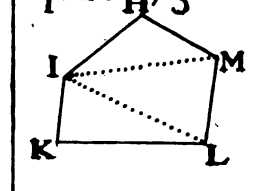


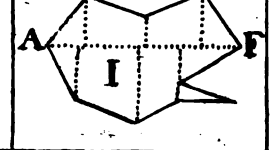
probl 72

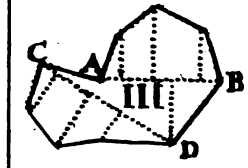


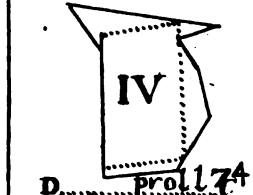


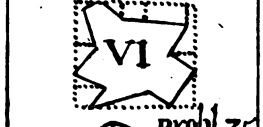
probl 73



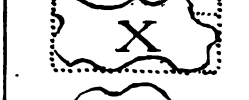








probl 75



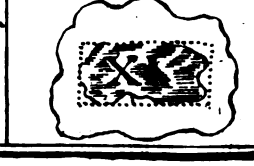
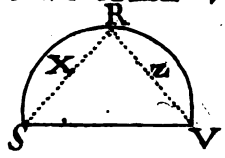
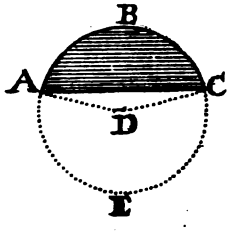
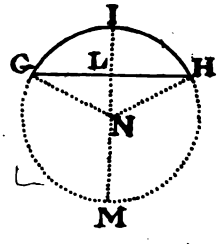
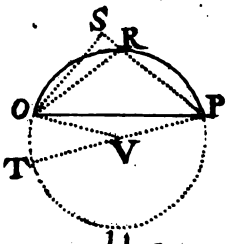


PLANCHE 17

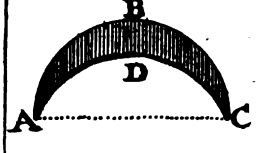


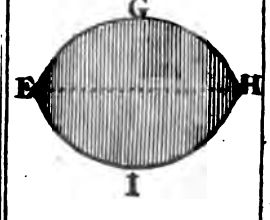


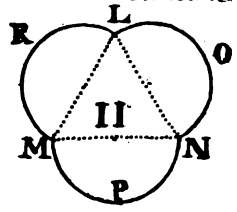


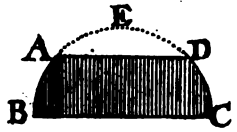


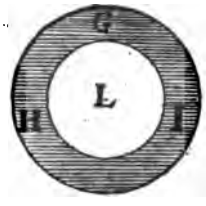
probl 81

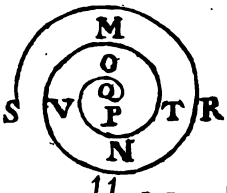




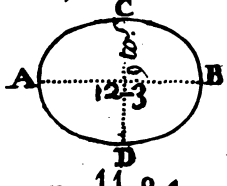




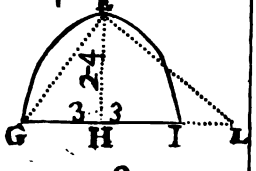


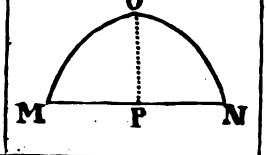


probl 82

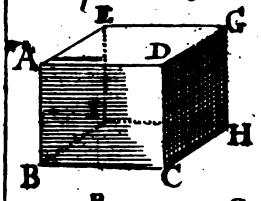


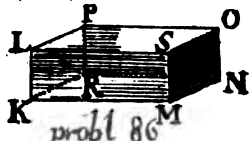
probl 84



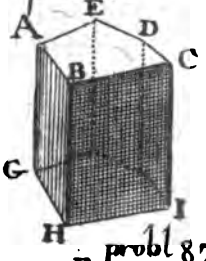


probl 85

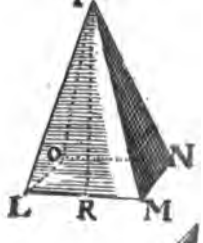


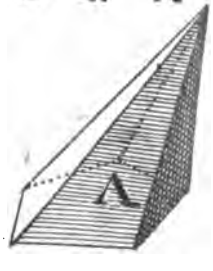


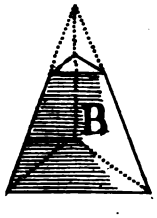
probl 86



probl 87







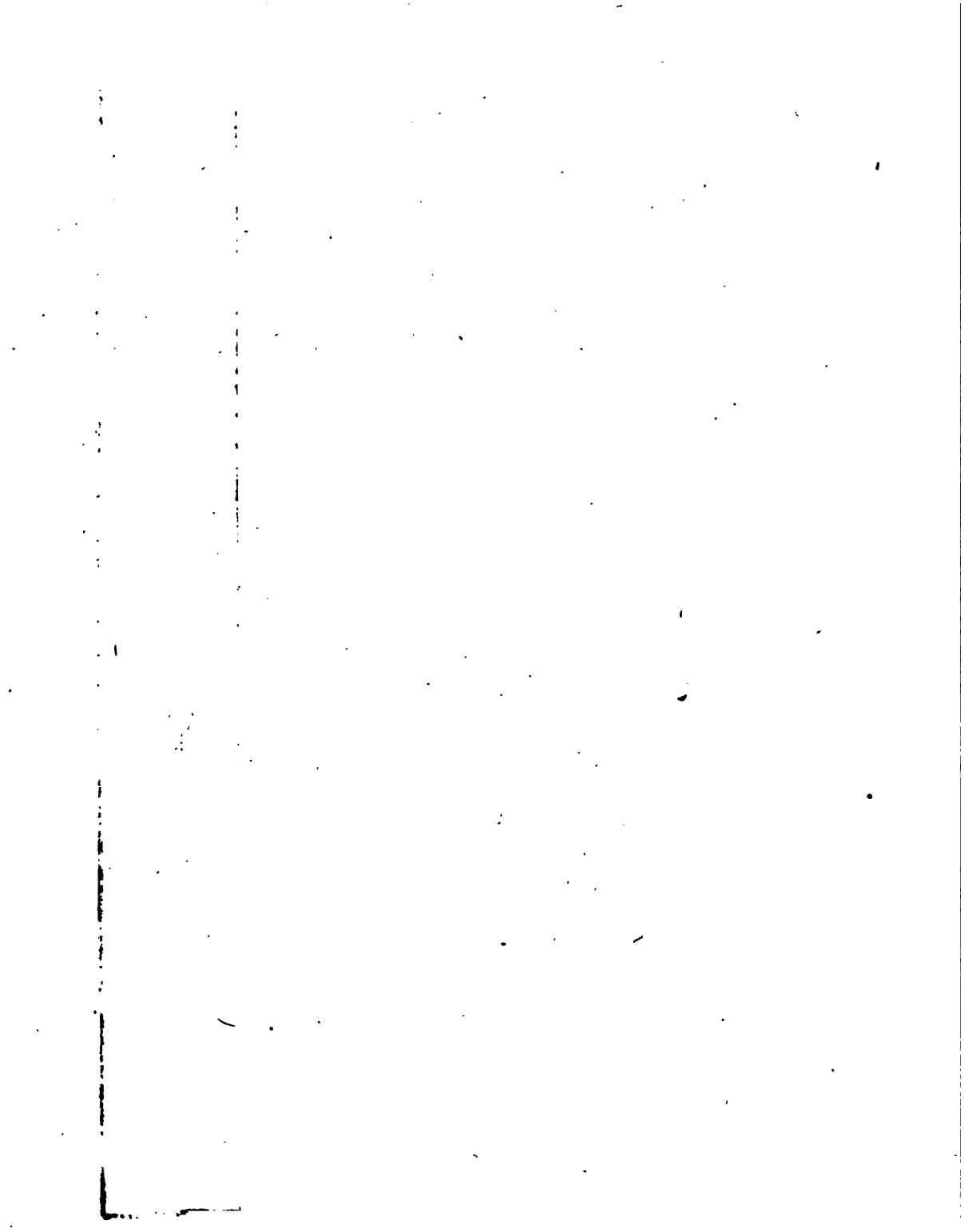
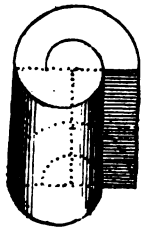
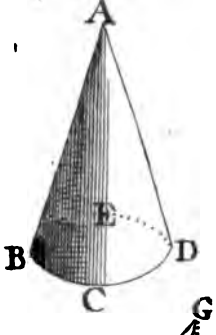
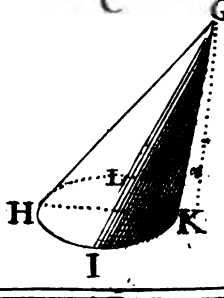


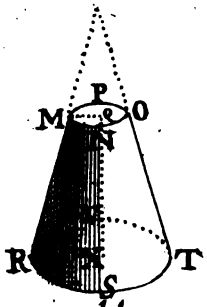
PLANCHE 18



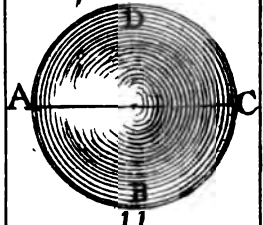
probl 90



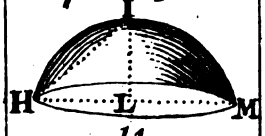




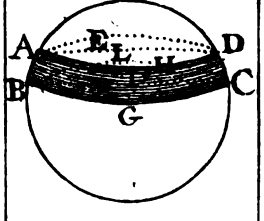
probl 91

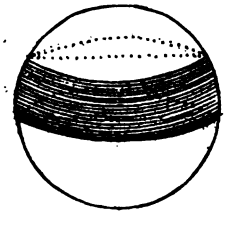


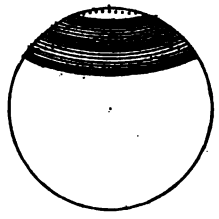
probl 92



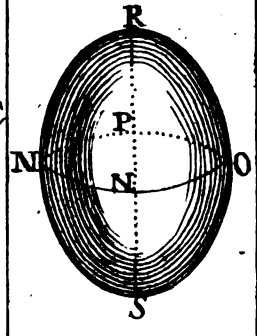
probl 93







probl 94



STEREOMETRIE
OU
MESURE DES CORPS SOLIDES.

LIVRE SIXIÉME.

J'AI remarqué au commencement de la Planimetrie, que le Quarré étoit la figure la plus propre au meſurage des ſuperficies; je dois dire ici que le Cube ou Hexaëdre, eſt auſſi le Solide, qui convient le mieux à la meſure de tous les corps.

J'obſerverai dans ce ſixiéme Livre, le même ordre que j'ai gardé au précédent; car je donnerai en premier lieu la meſure des ſolides ſimples, & qui ſervent à la connoiſſance des autres: de là je paſſerai à la meſure de ceux qui ſont compoſez.

Avertiſſement.

Je ſuppoſe ici, que ceux qui veulent avoir une connoiſſance exacte de ce qui eſt traité dans ce ſixiéme Livre, ſoient inſtruits à fonds de tout ce qui le précede, puiſqu'autrement il ſera difficile de le bien entendre, & la raiſon eſt naturelle; car la meſure des Corps ou Solides, n'eſt que la multiplication des ſurfaces par des lignes de hauteur.

Problême 95.

1. Tout cube & tout paralellipipede ſe meſure, en multipliant la ſuperficie de ſa baſe par ſa hauteur; ainſi pour avoir le ſolide du cube AH, il n'y a qu'à multiplier le quarré BH, qui lui ſert de baſe, par la hauteur BA; ou bien le quarré AC par l'épaiſſeur DG: or ces quarrés ſe meſureront, ainſi que l'enſeigne le 67. Problême.

2. A l'égard du paralellipipede LS, ſi on veut en avoir le ſolide, il n'y aura qu'à multiplier la ſuperficie NR, qui lui ſert de baſe, par ſa hauteur ML; ou bien la ſuperficie du paralellogramme OS par OL; ou enfin le paralellogramme MO par la longueur OT: or ces ſuperficices ſe trouvent comme l'enſeignent le 68. ou le 69. Problême.

3. Que ſi le paralellipipede dont on veut avoir le ſolide eſt oblique, il faudra multiplier ſa baſe par ſa hauteur à plomb.

4. Enfin ſi le paralellipipede eſt creux comme ſeroit par exemple une auge, on en trouvera le ſolide, en ôtant le vuide de la ſolidité entiere; car le reſte ſera ce qu'on cherche.

Problême 96.

1. La ſolidité de quel priſme que ce ſoit ſe trouve, en multipliant le plan qui lui ſert de baſe par ſa hauteur; de ſorte que ſi le priſme eſt droit comme le marqué II. il faut trouver la ſuperficie du triangle qui lui ſert de baſe, ainſi que l'enſeigne le 70. Problême, & la multiplier par ſa hauteur AB.

2. Il importe peu quelle figure ait la baſe d'un priſme pour en avoir le ſolide; car l'on doit ſe ſouvenir que ces baſes n'étant que des plans, on en trouve la capacité, ainſi qu'il

qu'il a été enſeigné à la meſure des ſuperficies; de ſorte que ſi un priſme a ſa baſe de figure trapeze, comme le marqué III. on en trouvera la capacité par le 71. Problême, laquelle étant multipliée par la hauteur D C, donnera la ſolidité; & ſi la baſe eſt pentagonale, comme au marqué IV. ſoit réguliere ou irréguliere, on en trouvera la capacité, ainſi qu'il eſt dit au Problême 72. ou au Problême 73. & ayant multiplié cette quantité par la hauteur, le produit ſera le ſolide.

3. Que ſi le priſme eſt oblique, ainſi que le marqué V. on en aura la ſolidité, en multipliant le plan F G, qui lui ſert de baſe, par ſa hauteur H I; car on doit bien ſe mettre en tête, ainſi qu'il a été dit aux définitions, que la hauteur d'une figure eſt la perpendiculaire tirée de ſon ſommet à ſa baſe, prolongée s'il eſt néceſſaire.

4. On pourroit me dire que les baſes de ces ſolides étant d'ordinaire embaraſſées, parce qu'elles appuyent ſur des ſocles ou ſur le rez de chauſſée, ſont difficiles à meſurer, principalement lorſqu'elles ſont irrégulieres, parce qu'on ne peut les réduire en triangles, mais cette objection eſt foible; car ſi ces baſes ſont regulieres, il ſera facile d'en avoir la capacité, ainſi que je l'ai dit au ſecond ou au troiſiéme cas du 72. Problême; & ſi elles ſont irrégulieres, on ſe ſervira de ce que j'ai dit au premier cas du 74. Problême.

5. Enfin ſi le priſme à meſurer étoit creux, ainſi que pourroit par exemple être une tour à pluſieurs faces, il faudroit trouver le ſolide total; & du produit, en ôter le ſolide du vuide; car le reſte ſeroit pour le priſme creux.

Remarque.

Ce ſeroit ici l'endroit à placer la meſure des ramparts, des

parapets, ainſi que des excavations de foſſé, parce que tout cela ſemble dépendre des principes établis pour le meſurage du priſme; mais je reſerve ces articles pour le 8. Livre, où j'expliquerai la maniere de meſurer toutes les pieces d'une Fortification.

Problême 97.

1. Le ſolide d'une piramide ſe trouve, en multipliant la ſuperficie de ſa baſe par le tiers de ſa hauteur; ou le tiers de ſa baſe par la hauteur entiere, parce que ce corps eſt toujours le tiers d'un priſme, qui auroit même baſe & même hauteur; de ſorte qu'il n'importe pas que la piramide ſoit triangulaire, comme A, ou quadrangulaire comme B, ou pentagonale comme C; car dans tous ces cas il faudroit trouver ce que contient la baſe, ainſi qu'il a été dit à la Planimetrie, & en multiplier la valeur par le tiers de la hauteur D E, que la piramide ſoit droite ou oblique.

2. Que ſi la piramide dont on veut le ſolide étoit creuſe, ainſi que peut l'être la fleche d'un clocher faite de maçonnerie, il faudroit trouver le ſolide de cette fleche entiere, comme s'il n'y avoit point de vuide, & de ce tout en ôter le ſolide du vuide; car le reſte ſera ce qu'on cherche.

Problême 98.

Toute piramide tronquée ſe meſure de la maniere qui ſuit.

1. Trouvez la ſuperficie des baſes, haute & baſſe, A C, & E H; multipliez leurs produits l'un par l'autre, & ayant tiré la racine quarrée de ce tout, il vous viendra une ſuperficie moyenne; ſi vous ajoutez enſuite les trois ſuperficies, haute, moyenne & baſſe, en une quantité, & que vous

multiplyiez leur addition par le tiers de la hauteur L M, ce ſera ce qu'il faut : ainſi poſé que la baſe ſuperieure A C ait 48. piés, & l'inferieure E H 108. piés ; ſi on multiplie ces deux quantités l'une par l'autre, & qu'on tire la racine quarrée de leur produit 5184, il viendra au quotient 72. pour la ſuperficie moyenne : que ſi on ajoute ces trois ſuperficies 48, 72. & 108. en un tout, qui eſt 228, & qu'on le multiplie par 3. piés 2. poucés, qui ſont le tiers de la hauteur L M, le produit 722. piés ſera le ſolide de la piramide tronquée ; il n'importe pas que cette piramide ſoit réguliere ou irréguliere, droite, ou oblique.

Avertiſſement.

Je ſçai que pluſieurs Ingenieurs ne ſe ſervent pas de la methode précedente, ſoit qu'ils l'ignorent ou qu'ils la trouvent trop compoſée, & ils ſubſtituent celle qui ſuit à ſa place. Ils ajoutent les ſuperficies haute A C, & baſſe E H en une quanité, & ils prennent la moitié de leur produit 156. laquelle moitié 78. ils multiplient par toute la hauteur L M de 9. piés 6. pouces, prétendant que le produit 741. de cette multiplication, ſoit le ſolide de la piramide tronquée : mais en cela ils ſe trompent ; car il faut que puiſque le produit du calcul précedent, & celui-ci ne ſont pas égaux, l'une des deux pratique ſoit défectueuſe ; or je vais prouver la bonté de celle dont je me ſuis ſervi, par deux autres differentes qui ſont évidentes, & dont tout le monde ſe ſert.

2. Imaginez-vous la piramide tronquée être achevée, ainſi qu'on voit L E G H I, dont vous trouverés la hauteur L S, comme il ſuit ; portez O N, qui a 4 piés de S en V ; le reſte V R aura 2. piés : imaginés une ligne droite, qui partant de R & paſſant par N, aille rencontrer la per-

pendiculaire en L tirés auſſi en ligne de V en N ; par ce moyen vous aurez les deux triangles ſemblables N V R & L S R, à l'aide deſquels vous trouverez S L, en diſant par regle de trois, ſi R V 2. piés donne 9. piés & 6 pouces, que donnera R S, 6. piés ? la regle étant faite, il viendra 28. piés & 6. pouces pour L S : cela fait, multipliés la baſe E H de 108. piés par le tiers de S L ; le produit ſera 1026. pour toute la piramide ; ôtez de cette quantité la valeur de la piramide imaginée L A B C D, laquelle ayant 48. de baſe & 19. piés de hauteur, aura 304. de ſolidité ; le reſte 722. ſera pour la piramide tronquée, ainſi qu'au premier exemple de ce Problême.

Autrement.

3. Réduiſez la piramide tronquée en ces quatre piramides des angles, ainſi qu'on en voit une marquée 6. & en quatre priſmes qui ſont entre ces piramides, comme on en voit ici un marqué 7. & au paralellipipede du milieu marqué 8 : meſurés ces piramides, ces priſmes, & ce paralellipipede chacun ſéparement ; leurs produits étant joints enſemble, donneront la même ſolidité qu'à l'article précédent : ainſi chaque baſe de piramide étant de 3. piés, les quatre enſemble auront 12. piés, qui multipliés par le tiers de la hauteur S O, c'eſt-à-dire par 3. piés 2. pouces, on aura 38. piés pour leur ſolide : de plus la baſe de chaque priſme étant de 12. piés, les quatre auront 48. piés, qui multipliés par la moitié de la même hauteur (parce que ces priſmes ſont triangulaires) leur ſolidité ſera de 228. piés ; enfin le paralellipipede ayant 48. de baſe ſur la même hauteur, aura 456. piés de ſolide ; que ſi on ajoute tous ces ſolides 38. 228. & 456, on aura 722. pour toute la

piramide tronquée, ainſi qu'au précedent exemple.

Je me ſuis un peu étendu ſur cette propoſition, parce que pluſieurs ſolides, qui vont en diminuant ſe doivent meſurer par les principes que j'y établis; car enfin, la pratique dont la plûpart des Ingenieurs ſe ſervent, n'étant pas juſte, comme je viens de le faire voir plus clair que le jour, ils doivent la rejetter, puiſque dans les toiſés, on ne peut rien donner à l'Entrepreneur ſans tromper le Roy, ni faire le toiſé bon pour le Roy ſans porter préjudice à l'Entrepreneur; & il ne ſert de rien, de dire que c'eſt un uſage reçu preſque par tout, & qu'il ſeroit difficile de faire entendre une autre maniere de meſurer aux Entrepreneurs, car tout cela ſont des paroles & non pas des raiſons, puiſqu'une choſe ſujette à erreur, pour ne pas dire tout-à-fait erronnée, ne doit jamais ſervir de guide dans ce que l'on fait: d'ailleurs je voudrois bien demander à ces Meſſieurs ſi la plûpart des Entrepreneurs entendent rien autre choſe au toiſé que la routine ordinaire.

4. Que ſi la piramide tronquée n'étoit pas recoupée par un plan paralelle à ſa baſe, on en chercheroit le ſolide en imaginant ce corps achevé, dont on trouveroit le contenu entier, duquel ôtant la piramide imaginée, le reſte ſeroit ce qu'on cherche.

5. Enfin ſi la piramide tronquée étoit creuſe, on trouvèroit le ſolide du vuide, lequel étant ôté de toute la piramide tronquée, le reſte ſeroit le requis.

Probléme 99.

La ſolidité des cinq corps reguliers, ſe trouve comme il va être expliqué.

1. Si c'eſt un Tetraédre tel que A, on en trouvera le ſolide, en ſe ſervant de la pratique enſeignée au 97. Problême, puiſque ce corps regulier n'eſt autre choſe qu'une piramide reguliere, c'eſt-à-dire qu'il faut multiplier ſa baſe par le tiers de ſa hauteur.

Mais comme le Tetraédre à meſurer n'eſt pas toûjours donné en nature, c'eſt-à-dire qu'on propoſe ſeulement la ſuperficie d'un de ſes triangles, pour en conclure la ſolidité, voici comme on s'y prend. Faites un triangle iſoſcelle dont la baſe ſoit égale à l'un des côtés du Tetraédre, & les deux autres côtés à la ligne qui tomberoit du ſommet de ce ſolide perpendiculairement ſur l'un de ſes côtés; ſi vous prenez la hauteur de ce triangle iſoſcelle, elle ſera auſſi celle du Tetraédre.

2. Pour l'Exaëdre marqué B, comme ce n'eſt autre choſe qu'un cube, on ſe ſervira de la pratique expliquée au premier cas du 95. Problême.

3. A l'égard de l'Octaëdre C, on doit le conſiderer comme deux piramides dont la baſe eſt quarrée, de ſorte que multipliant ce quarré B D par le tiers de la ligne qui va d'une pointe A de l'Octaëdre à ſon oppoſée C, il viendra ſa ſolidité au produit.

Quand l'Octaëdre n'eſt point donné en nature, mais ſeulement propoſé on trouve la ligne A C, en tirant la racine quarrée du double du quarré A B C D.

4. Le Dodécaëdre marqué D, ſe meſure en multipliant ſa ſuperficie exterieure (qu'on trouvera ainſi que l'enſeigne le quatriéme cas du 88. Problême) par le tiers de la ligne qui tombe du centre de ce ſolide à plomb ſur l'un de ſes plans; ou ce qui eſt le même, en multipliant cette ſuperficie exterieure par la ſixiémé partie de la hauteur du ſolide entier, c'eſt-à-dire de la ligne qui va du centre de

la face ſuperieure au centre de l'inferieure.

Mais comme la principale difficulté de cette operation conſiſte à trouver la hauteur du Dodécaëdre, lors qu'il n'eſt pas donné en nature, mais ſeulement propoſé, voici comme on s'y prend. Faites, ainſi que l'enſeigne le 30. Problême, un pentagone regulier ſur l'un des côtés A B du Dodécaëdre propoſé, & ayant tiré la droite E C, tirés une ligne D S au milieu de A B, laquelle partagera l'Angle D & la ligne C E en deux également; par ce moyen les Angles de S ſeront droits; Faites ſur C E un triangle Iſoſcelle, dont chacun des côtés C G & G E ſoient égaux à S F; puis ayant pris F H & F I égales à S A & S B, tirés les perpendiculaires H K & I L, & des points C & E pour centres, & de l'intervale F D, faites des Arcs coupant H K & I L en K & L; faites après cela l'angle M N O égal à l'angle C G E, & déterminez la ligne N O égale à S D; faites auſſi l'angle N O P égal à l'angle E L K, déterminant O P égale au côté A B du Dodécaëdre; ſi du point P vous baiſſez une perpendiculaire PR ſur M N prolongée, cette perpendiculaire ſera la hauteur du Dodécaëdre, & ſa moitié ſera la ligne tombant du centre à plomb ſur la baſe.

5. Enfin l'Ycoſaëdre marqué E, ſe meſurera en multipliant ſa ſuperficie exterieure (qu'on trouve ainſi que l'enſeigne le cinquiéme cas du 88 Problême) par la ſixiéme partie de la hauteur de ce Corps regulier; ou ce qui eſt la même choſe, par le tiers de la ligne tombant du centre de l'Ycoſaëdre à plomb ſur la baſe; or pour trouver la hauteur de ce Solide, faites ſur l'un de ſes côtés M N un pentagone regulier comme à l'article précedent, & ayant mené O R, diviſez M N en deux également en S, d'où vous tirerez une ligne droite en P, laquelle coupera O R en deux égale-

ment & à plomb en T ; faites ſur O P un triangle équilateral O P X, & tirez une ligne de X en Z milieu de O P : conſtruiſez ſur O R un triangle Iſoſcelle, dont les côtés O V & R V ſoient chacun égaux à la ligne X Z, & faites ſur S P un triangle ſcalene, dont le côté P Y égale la ligne O P, & le côté S Y égale la perpendiculaire X Z : Enfin faites l'Angle 2. 3. 4. égal à l'Angle O V R, & déterminez la ligne 3. 4. égale à la perpendiculaire X Z ; puis faiſant l'Angle 3. 4. 5. égal à l'Angle Y, déterminez la ligne 4. 5. égale au côté M N de l'Ycoſaëdre ; ſi vous tirés la ligne 5. 8. perpendiculaire ſur la ligne 2. 3. prolongée, cette ligne 5. 8. ſera la hauteur de tout l'Ycoſaëdre, & ſa moitié 5. 7. ſera la valeur de la ligne tombant du centre perpendiculairement ſur la baſe.

Problême 100.

1. la ſolidité d'un Cilindre ou Colonne ronde d'égale groſſeur ſe trouve, en multipliant ſa baſe circulaire par ſa hauteur ; de ſorte que la ſolidité du Cilindre A H étant propoſée à trouver, l'on doit en premier lieu chercher la ſuperficie du Cercle qui lui ſert de baſe, ainſi que l'enſeigne le 78. Problême, & la multiplier par la hauteur A E ; car ce dernier produit ſera la maſſe du Cilindre.

2. Que ſi le Cilindre étoit oblique comme le marqué K, il faudroit trouver la ſuperficie de ſa baſe, comme il vient d'être dit, & la multiplier par ſa hauteur C L.

3. Si le Cilindre étoit creux ainſi que pourroit être la maçonnerie d'un puits ; il faudroit ôter ce que le vuide contient du Solide total ; le reſte ſeroit ce qu'on cherche.

4. Mais ſi le Corps d'égale groſſeur, dont on veut avoir le contenu, avoit ſa baſe ovalique, ou ſpirale, ou de quelqu'autre figure arrondie, il ne faudroit que chercher la valeur

leur de cette baſe, & la multiplier par la hauteur du Solide ; qu'il ſoit incliné où non, ainſi qu'on voit les marquez M N O.

Remarque.

Comme la plus part des Colonnes ne ſont pas d'une égale groſſeur par tout, & qu'au contraire elles vont en diminuant du bas en haut, ou bien qu'elles font un ventre environ vers le tiers de leur hauteur, pour diminuer enſuite en haut & en bas, leur meſure ne dépend pas de ce Problême, mais bien de celui du Cône tronqué lequel j'expliquerai dans la ſuite.

Problême 101.

La ſolidité d'un Cône étant égale au tiers d'un Cilindre, qui auroit même baſe & même hauteur, ainſi qu'il eſt prouvé au douziéme livre d'Euclide, il s'enſuit naturellement de ce principe, que pour avoir le contenu d'un Cône, on doit multiplier ſa baſe circulaire par le tiers de ſa hauteur, ou la baſe par toute la hauteur entiere du produit, de quoi on prend le tiers.

1. Ainſi ayant pris la circonference du Cercle qui ſert de baſe au Cône T O R P S, on trouve ſa ſuperficie, comme l'enſeigne le 78. Problême, laquelle ſuperficie on multiplie par le tiers de la hauteur T V du même Cône.

2. Que ſi le Cône étoit oblique ou incliné, comme le marqué P, il faudroit auſſi multiplier la ſuperficie de ſa baſe circulaire par le tiers de ſa hauteur X Y.

3. Enfin ſi le Cône étoit creux, comme pourroit être la fleche d'un clocher bâtie de pierre, on ôteroit le vuide de ce corps du ſolide total ; car le reſte ſeroit pour le Cône creux.

Problême 102.

Le Solide d'un Cône tronqué ou recoupé par un plan paralelle à ſa baſe ſe trouve, en mettant en pratique ce qui a été dit au 98. Problême; car ayant trouvé les ſuperficies des cercles haut & bas A B C D & F G H I, on les multiplie l'un par l'autre, du produit de quoi on tire la racine quarrée, ce qui donne une ſuperficie moyenne, laquelle on joint avec la haute & la baſſe, puis on multiplie ce compoſé par le tiers de la hauteur L M, ce qui en donne la maſſe; ou bien en multipliant la valeur de trois baſes jointes enſemble, par la hauteur entiere, & prenant le tiers du produit.

2. Si le Cône tronqué eſt oblique, on fera la même pratique; toute la difference ne conſiſtant que ſur la hauteur, qui dans le Cône oblique ne va pas d'un centre de baſe, au centre de l'autre.

3. Mais ſi le Cône tronqué eſt creux, on trouvera le Solide du vuide, qu'on ôtera du Solide de tout le Cône tronqué.

Comme tous les corps arondis qui vont en diminuant ſont des Cônes tronquez, ainſi que le ſont par exemple les troncs d'arbres, le vuide des glacieres, les colonnes d'architecture qui n'ont qu'une diminution, on les meſure, ou du moins on les doit meſurer de la façon que je le viens de dire.

Enfin les colonnes renflées qui diminuent vers le bas & vers le haut, de même que les tonneaux, qui ne ſont pas portion de connoïde ovalique, ſe conſiderent comme deux cônes tronquez, ce qui fait qu'on les meſure par les mêmes regles.

Problême 103.

L'axe ou diametre d'une Sphere ou boule étant connu, on en trouvera le Solide, en faiſant que comme 21. eſt à 11. ainſi le cube de l'axe ſoit à la maſſe de cette boule.

1. De ſorte que ſi l'axe A C contient 3. piés 6. pouces, ſon cube ſera de 42. piés 10. pouces 6. lignes; donc faiſant une regle de trois, dont 21. ſoit le premier terme, 11. le ſecond & 42. piés 10. pouces 6. lignes le troiſiéme; la regle étant faite, il viendra au quatriéme terme 22. piés 5. pouces 6. lignes pour la maſſe de la boule ou Sphere.

2. Ou bien par le moyen de ce diametre A C trouvés la circonference A B C D, qui a ici 11. piés; après quoi multipliez ce diametre & cette circonference l'un par l'autre, vous aurez la ſuperficie exterieure de la Sphere. Si vous multipliez cette ſuperficie 38. piés 6. pouces par la ſixiéme partie du diametre A C, c'eſt-à-dire par 7. pouces, vous aurez encore 22. piés 5. pouces 6. lignes.

3. Enfin vous pouvez encore avoir cette même ſolidité de Sphere, en multipliant la ſuperficie de ſon grand cercle A B C D, (qu'on trouve ainſi que l'enſeigne le 77. ou 78. Problême (laquelle ſuperficie a ici 9. piés 7. pouces, par les deux tiers de l'axe A C, c'eſt-à-dire dans cet exemple par 2. piés 4. pouces; car on aura les mêmes 22. piés 5. pouces 6. lignes.

Remarque.

Le Calcul dont je me ſuis ſervi dans les trois cas de ce Problême, ne produit que des piés cubes & parties de piés cubes; mais ſi on vouloit que ce même calcul produiſit des parties de Toiſe cube, il faudroit ſe ſervir de ce que j'ai dit à la page 133.

L'on remarquera encore que cuber un nombre, n'eſt autre choſe que de le multiplier par ſoi-même, & le produit qui en vient le multiplier par le même nombre, ainſi cuber 6. c'eſt le multiplier par ſoi-même, & le produit 36. encore par 6. afin d'avoir 216.

Problême 104.

La circonference d'une Sphere étant connuë, on trouvera ſa ſolidité, en faiſant que comme 2904. eſt à 49. ainſi le cube de la circonference ſoit à la maſſe de la Sphere.

1. De ſorte que dans la Sphere ou boule precedente où la circonference eſt de 11. piés, ſi je fais une regle de trois, dont 2904. ſoit le premier terme, 49. le ſecond, & 1331. qui eſt le cube de cette circonference ſoit le troiſiéme, il viendra au quatriéme terme encore 22. piés 5. pouces 6. lignes par le Solide de cette Sphere.

2. Mais ſi on connoiſſoit la ſuperficie exterieure de la boule, & qu'on voulut trouver ſa ſolidité, il n'y auroit qu'à multiplier cette ſuperficie, qui eſt ici de 38. piés 7. pouces pour la ſixiéme partie du diametre A C; ou multiplier le ſixiéme de cette ſuperficie par tout le diametre A C.

3. Que ſi la Sphere étoit creuſe comme par exémple une bombe, il faudroit trouver la maſſe que contient le vuide & l'ôter du Solide total.

4. Enfin pour avoir le Solide d'une demi-Sphere, on doit multiplier la ſuperficie de ſon cercle, par le tiers de ſon diametre.

Problême 105.

La Solidité d'un Secteur de Sphere, tel que A B C D E, ſe trouve en multipliant ſa ſuperficie convexe B C D E,

(que l'on trouvera par le 92. Problême) par le tiers du côté A B du cône de ce Secteur, ce qui depend de la 42. du livre de la Sphere d'Archimede.

1. La ſolidité d'une portion de Sphere, telle que G H I K, ſe trouve en cherchant d'abord le Solide du Secteur L G H I K, ainſi que je le viens de dire, du produit duquel on ôtera le Solide du cône L G K I.

2. Que ſi on propoſoit de trouver le Solide de la grande portion I K G M, on trouveroit d'abord le Solide du grand Secteur, comme il eſt dit ci-deſſus, à quoi on ajoûteroit le cône.

3. Ou bien dites par regle de trois, comme la portion d'axe M K toute ſeule, eſt à la même portion M K & M L jointes enſemble, ainſi le cône L G H I K ſera à la portion cherchée.

4. Enfin ſi la portion, dont on veut le Solide, étoit entre deux cercles & une zone, comme on voit ici N G I O, il faudroit en premier lieu chercher la grande portion G I O M N, de laquelle on ôteroit la petite portion N O M.

Problême 106.

La ſolidité d'un Conoïde ovalique tel que A C B D, ſe trouve en multipliant la ſuperficie d'un cercle qui auroit A B pour diametre, par les deux tiers de C D; de ſorte que ſi A B contient 10. piés 6. pouces la, ſuperficie d'un cercle qui auroit cette ligne pour diametre, ſeroit de 86. piés 7. pouces 6. lignes: or ce nombre étant multiplié par 12. c'eſt-à-dire par les deux tiers de C D, produira 1039. piés 6. pouces pour la maſſe de ce Conoïde.

2. Ou bien quarrez le petit diametre A B, & multipliez-en le produit 110. piés 3. pouces par le grand C. D, de 18.

piés, il viendra un nombre, lequel multiplié par 157. & le tout diviſé par 300. le quotient de cette diviſion donnera le même ſolide 1039. piés 6. pouces.

3. Enfin vous aurez encore le même Soilde en multipliant la ſuperficie du cercle, qui auroit A B pour diametre, par le tiers de C D; & ce dernier produit par 4. à cauſe que le Solide d'un Conoïde ovalique eſt égal au quadruple du cône D A E B, ainſi qu'il eſt demontré dans la 29. propoſition des Conoïdes d'Archimede.

Problême 107.

La ſolidité d'une portion de conoïde ovalique, ſoit grande ou petite, droite ou oblique ſe trouve en multipliant le cône inſcrit dans cette portion, par le reſte de l'axe de ce conoïde, augmenté de la moitié de l'axe entier, & diviſant le produit par le même reſte de l'axe.

1. Ainſi ſuppoſé qu'il faille avoir la maſſe de la portion de conoïde E M G N H I, je cherche premierement le ſolide du cône E G H, ainſi que l'enſeigne le 101. Problême, & j'en multiplie la valeur par la ligne I O, reſte de l'axe à quoi j'ajoute L O moitié du même axe : après quoi je diviſe le tout par la ligne I O même reſte de l'axe, le quotient ſera ce qu'il faut, ainſi que le prouvent les 32. & 33. des conoïdes d'Archimede.

2. Mais s'il falloit trouver le contenu d'une portion de ſpheroïde ovalique, renfermée entre deux plans paralelles, ainſi que ſont les tonneaux bien conſtruits, & qu'on voit ici marquée A B C D, il faudroit d'abord chercher le ſolide de toute la portion D A E B C, de laquelle on ôteroit la petite portion A E B G; le reſte ſeroit ce qu'on cherche.

3. Comme la principale difficulté de cette operation

conſiſte à trouver le grand axe E O de ce ſpheroïde, voici de quelle façon on en vient à bout. On imagine D I perpendiculairement ſur H M, & par conſequent paralelle au grand axe E O : puis on dit par regle de trois, comme le rectangle de H I & I M eſt au quarré de N L ainſi le quarré de H L ſera au quarré de L O, dont le double ſera le grand axe cherché.

4. La plûpart du tems les tonneaux qu'on veut meſurer ne ſont point des ſpheroïdes recoupés comme le précedent, ni des cônes tronqués, ce qui fait quelque difference : quand cela eſt, voici de quelle façon en en trouve le ſolide. L'on prend O P de la ſixiéme partie de la longueur du tonnneau, & l'on tire par le point P là ligne M N paralelle au petit axe H I, & ayant ôté R S, de H I, on prend la ſixiéme partie de leur difference, laquelle ſixiéme étant ôtée de H I, le reſte eſt pour M N; cela fait, conſiderez les ſolides H N & M S comme des cônes tronquez, dont vous trouverez la maſſe, ainſi que l'enſeigne le 102. Problême, & l'ayant doublée, le tout ſera pour le tonneau G S.

Probléme 108.

On trouve la ſolidité d'un paraboloïde ou conoïde parabolique, tel que A B C D E, en multipliant la ſuperficie du cercle qui lui ſert de baſe par la moitié de ſa hauteur A G, parce que comme l'a demontré Archimede, ce corps eſt moitié d'un cilindre de même baſe & de même hauteur, de ſorte que cette baſe ayant par exemple 3. piés 6. pouces de diametre, ſa ſurface aura 9. piés 7. pouces 6. lignes; or cette quantité étant multipliée par 1 pié 6. pouces (moitié de la hauteur A G.) donnera 14. piés 4. pouces 3. lignes pour la ſolidité du paraboloïde.

2. Ou bien trouvés le ſolide du cône A B D inſcrit dans le paraboloïde, ainſi que l'enſeigne le 101. Problême, & augmentez-en le produit de la moitié, vous aurez encore la même quantité.

3. Vous pouvés encore avoir le même ſolide, en multipliant le quarré du diametre B D par la hauteur A G, & ce qui en viendra par 157; puis diviſer le dernier produit par 400. le quotient de la diviſion ſera ce qu'il faut, ce qui eſt pour les paraboloïdes droits comme pour les obliques.

4. Le ſolide d'un Hiperboloïde, ou Conoïde hiperbolique ſe trouve de même façon que le précedent.

Avertiſſement.

La ſolidité des Corps irreguliers ne pouvant ſe trouver par aucuns principes certains, à moins qu'ils ne ſoient compoſés de pluſieurs faces de corps reguliers, je crois que je puis dire ici la même choſe qu'à la fin du Livre précedent, qui eſt que la longue experience & beaucoup de bon ſens ſupplée au défaut des principes. Mais auſſi tant qu'on peut les ſuivre on ne doit pas les negliger; car chacun prétend avoir du bon ſens, & par conſequent être en droit d'en uſer dans le meſurage; néanmoins on y commet très-ſouvent des fautes conſiderables, par le peu de connoiſſance qu'on a des regles certaines, ainſi que je l'ai déja fait connoître en divers endroits qu'on verra encore mieux dans la ſuite.

Lorſqu'on a quelque corps fort irregulier à meſurer, ainſi que ſeroit par exemple une ſtatuë ou un vaſe, ſoit de métal ſoit de marbre ou d'autre matiere, il le faut mettre dans une cuve, ou dans un baquet bien de niveau, qu'on remplit enſuite d'eau juſqu'au bord, après quoi ayant retiré la ſtatuë

ou

PLANCHE 19

Geometrie

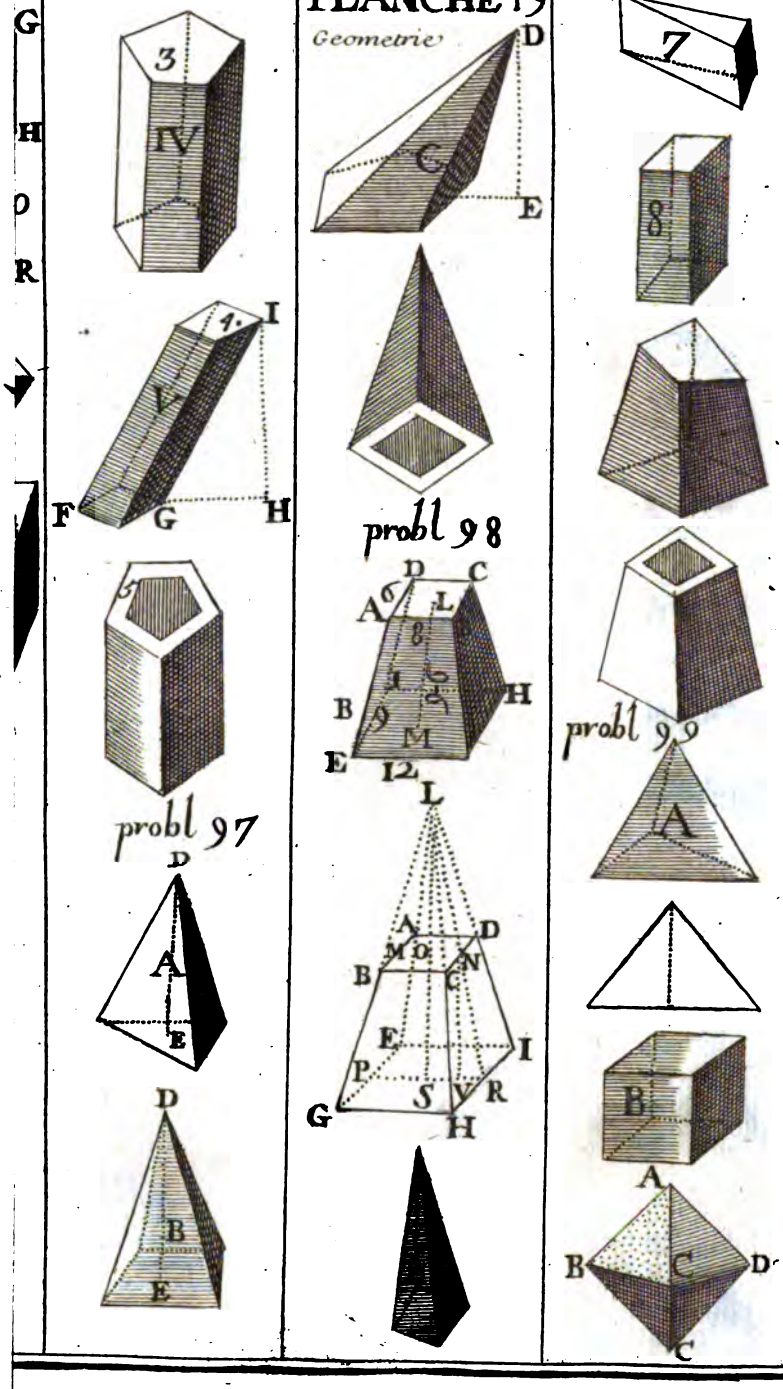
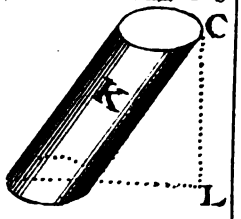
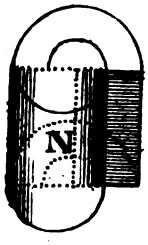
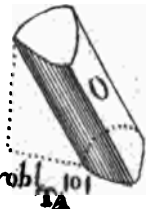


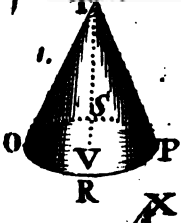
PLANCHE 20

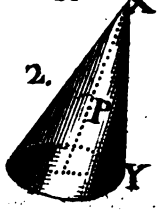




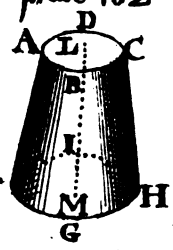


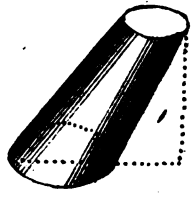
probl 101



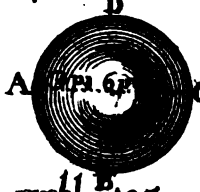


probl 102

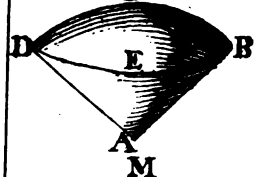


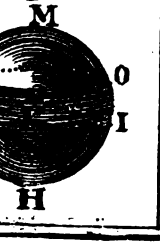


probl 103 et 104

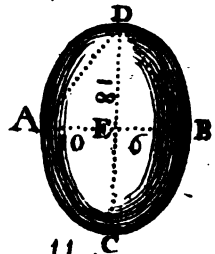


probl 105

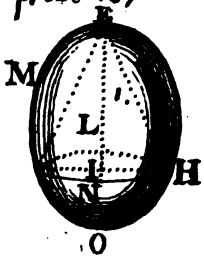


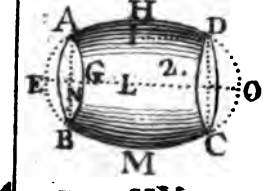


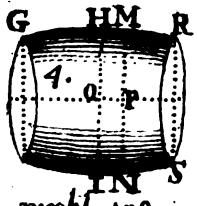
probl 106



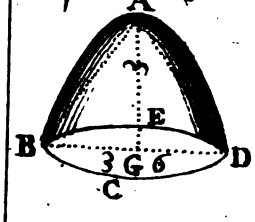
probl 107

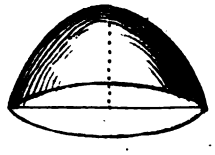






probl 108





ou le vaſe, on meſure avec toute la préciſion poſſible le vuide de l'abaiſſement de l'eau, c'eſt-à-dire le contenu depuis le bord de la cuve ou du baquet juſqu'à la ſuperficie de l'eau abaiſſée, ce qui donne le ſolide cherché. Archimede ſe ſervit autrefois de cette pratique pour découvrir le vol qu'un Orfevre avoit fait d'une partie de l'or qu'on lui avoit donné pour faire une Couronne à Jupiter, à la place duquel il avoit mis de l'argent.

L'on verra dans le huitiéme Livre, où je traite du toiſé de toutes les pieces d'une Fortification, de quelle maniere on doit appliquer les principes établis pour la meſure des corps reguliers, ſur ceux qui ne le ſont pas, la quantité d'exemples que j'y propoſe ſur diverſes Figures, en donneront une connoiſſance beaucoup plus parfaite que tout ce que je pourrois dire ici.

TOISÉ DE LA CHARPENTE, OU MESURE DES BOIS MIS EN ŒUVRE DANS LES BÂTIMENS.

LIVRE SEPTIÉME.

POUR bien entendre le Toisé de la Charpente, c'eſt-à-dire le meſurage du bois qu'on met en œuvre dans les Edifices, j'ai cru que je devois faire le dénombrement des piéces de bois qui entrent dans la conſtruction des bâtimens, & expliquer leur uſage, de même que leurs groſſeurs. On y trouvera non-ſeulement le nom des piéces d'une couverture, d'un pan de bois, d'un plancher, d'un mur de cloiſon : d'un eſcalier ; mais encore celui des pieces de bois qui entrent dans les fondations à la conſtruction des Ponts & autres Edifices. J'ai mis ces noms par ordre *Alphabétique*, c'eſt-à-dire en forme de *Dictionaire*, afin qu'on puiſſe plus facilement trouver la piece de bois que l'on voudra connoître.

J'ai auſſi penſé que je rendrois ce ſeptiéme Livre plus utile au Lecteur, ſi je diſois quelque choſe ſur le choix des meilleurs bois pour bâtir, de la ſaiſon la plus propre à couper les arbres, de quelle maniere on en doit connoître l'âge, & pluſieurs autres choſes eſſentielles touchant la charpente ; mais ce ne ſera qu'après avoir expliqué les

noms des piéces de bois & quelques termes très-uſitez parmi les Charpentiers ; on verra dans les planches que je placerai à la fin de ce Livre, toutes les pieces de bois cottées par des chiffres, & le nom à côté ſur le revers des planches.

NOMS DES PIECES DE BOIS

MIS PAR ORDRE ALPHABTIQUE.

Abouts ſont les extrémitez ou les bouts d'une piece de bois travaillée.

Ais ou *Plancke*, eſt une piece de bois trop connuë de tout le monde pour avoir beſoin d'explication.

Apui eſt le nom qu'on donne à la piece de bois, qui couvre le haut bout des baluſtres & les entretient les uns avec les autres ; c'eſt auſſi le nom de la piece de bois qui ſuit le limon d'un eſcalier, la groſſeur des apuis dépend du lieu où l'on les place.

Arbalétiers que les Ouvriers appellent petites *Forces*, ſont les pieces de bois qui portant ſur les bouts de l'Entrait, vont s'emmortaiſer vers le haut du poinçon, afin de ſoûtenir la couverture. Les arbalêtiers doivent être un peu courbés par deſſus pour mieux porter, & avoir environ 8. à 9. pouces de gros.

Arêtes ſont les angles ou les carnes d'une pieces de bois ; les arêtes doivent être vives & ſans flaches ; car autrement une piece de bois eſt mal-conditionnée, & lorſqu'on la toiſe à l'Entrepreneur, on doit lui rabattre le bois flacheux.

Arétiers ſont les pieces de bois placées aux angles d'une couverture faite en croupe, ou en pavillon, afin de porter un bout des empanons

Aubier eſt cette matiere molaſſe ſous l'écorce d'un arbre qui ſe change en bois, car un arbre prend tous les ans une nouvelle enveloppe autour de ſon bois; plus l'aubier eſt épais & molaſſe, plus une piece de bois eſt défectueuſe.

Baliveaux ſont les jeunes arbres qu'on laiſſe eſpacés de diſtance en diſtance dans les bois dont on fait la coupe, afin qu'ils deviennent avec le tems propre à faire du bois de charpente.

Baluſtrade eſt un aſſemblage de pluſieurs pieces de bois miſes de rang ſur l'un de leurs bouts, appellées Baluſtres, leſquelles ont depuis 3. à 4. juſqu'à 5. à 7. pouces de gros, au-deſſus deſquelles il y a une autre piece de bois appellée apui, qui les entretient enſemble.

Bardeaux ſont de petites pieces de bois faites comme de la tuile platte, dont on ſe ſert en diverſes Provinces, pour couvrir les maiſons.

Baudets ſont les tretaux ou *Chevalets* ſur leſquels les Charpentiers, ou pour mieux dire les Scieurs de long poſent leur bois pour le ſcier.

Blochets ſont les pieces de bois qu'on met ſur le haut des murs d'un bâtiment, pour entretenir les chevrons de croupe avec les jambettes.

Boites eſt le nom qu'on donne à cet aſſemblage de planches ſervant à revêtir les poutres ou les ſolives.

Bois refait n'eſt autre choſe qu'un bois bien équari & ſans flaches.

Boutans ſont des pieces de bois qui arboutent, c'eſt-à-dire, qui pouſſent quelque choſe pour l'empêcher de tomber; *voyez Etreſſillons.*

Briſis eſt l'endroit d'un toit à la manſarde, qui paroît coupé, & où la partie ſuperieure du comble ſe joint à la ſeconde ou inferieure.

Bois carié n'eſt autre choſe qu'un bois gâté ou vicié, ſoit qu'il y ait des vers ou qu'il ſoit pourri.

Bois de champ eſt celui qu'on met ſur ſon côté, c'eſt-à-dire ſur ſa partie étroite, une piece de bois miſe de champ eſt beaucoup plus capable de ſoûtenir un gros fardeau, que ſi elle étoit miſe ſur ſon plat; auſſi la plûpart des bois qui doivent porter, ſe placent de champ.

Chanlatte eſt un chevron refendu d'angle en angle en diagonale, qu'on place comme une latte vers le bas d'une couverture, afin de faire relever le bout des tuiles d'enbas pour donner lieu aux eaux de pluye de tomber loin du pié du mur.

Chantier eſt le lieu où les Charpentiers travaillent leur bois pour le mettre en œuvre.

Chantignoles ou *Echantignoles* ſont les pieces de bois qu'on met ſous les taſſeaux pour les ſoûtenir.

Chapeau, eſt le nom qu'on donne à une piece de bois qui couvre le haut de pluſieurs autres pieces de bois de même hauteur, ainſi qu'eſt par exemple la groſſe poutre qu'on met ſur le haut des pilots qui compoſent la pile d'un pont, ou bien la piece de bois ſervant de chapé à un batardeau de charpente.

Charpente eſt le nom qu'on donne au compoſé des pieces de bois ſervant à la conſtruction d'un bâtiment.

Chevêtre eſt la piece de bois ſur laquelle portent, ou pour mieux dire, dans laquelle ſont emmortaiſées les ſolives ou les poutrelles qui occupent la largeur du manteau de la cheminée, ne pouvant paſſer au travers pour porter ſur le mur comme les autres, afin d'éviter les accidens du feu.

Chevron eſt une piece de bois de 3. à 4. pouces de gros, ou de 4. pouces des deux côtez, ſervant à la couverture

d'un bâtiment; le chevron porte d'ordinaire par ſon bout d'en haut ſur le faîte, les lattes s'attachent ſur les chevrons, & on les eſpace de façon qu'une latte porte ſur quatre chevrons.

Chevron de croupe ou *Empanon*, n'eſt qu'un chevron ordinaire, mais dont l'un des bouts au lieu de porter ſur le faîte ne porte que ſur les arêtiers.

Cloiſon ou *Mur de Cloiſon*, eſt un aſſemblage de pluſieurs pieces de charpente ſervant à faire un mur leger pour ſéparer les appartemens les uns d'avec les autres; on ne doit pas confondre la cloiſon avec le pan de bois.

Comble, voyez *Toit*.

Contrefiches ſont les pieces de bois de 7. à 8. pouces de gros, qui en apuïent d'autres pour les lier ou arbouter; il y a des pieces de bois miſes en contrefiches, auſquelles on donne le nom de contrevents.

Couche eſt une piece de bois qu'on met ſous une etaye pour lui ſervir de patin.

Courbe, voyez *Eſſeliers*.

Cours de Pannes, n'eſt autre choſe que pluſieurs rangs de pannes diſpoſez les uns ſur les autres pour la portée des chevrons.

Coyaux ſont de petits bouts de chevron deſtinés à ſoûtenir le bas d'une couverture, afin de donner l'échapée néceſſaire à la chute des eaux pour qu'elles ne tombent pas au pié du mur, quand un coyau apuie ſur le bord de l'entablement, ſon bout d'enbas eſt taillé en beſeau.

Coyers ſont les pieces de bois qu'on diſpoſe en diagonale pour ſoûtenir les noües.

Croix de St. André eſt un aſſemblage de deux pieces de bois miſes en croix l'une ſur l'autre ; les demi-croix de St. André s'appellent Guettes.

Croupe eſt un des côtez du toit d'un bâtiment coupé en pavillon, c'eſt-à-dire qui ne va pas d'un pignon juſques à l'autre.

Dôme eſt un comble ou couverture ronde qu'on éleve ſur une Egliſe.

Doſſes eſt le nom qu'on donne aux planches, qui ne ſont ſciées que d'un côté, & dont le principal uſage eſt de ſoûtenir quelque fardeau ſur les côtez.

Embranchemens, ſont les pieces de bois ſervant d'entraits, c'eſt-à-dire qui aſſemblent les coyers avec les empanons.

Empanon eſt un chevron de croupe, qui tient par en-haut aux arêtiers, & par en bas aux ſablieres.

Enchevetrures ſont les deux ſolives, ou bien les deux poutrelles, qui terminent la longueur d'une cheminée.

Entaïeure eſt le nom qu'on donne aux entraits des fermes d'aſſemblages ; c'eſt-à-dire que l'entaïeure contient l'entrait de ferme, l'entrait de croupe, les coyers, les embranchemens, & deux gouſſets.

Entraits ou *Tirans* ſont les pieces de bois d'environ 8. à 9. pouces de gros, qui ſoutienennt le poinçon & qui poſent ſur les jambes de force, ou bien ſont emmortaiſées dans les arbalêtiers.

Entretoiſes ſont des pieces de bois qu'on met de travers, pour en ſoûtenir & lier d'autres.

Entrevoux ſont les eſpaces qu'on laiſſe entre deux ſolives, ou entre deux poutrelles ; ces eſpaces ne ſont que rarement au deſſous de 6. pouces ni au deſſus de 8.

Eſcalier ou *Montée* eſt une choſe ſi connuë de tout le monde qu'elle n'a pas beſoin d'être expliquée, on remarquera ſeulement, que l'eſcalier eſt la piece de tout un bâtiment où les Architectes ſont les plus embaraſſez.

Eſpic eſt la piece de bois ou l'eſpece de poinçon, qui dans un toit fait en pavillon ſurpaſſe la pointe.

Equarir une piece de bois, c'eſt aplanir chacune de ſes faces & faire que les arêtes en ſoient vives.

Eſſeliers ſont les pieces de bois d'environ 7. à 8. pouces de gros, qui lient les entraits avec les arêtiers ou avec les jambes de force *voyez Liens.*

Etaye ou *Etançon* eſt une piece de bois ſervant à ſoûtenir un bâtiment ou un autre fardeau.

Etreſſillons ſont des morceaux de bois dont on ſe ſert, pour contrebourrer les doſſes qui ſoûtiennent les terres d'une fondation.

Faîte eſt la piece de bois de 6. à 8. pouces de gros qui fait la plus haute partie du comble d'un bâtiment, & à laquelle ſont d'ordinaire attachez les chevrons par un de leurs bouts.

Faîtage eſt le nom qu'on donne au compoſé des pieces de charpente, qui forment le comble d'un bâtiment.

Ferme eſt un aſſemblage de pluſieurs pieces de charpente compoſé d'un entrait, de deux arbalêtiers, d'un poinçon, & de deux eſſeliers; on met plus ou moins de fermes à un comble, ſuivant qu'il eſt long ou court.

Filieres ſont les petites pannes ou pieces de bois ſur leſquelles portent les chevrons.

Flâche eſt l'arête d'une piece de bois mal équarie; plus un bois eſt flâcheux, moins on doit ſouffrir qu'on l'employe.

Forces

Forces voyez *Jambes de force.*

Garde-foux ſont des eſpeces de Baluſtrades qu'on met ſur les deux cotez d'un pont, pour empêcher que les hommes ou les beſtiaux ne tombent dans l'eau.

Giron eſt la largeur d'une marche d'eſcalier, c'eſt-à-dire le deſſus de cette marche où l'on poſe le pied; le giron des petits eſcaliers doit au moins être de 10. pouces, & les grands en ont 15. tout eſcalier, dont chaque marche à 5. pouces de haut & 15. pouces de giron, eſt très-commode.

Goutiere eſt une piece de bois dans laquelle on fait un canal pour recevoir les eaux d'un toit & les obliger à tomber dans un même endroit.

Gouſſets ſont les pieces de bois qui vont d'un entrait à l'autre.

Grille eſt un aſſemblage de pluſieurs groſſes pieces de bois croiſées les unes ſur les autres en façon de treillis, qu'on met deſſous un édifice bâti dans l'eau, pour en mieux aſſurer la fondation.

Guette eſt une demi-croix de St. André, c'eſt-à-dire une piece de bois de 6. à 8. pouces de gros placée en diagonale.

Guettrons ſont les petites pieces de bois qu'on met en diagonale ſous les apuis des croiſées, au lieu que les potelets ſont à plomb.

Hie ou *Mouton* eſt un gros billot ſervant à enfoncer les pilots en terre à force de coups.

Jambes de force, ſont les pieces de bois de 9. à 10. pouces de gros, qui ſoûtiennent la couverture d'un bâtiment; elles ſont poſées ſur les poutres ou ſur les tirans, & portent les entraits; leur deſſus eſt courbe, afin qu'elles ayent plus de force.

Jambettes ſont les petits poteaux poſez à plomb ſur les entraits ou ſur les doubles entraits pour ſoûtenir les arbalêtiers.

Lambourdes ſont les pieces de bois ſur leſquelles on attache du parquet, ou des planches; on en met auſſi au côté des poutres, ſur leſquelles on fait des entailles pour poſer les ſolives.

Lambris eſt un ouvrage de bois, dont on revêt les murailles d'une ſale ou d'une chambre, & dont on fait auſſi des platfonds; le lambris eſt plus de la menuiſerie que de la charpente.

Lattes ſont les tringles ou regles de bois plat, qu'on attache ſur le travers des chevrons, pour y cloüer l'ardoiſe ou accrocher la tuile, les lattes portent d'ordinaire ſur quatre chevrons.

Liens ſont les pieces de bois qui entretiennent une charpente en tirant, au lieu que les eſſeliers l'entretiennent en reſiſtant *voyez Eſſeliers*.

Liernes ſont les pieces de bois, qui dans les galetas ou greniers s'aſſemblent ſous les faîtes, allant d'un poinçon à l'autre.

Limon ou *Noyau* eſt la piece de bois qui dans un eſcalier ſert à porter les marches ou degrez par un de leurs bouts; le limon eſt ou équari, ou rond, ou en rampe; ce dernier eſt le plus difficile à faire *voyez Vis*.

Linçoire ſont les pieces de bois ſervant à ſoûtenir les chevrons au droit des lucarnes & des paſſages des tuyaux de cheminée.

Linteaux ſont les pieces de bois qu'on met au haut des portes ou des croiſées, & dont les bouts portent ſur les piedroits.

Long-pan eſt le nom qu'on donne à la grande partie

d'un comble ou toit, c'eſt-à-dire au grand côté d'une couverture.

Madriers ſont de groſſes planches d'environ 3. pouces d'épaiſſeur, qui ſervent à pluſieurs uſages principalement aux planchers des ponts & ſous les fondations des murs.

Moiſes ſont les pieces de bois miſes en travers pour entretenir les pilots d'une pile de pont les uns avec les autres; le nom de Moiſes ſe donne à toutes les piéces de bois diſpoſées en travers pour en entretenir d'autres.

Montans eſt le nom que quelques Ouvriers donnent aux arêtiers, mais ſous ce nom, on entend d'ordinaire les pieces de bois miſes de bout.

Mortaiſes ſont les trous qu'on fait dans une piéce de bois, pour y enfoncer les tenons faits aux bouts d'une autre piéce de bois.

Noyaux voyez *Limon & Vis.*

Nolets ou *Noulets*, ne ſont que les deux nouës d'une lucarne, c'eſt-à-dire l'enfoncement où ſe rencontrent deux combles.

Nouës ſont les pieces de bois miſes au lieu d'arêtiers pour recevoir les empanons.

Paillier eſt l'endroit d'un eſcalier, qui ſert de repos, ou bien c'eſt cette partie de l'eſcalier plus large que les autres, où l'on s'arrête pour entrer dans un appartement; les piéces de bois d'un paillier ont depuis 5. à 7. juſqu'à 9. à 10. pouces de gros.

Palez ou *Fils de Pieux* eſt le nom que quelques-uns donnent aux pilots ſervant à faire la pile d'un pont.

Palplanches ſont des eſpeces de pilots équaris, qu'on enfonce à force au devant d'un plancher qui eſt au deſſous d'une fondation; les palplanches ſont entretenus en de-

vant par la ventriere.

Pan de bois eſt l'aſſemblage des pieces de charpente qui ſervent à faire un mur de face ; les poteaux des pans de bois doivent être aſſemblés dans les ſablieres qu'on met à chaque étage.

Pannes ſont les longues piéces de bois d'environ 8. à 9. pouces de gros qu'on met ſur les taſſeaux pour ſoutenir les chevrons.

Parquet eſt un aſſemblage de pluſieurs pieces de bois pour ſervir au lieu de pavé dans les ſales & dans les chambres.

Patins ſont les piéces de bois qu'on met deſſous une fondation, on en met auſſi d'environ 8 à 9. pouces de gros ſous les Eſcaliers.

Piedroits ou *Jambages* ſont les pieces de bois qu'on met des deux côtés d'une porte, & dont l'un des bouts eſt poſé ſur le ſeuil & l'autre ſoûtient le linteau.

Pile eſt cette partie d'un pont compoſée de pluſieurs pilots couverts de leur chapeau, & entretenus par des moiſes ; la pile ſert à porter les groſſes pieces de bois ſur leſquelles ſont poſées les planches du pont.

Pilotis ou *Pilots* ſont les longues & groſſes pieces de bois qu'on n'équarit point, & que l'on fait entrer par force dans la terre, afin de ſoutenir un édifice conſtruit dans l'eau ou dans quelque endroit bourbeux.

Plancher eſt un aſſemblage de pluſieurs ſolives & planches ſervant de pavé dans un appartement ; comme c'eſt la partie de la charpente d'un bâtiment qui ſouffre le plus, à cauſe qu'elle eſt miſe de niveau & des fardeaux qu'elle porte, on ne peut choiſir de trop bon bois ni trop ſec pour ſa conſtruction ; on appelle auſſi plancher la partie d'un pont ſur laquelle on marche, & plan-

cher d'une batterie, le boiſage qu'on met ſous les rouës du canon.

Platte-formes ſont les piecès de bois de 4. à 8. pouces de gros, qu'on met ſur le haut des murailles ou de l'entablement, pour ſoutenir la charpente d'un toit.

Poinçon ou *Aiguille* eſt la piéce de bois d'environ 8. pouces de gros qu'on met de bout ſur le milieu de l'entrait, pour ſoutenir le faîte & lier les arbalêtiers par leurs haut-bouts; on appelle encore poinçon la piece de bois qui ſuſpent une poutre ou une autre piece de longue portée.

Poitrail eſt le nom qu'on donne à la groſſe piece de bois qui dans une galerie eſt portée ſur les piliers, & ſoutient la baluſtrade; & dans un pan de bois, c'eſt celle qui eſt miſe deſſus le long de la premiere maçonnerie pour porter les poteaux.

Pont eſt un ouvrage de charpente aſſez connu de chacun; les principales pieces du pont ſont les piles, le plancher, les gardefous, &c.

Poteaux ſont de groſſes pieces de bois miſes debout pour porter ou lier d'autres pieces de bois; il y en a de diverſes ſortes comme on le va voir; *Poteaux corniers* ſont ceux qu'on met aux coins d'un bâtiment, pour en porter le plus gros fardeau, ils ſont d'ordinaire de 7. à 9. ou de 9. à 10. pouces de gros, les ſablieres s'aſſemblent dedans à chaque étage; *Poteaux d'huiſſerie* & *Poteaux de croiſée*, qui ſe mettent aux côtés des portes & des fenêtres, & ſoutiennent les ſablieres ou les poutres; leur groſſeur ordinaire eſt depuis 4. à 6. juſqu'à 6. à 8. pouces de gros; *Poteaux de remplage* ſervent à mettre entre deux croix de St. André, ceux-ci ſont de la groſſeur des poteaux de croiſée.

Potelets ou *petits Pòteaux*, ſont ceux qu'on met deſſous les apuis d'une fênetre, ou bien au deſſus d'un linteau.

Potence eſt une piece de charpente compoſée d'un poteau, ſur le haut duquel il y a un chapeau ſoutenu par des liens; ſon uſage ordinaire eſt de porter quelque grand fardeau, comme par exemple un plancher qu'on voit ſe vouloir afaiſſer.

Poutre eſt une groſſe piece de bois, dont les bouts portent ſur les murs, elle eſt deſtinée à porter le plancher d'un bâtiment, ſa groſſeur dans les édifices ordinaires (c'eſt-à-dire dont les dans-œuvres de la largeur n'excedent pas 4. toiſes & $\frac{1}{2}$) eſt de 15. à 19. pouces; mais cette groſſeur augmente ou diminuë, ſuivant que les poutres ſont plus longues ou plus courtes: en voici une petite Table, qui ne ſera pas inutile; la colonne des chiffres de la gauche eſt pour les differentes longueurs des poutres; & les deux autres ſont pour les groſſeurs, proportionnées à ces mêmes longueurs.

Longueur des Poutres.	*Largeur des Poutres.*	*Hauteur des Poutres.*
12. Piés.	10. Pouces.	12. Pouces.
15. Piés.	11. Pouces.	13. Pouces.
18. Piés.	12. Pouces.	15. Pouces.
21. Piés.	13. Pouces.	16. Pouces.
24. Piés.	13. $\frac{1}{2}$ Pouces.	18. Pouces.
27. Piés.	15. Pouces.	19. Pouces.
30. Piés.	16. Pouces.	21. Pouces.
33. Piés.	17. Pouces.	22. Pouces.
36. Piés.	18. Pouces.	23. Pouces.
39. Piés.	19. Pouces.	24. Pouces.
42. Piés.	20. Pouces.	25. Pouces.

Poutrelle eſt une piece de bois à cinq pans, dont on uſe fort dans la conſtruction des planchers des corps de cazerne, parce qu'on maçonne en voute entre deux de ces poutrelles, afin que le plancher ſoit plus ſolide, & qu'il dure davantage.

Profil ou *Coupe* d'un bâtiment eſt ſa repréſentation élevée, & qui nous en fait voir les dedans, ainſi que les largeurs & les hauteurs.

Racineau eſt le nom qu'on donne aux groſſes pieces de bois, qui ſervent à lier les têtes des pilots d'une fondation, & qu'on araze tous à une même hauteur.

Radier eſt une eſpece de ſeconde grille qu'on met par deſſous le plancher qui doit porter la maçonnerie des piles & des autres gros ouvrages qu'on fait dans l'eau; comme ſont les écluſes, les batardeaux, les traverſes &c.

Rampes d'eſcalier eſt l'aſſemblage de toutes les marches d'une montée compriſes entre deux pailliers.

Rancher eſt une groſſe & longue piece de bois équarrie, au travers de laquelle paſſent des chevilles de bois appellées *Ranches*, ſervant d'échelons pour monter en haut.

Rénure ou *Rainure* eſt une eſpece de canal que l'on fait ſur les côtés d'une piece de bois, afin qu'une autre piece ſe lie mieux avec elle.

Roſſignol eſt un coin de bois qu'on met dans une mortaiſe lorſqu'elle eſt trop longue, afin de mieux ſerrer une piece de bois.

Rouleaux ſont des pieces de bois de figure arondie, dont on ſe ſert pour mener des poutres ou d'autres groſſes pieces de charpente d'un lieu à un autre.

Sabliere eſt la piece de charpente qu'on met de longueur vers le haut d'un mur de cloiſon, ou d'un pan de bois, laquelle eſt portée par les poteaux; on doit auſſi don-

ner ce même nom à la piéce de bois qui occupe le bas de la longueur d'un mur de cloiſon, dans laquelle ſont emmortaiſées les poteaux, les guettes, & les croix de St. André, bien que quelques-uns l'appellent ſeüil.

Seüil eſt la piece de bois qu'on met en forme de marche au bas de l'entrée d'une porte, & dans laquelle ſont emmortaiſées les piedroits.

Solives ſont des pieces de bois qui ont d'ordinaire 5. à 7. pouces de gros, dont les bouts portent ſur les poutres, afin de ſoutenir le plancher; les ſolives ſe mettent de champ, pour qu'elles ayent plus de force; les ſolives d'enchêvetrure doivent être plus groſſes; auſſi leur donne-t-on 6. à 8. pouces : je ſcai que toutes les ſolives n'ont pas la même groſſeur, mais celles dont je parle ſont les ordinaires.

Remarque.

On donne le nom de Solive *ou* Piece *à une certaine quantité de bois, qui contient trois piés cubes, & c'eſt au cent de ſolives ou pieces que ſe reduit le meſurage de la charpente, ainſi qu'on le verra plus amplement expliqué à la maniere de toiſer le bois de charpente, dont je parlerai cy-après.*

Soliveau n'eſt autre choſe qu'une petite ſolive.

Sommier eſt une piece de charpente moins groſſe qu'une poutre, mais auſſi plus groſſe qu'une ſolive, dont l'uſage ordinaire eſt de ſoutenir les poutres de trop longue portée.

Sous-faîte eſt une piéce de bois miſe plus bas que le faîte, ſes bouts s'aſſemblent dans les poinçons.

Tampons ſont des chevilles de bois dont on garnit les poteaux & les ſolives, pour les bien lier & affermir.

Taſſeaux ſont les pieces de bois miſes ſur les chantignoles pour porter les pannes.

Tenon

Tenon eſt le bout d'une piece de charpente miſe en œuvre qui entre ou s'emboite dans la mortaiſe ; les tenons à tournices ſont coupez quarrément.

Tirans ſont les pieces de bois de 10. à 12. juſqu'à 15. à 19 pouces de gros, dont les bouts portent ſur le mur & ſoutiennent les jambes de force, les empêchant de s'écarter.

Toit ou *Comble* eſt l'aſſemblage de toutes les pieces de charpente ſervant à couvrir un bâtiment ; il y a des toits en croupe ou pavillon, & d'autres dont le faîte va d'un pignon à l'autre ; un comble dont les bois ont beaucoup de groſſeur eſt défectueux, parce qu'il charge trop le bâtiment.

Toits coupez ſont ceux que nous appellons autrement toits à la manſarde, parce que l'architecte Manſard eſt celui qui les a mis en vogue.

Travée eſt la partie d'un plancher, c'eſt-à-dire le compoſé des ſolives & des planches compris entre deux poutres.

Ventriere eſt une groſſe piece de bois, qu'on met de long au devant d'une rangée de palplanches, avec leſquelles on la cheville & tamponne bien, tant pour les lier fortement enſemble, que pour empêcher l'eau, au courant de laquelle elles ſont expoſées, de faire du tort à l'ouvrage qu'elles couvrent.

Vis ou *Noyau* eſt la piece de bois, ou pour mieux dire l'arbre du milieu d'un eſcalier en rond, dans lequel ſont emmortaiſées les marches par l'un de leurs bouts.

Ce qu'on doit obſerver ſur le choix & la coupe des Bois.

De tous les bois, le plus propre à la charpente & a tou-

tes ſortes de bâtimens eſt le *Chêne*, principalement quand on choiſit des arbres qui n'ont pas au deſſous de cent ans, ni au deſſus de deux cens, parce que ceux qui ont moins de cent ans, ont trop de force & de ſubſtance chaude, ce qui les oblige à ſe fendre quelquefois du haut en bas; & ceux qui en ont plus, commencent à déperir ou à être ſur le retour faute de nourriture.

Les bois qui ont depuis cent juſqu'à deux cens ans, étant employés dans les bâtimens qui ne ſont point expoſez aux injures de l'air, ſubſiſtent cinq à ſix cens ans, mais il faut pour cela, qu'ils ayent été coupez dans une ſaiſon propre; & quand ces bois ſont employez au pilotage des fondations, ils durent juſqu'à douze & quinze cens ans.

Quand un bois mis en œuvre a plus de deux cens ans, il eſt facile à s'échauffer ou *heurdrir*; ainſi l'on peut dire qu'il eſt très-neceſſaire de connoître l'âge d'un arbre, pour s'empêcher d'être trompé dans le choix qu'on doit faire des bois.

Si vous voulez connoître l'âge d'un arbre, faites-le ſcier bien de niveau par le pied; enſuite de quoi, comptez exactement tous les cercles qui ſont depuis le centre du tronc de l'arbre juſqu'à ſa circonference, c'eſt-à-dire juſques ſous l'écorce; car autant de cercles que vous trouverez, autant vous pouvez être aſſuré que l'arbre à d'années, parce qu'il prend une nouvelle envelope de bois à chaque ſéve, c'eſt-à-dire tous les ans.

Les bois expoſés au Soleil levant & au Nord ſont les meilleurs, à cauſe des vents frais qui viennent preſque toujours de ces deux Regions; ce qui fait que les arbres y conſervent mieux leur nourriture; en effet, nous voyons que les parties d'une Forêt ou d'un Bois, qui ſont tournées au Levant ou au Nord, produiſent des arbres beau-

coup plus hauts, plus droits, & plus gros que les autres endroits ; les parties tournées au midi, quoique moins bonnes que les précedentes, valent pourtant mieux que celles qui regardent le couchant, parce que le vent de cette derniere Region eſt toujours humide ; ce n'eſt pas qu'on trouve quelquefois des arbres vers le couchant d'un Bois, qui ſont meilleurs & plus beaux que ceux du Midi du même Bois, à cauſe que ſouvent il vient des vents exceſſivement chauds qui deſſechent trop les terres ; mais ce ſont là des cas particuliers qui ne ſont guere connus que des gens des lieux, ou par une très-longue pratique.

Le bois de chataignier eſt auſſi très-propre au bâtiment ; mais comme il n'eſt pas ſi univerſel que le chêne, on ſe ſert plus volontiers de ce dernier ; l'aulne eſt bon au pilotage ; & l'orme au charonnage ; mais comme je ne traite pas ici des diverſes ſortes de bois, ni des uſages qu'on en peut faire, & que je n'ai égard qu'à ce qui regarde la charpente, il eſt inutile que je pouſſe cette matiere plus loin.

La vraie ſaiſon pour abattre les arbres qu'on deſtine à faire des bois de charpente, eſt pendant les mois de Decembre, Janvier & Février, parce qu'alors ils n'ont point, ou du moins fort peu de ſéve ; l'on doit choiſir le décours de la Lune preferablement à ſes autres quartiers, parce que c'eſt alors que les arbres ont moins d'humidité, & que l'aubier doit mieux faire corps avec le bois.

Pour donner lieu aux arbres de ſe bien affermir, on doit les laiſſer abatus pour le moins trois ou quatre mois dans les Forêts, ou pour mieux faire, ſi on avoit le tems, ce ſeroit de les couper par le pied, les bien étançonner, afin que demeurant debout, ils puſſent jetter une eau rouſſe qui eſt dedans, qui ſert de levain à la pourriture & aux vers qui s'y engendrent ; l'on doit ſur tout éviter d'abattre

de vieux arbres & en partie ſecs, parce que n'ayant plus de nourriture, ils ne ſont pas propres à faire du bois de charpente, étant trop ſujets à ſe gâter.

Il faut empêcher qu'on n'employe le bois qui a beaucoup d'aubier, parce qu'il eſt ſujet à ſe pourrir & à engendrer des vers; mais ſi on y étoit abſolument contraint, il faudroit faire laiſſer des trous aux bouts des pieces de charpente afin que l'air s'y pût inſinuer & les rafraichir; l'on doit ſurtout être ſoigneux que les poutres ni les autres pieces ne portent point ſur le mortier, qui les échauffe & les gâte; auſſi a-t-on ſoin de mettre de la terre ou des tuileaux, ou enfin du bois ſous leurs bouts.

Le bois verd mis en charpente eſt très-défectueux, ainſi qu'on l'a experimenté à Verſailles.

On connoît qu'une piece de bois de charpente eſt bonne, lorſqu'elle eſt d'une conſiſtance ferme, point graſſe, qu'elle a peu d'aubier, de même que peu de nœuds, que ſon fil eſt droit, & qu'en faiſant frapper contre un des bouts avec le doigt, (tandis qu'on a l'oreille à l'autre bout) on entend un ſon clair, ce qui marque qu'un bois eſt cru dans un lieu ſain.

Dans les ouvrages de charpente qu'on fait pour le Roi, on ne prend les longueurs des bois mis en œuvre, que ſelon qu'elles ſont y compris les tenons, au lieu que ſuivant les *Us* & *Coûtumes* de Paris toutes les pieces de bois ont de certaines longueurs déterminées, ſur le pied deſquelles on les compte au Charpentier, afin de l'indemniſer de la perte qu'il peut faire en les coupant pour s'aſſujettir aux longueurs de ſon ouvrage.

La charpente ne ſe meſure pas à la toiſe cube comme on fait les terres ou la groſſe maçonnerie; ni à la toiſe quarrée comme les murs ordinaires, ou les lambris, ou le

parquet ; il y a au contraire un ordre tout particulier ; car lorſqu'on veut toiſer les bois d'un édifice, on cherche combien il y a de cens de ſolives ou pieces.

La ſolive ou piece eſt, ainſi que je l'ai déja dit, une quantité qui contient trois piés cubes de bois, ou ce qui eſt la même choſe, elle contient une toiſe de long ſur 6. à 12. pouces de gros, ou enfin deux toiſes de long ſur 6. à 12. pouces de gros ; ainſi pour meſurer la charpente d'un édifice, quel qu'il ſoit, il ne faut que trouver combien de fois cette charpente contient 3. piés cubes de bois, ou bien conbien de fois il s'y trouve 72. chevilles d'un pouce de gros ſur une toiſe de long ; mais comme il y a pluſieurs methodes, ou pour mieux dire diverſes multiplications pour en venir à bout, j'en ai choiſi quatre qui m'ont paru les plus courtes & les plus belles ; elles ſont toutes quatre fondées ſur le principe de la ſolive ou piece de bois dont je viens de parler.

Premiere methode de meſurer les Pieces de Charpente.

La premiere maniere de reduire les bois de charpente en ſolives ou pieces, eſt celle dont on ſe ſervoit autrefois, qui eſt celle des 72. chevilles d'un pouce de gros ſur une toiſe de long ; voici ſa pratique.

On prend la groſſeur de la piece de bois qu'on veut meſurer en pouces, c'eſt-à-dire ſa largeur & ſa hauteur ; & ayant multiplié ces deux quantités l'une par l'autre, on multiplie encore le produit qui en vient par la longueur de la piece à meſurer, & l'on diviſe le produit de cette ſeconde multiplication par 72. le quotient de la diviſion marque la quantité de ſolives que contient la piece de charpente à meſurer ; ainſi l'on peut dire que tout morceau de

bois équari, qui a 36. pouces quarrez à l'un de ſes bouts ſur deux toiſes de longueur, contient une ſolive : & s'il n'a qu'une toiſe de long, il ne contiendra qu'une demi ſolive; que s'il n'a que 3. piés de long, il ne contiendra qu'un quart de ſolive, & ainſi des autres.

Exemple de la premiere Methode.

Suppoſons qu'il faille ſçavoir combien de ſolives contient la poutre A B, dont la longueur eſt 3. toiſes 2. piés 8. pouces, & la groſſeur de 14. à 15. pouces : pour reſoudre cette queſtion multipliez les 14. & 15. pouces l'un par l'autre, & le produit 210. qui en vient, par 3. toiſes 2. piés 8. pouces, vous aurez $723.\frac{1}{3}$ lequel nombre étant diviſé par 72, donnera au quotient 10. ſolives & $\frac{1}{108}$ pour le contenu de la poutre.

La ſeconde methode de reduire le bois de charpente en ſolives eſt fondée ſur ce que j'ai dit, que toute ſolive contient 3. piés cubes de bois, ou le 72e. d'une toiſe cube; voici de quelle maniere en en vient à bout; après avoir pris ſon équariſſage par l'un des bouts en pouces, comme à la premiere methode, on tire la ſixieme partie de cet équariſſage, c'eſt-à-dire de la hauteur & largeur pour la mettre au rang des toiſes; & les reſtans (quand il y en a) au rang des piés; & ayant multiplié ces deux quantités ainſi placées l'une par l'autre; & le produit par la moitié de la longueur de la piece de bois, il viendra au produit des ſolives & parties de ſolives.

Exemple.

Je propoſe la même poutre A B, dont j'ai déja parlé,

laquelle a 14. ſur 15. pouces de gros, & 3. toiſes 2. piés 8. pouces de long; ayant pris le ſixiéme de 14. il vient 2. & reſte 2. j'en fais 2. toiſes 2. piés; la même pratique étant faite pour 15. pouces, il vient 2. & reſte 3. dont je fais 2. toiſes 3. piés; or ayant multiplié ces deux poſitions 2. toiſes 2. piés & 2. toiſes 3. piés comme à l'ordinaire, le produit eſt 5. toiſes 5. piés, que je multiplie encore par la moitié de la longueur de la poutre, c'eſt-à-dire par 1. toiſe 4. piés 4. pouces, afin d'avoir 10. ſolives 0. piés 3. pouces 4. lignes revenant à la même quantité qu'au précedent exemple; parce que les 3. pouces & 4. lignes valent $\frac{25}{108}$ d'une toiſe; car ſix des piés que cette multiplication produit, valent une ſolive, & 12. des pouces qui en proviennent valent un pié, & 12. lignes font un pouce.

La troiſiéme methode qui eſt celle dont je voudrois me ſervir, à cauſe de ſa facilité, eſt la ſuivante; prenez l'équariſſage de la piéce à meſurer en pouces; mettez l'une de ces quantités au rang des toiſes, & l'autre à ſa place ordinaire; puis multipliez-les l'une par l'autre comme au toiſé des terres, & le produit qui en viendra ſoit encore multiplié par la longueur; le dernier produit ſera la quantité de ſolives & parties de ſolives que la piéce de charpente contient.

Exemple.

Je propoſe encore la même poutre A B, dont je place l'une des quantités de l'équariſſage (par exemple 15. pouces) au rang des toiſes, l'autre 14. pouces à leur rang, c'eſt-à-dire un pié au rang des piés, & 2. pouces au rang des pouces; puis je multiplie ces deux quantités l'une par l'autre, & le produit 2. toiſes 5. piés 6. pouces par la longueur 3. toiſes 2. piés 8. pouces, afin d'avoir encore 10. ſolives 0. piés 3. pouces 4. lignes.

Enfin la quatriéme methode eſt telle ; multipliez les pouces de l'équariſſage les uns par les autres, & ayant pris le douziéme du produit, conſiderez-le comme des piés & parties de piés, que vous mettrez chacun à ſon rang : ſi vous multipliez ce douziéme par la longueur de la piece à meſurer, le produit ſera ce qu'il faut, ainſi qu'on le va voir.

Exemple.

Je continue de choiſir la poutre A B de 14. ſur 15. pouces de gros & 3. toiſes 2. piés 8. pouces de long ; ayant multiplié les 14. & 15. pouces les uns par les autres, & pris le douziéme de leur produit 210. il viendra 17 & $\frac{1}{2}$ que l'on doit conſidérer comme des piés & parties de piés ; ainſi on aura 17. piés 6. pouces ou pour mieux dire 2. toiſes 5. piés 6. pouces : ſi on multiplie cette quantité par la longueur de la poutre, le produit ſera encore 10. ſolives 0. pié 3. pouces 4. lignes.

Remarque.

Ces quatre methodes ſont également bonnes & ſervent reciproquement à ſe prouver l'une l'autre ; & bien que j'aye dit que la troiſiéme eſt celle dont je me ſers d'ordinaire à cauſe de ſa facilité, je ne pretends pas improuver les autres : le lecteur choiſira celle qui lui plaira le plus pour s'en ſervir. J'en aurois expliqué diverſes autres ; mais il m'a paru que celles-ci doivent ſuffire. Je vais à préſent les appliquer à divers toiſés de charpente, que je tâcherai de rendre clairs & faciles ; mais ce ne ſera qu'après avoir montré de quelle maniére on reduit en ſolives les poutrelles à cinq pans & les pilots arrondis.

Problême

Problême 109.

Une poutrelle à cinq faces telle que la marquée A B C D E G ſe meſure, c'eſt-à-dire ſe reduit en ſolives de la façon qui ſuit.

Diviſez deux côtés alternatifs de l'un de ſes bouts (par exemple ici A E & B C) chacun en deux parties égales en H & I: tirez une ligne droite de H en I, laquelle vous meſurerez bien exactement; le quarré de cette ligne ſera égal au pentagone du bout de la poutrelle; Il ne faut donc plus que reduire cette poutrelle en ſolives, ainſi que l'enſeigne la troiſiéme methode que j'ai expliquée, & c'eſt ce que je vais faire. Suppoſons que la ligne H I ait 11. pouces; je place ce nombre au rang des toiſes pour la largeur; & je mets auſſi le même nombre au rang des pouces pour la hauteur ou épaiſſeur, & ayant multiplié ces deux quantités l'une par l'autre, comme au toiſé ordinaire, il viendra 1. toiſe 4. piés 1. pouce, qu'on multipliera encore par la longueur de la poutrelle, ſupoſée ici de 2. toiſes 4. piés 6. pouces, afin d'avoir 4. ſolives 3. piés 9. pouces 3. lignes.

Problême 110.

Un pilot arrondi ſe reduit en ſolives de la maniere ſuivante.

Prenez la groſſeur ou diametre du pilot par le milieu, ſoit avec un compas recourbé ou par le moyen de la circonference, ainſi que je l'ai enſeigné au 2. cas du 76. Problême, ou de telle autre façon qu'il vous plaira; & ſupoſé que ce diametre ſoit de 14. pouces, vous le multiplierez (l'ayant mis au rang des toiſes) par le quart de la circonference, laquelle a ici 11. pouces, qui ſeront mis à

leur rang, c'eſt-à-dire aux pouces, il vous viendra 2. toiſes 0. pié 10. pouces, que vous multiplierez de rechef par la longueur du pilot, laquelle eſt ici de 4. toiſes 3. piés, afin d'avoir 9. ſolives 3. piés 6. pouces pour le contenu de ce pilot.

La groſſeur des bois arrondis ſe doit toûjours prendre par le milieu, parce qu'on en trouve rarement d'égale groſſeur à leurs deux bouts; l'on peut dire la même choſe des bois équaris & des poutrelles, qui ne ſont pas d'égale groſſeur dans toute leur étenduë; car pour lors la groſſeur ſe doit prendre par le milieu.

Remarque.

La pluſpart des pieces de bois de charpente (excepté la poutrelle & le pilot, dont je viens de parler) ſont équariés c'eſt-à-dire de quatre faces, ce qui fait que je ne crois pas qu'il ſoit neceſſaire de s'arrêter davantage ſur la figure des bois, paſſons donc à l'ordre qu'on tient dans les toiſés qu'on eſt obligé d'en faire, ſoit aux combles, ou aux pans de bois, ou aux murs de cloiſon, ou aux eſcaliers, ou aux ponts, ou enfin à quel autre ouvrage de charpente que ce ſoit, après avoir donné un modele de devis *de chacune de ces parties.*

L'on remarquera encore que les pieces de charpente dont on ſe ſert pour les ceintres de voutes, pour les rampes d'eſcaliers, pour les jambes de force, & pour les autres ouvrages, ou l'on eſt obligé de faire des courbes, ſe toiſent ſuivant l'équariſſage qu'elles avoient avant que d'être miſes en œuvre, afin que les charpentiers ne perdent pas une partie du bois qu'ils ſont obligez d'ôter pour les travailler.

Devis de la charpente d'un corps de logis, ou de cazerne, pour ſervir de modele aux devis des autres bâtimens.

Les Madriers ſous la fondation des murs dudit corps de logis ou de cazerne, ſeront de bois de chêne, de 4. à 12. pouces de gros, aſſemblez en queüe d'hironde aux angles ſeulement.

La charpente des murs de cloiſon ſera toute de bois de chêne, il y aura deux ſablieres, l'une en haut, l'autre enbas, de chacune 6. à 7. pouces de gros, dans leſquelles ſeront aſſemblez les poteaux de même groſſeur, eſpacés de 18. pouces d'entrevoux ou environ, ruinez & tamponnez, délardez des deux côtez, pour mieux tenir la maçonnerie; obſervant de laiſſer l'eſpace néceſſaire pour les ouvertures des portes aux endroits qui leur ſont marquez.

La charpente de l'échiffre de l'eſcalier, fait ſuivant le deſſein qui en ſera donné, doit être de bon bois de chêne; il y aura par enbas deux patins de 8. à 9. pouces de gros; un noyau de 8. pouces, les limons de 6. à 12. pouces, les apuis de 5. à 7. pouces; les baluſtres ſeront tournez & auront 4. à 5. pouces, les marches ſeront maſſives & délardées, leur groſſeur ſera de 4. à 14. pouces, & celles des pailliers ſeront de 8. à 9. pouces, le tout propre & bien aſſemblé.

Les planchers ſeront garnis de ſolives de bois de brin de 32. piés de long ſur 10. à 11. pouces de gros, poſées bien de niveau, eſpacées à l'ordinaire, ruinées & tamponnées, obſervant de laiſſer les enchevêtrures & les places des âtres neceſſaires; les planches au deſſus des ſolives ſeront au moins d'un pouce & demi d'épaiſſeur,

dreſſées & clouées avec la quantité de clous neceſſaires, pour les empêcher de ſe dejetter.

Le comble, que l'on ſuppoſe ici être droit en croupe par les bouts, aura quatre maîtreſſes fermes garnies chacune d'un tirant de 19. piés de long ſur 10. à 11. pouces de gros; deux jambes de force de chacune 11. piés & demi de long ſur 10. pouces de gros; deux liens de 5. piés de long ſur pareille groſſeur que les jambes de force; un poinçon de 9. piés de long ſur 9. à 10. pouces de gros; deux chevrons de ferme de 5. à 7. pouces de gros; deux contrefiches de 12. piés de long ſur 7. à 8. pouces de gros; deux arbalêtiers de 11. piés de long & 8. à 9. pouces de gros; deux jambettes de la groſſeur des liens; deux taſſeaux & deux chantignoles; un faîte & un ſous-faîte de 7. à 8. pouces de gros garnis de leurs liens de 5. à 7. pouces; les moiſes de pareille groſſeur, leſquelles ſeront travées dans les poinçons, chevillées & contrecoignées par les deux bouts, ou bien boulonnées de fer; les pannes ſeront de même groſſeur que le faîte, peuplées par deſſus de chevrons de 23. piés de long & 4. pouces de gros eſpacez de quatre à la latte, brandiez & chevillés ſur ces pannes; les platteformes qu'on met ſous les pieds des chevrons, ſeront de 4. à 12. pouces de gros; on mettra auſſi les fermettes, noulets, petites ſablieres &c. pour les lucarnes le tout de 4. pouces de gros, excepté les petites ſablieres, qui en auront 5. à 7.

Les croupes des bouts du comble ſeront garnies de leurs arêtiers de 8. à 10. pouces de gros, y compris le délardement, aſſemblez de leurs coyers de 8. à 9. pouces; les contrefiches & eſſeliers de 7. à 8. pouces; les chevrons des croupes 7. pouces garnis de leurs entraits, jambettes, eſſeliers, de pareille groſſeur; les enrayeures

ſeront garnies de liernes de 7. à 8. pouces, aſſemblez entre les maîtreſſes fermes ; & cela, pour recevoir les entraits des fermes d'aſſemblage, leſquels entraits ſeront de 5. à 7. pouces de gros.

S'il y avoit un pan de bois à un bâtiment, voici ſon devis ; Toute la charpente ſera de bois de chêne, les deux ſablieres, haute & baſſe, auront chacune 8. à 9. pouces de gros, aſſemblées entr'elles de poteaux de 5. à 7. pouces ; ruinez & tamponnez, eſpacés de 18. pouces d'entrevoux ou environ, obſervant de laiſſer les ouvertures des portes, & des fenêtres aux endroits marquez ; toutes les platteformes neceſſaires pour mettre ſur les murs des faces ſeront de 8. à 18. pouces de gros, & les linteaux pour mettre ſur les portes & croiſées auront 5. à 7. pouces ; enfin les faux manteaux des cheminées ſeront de 4. ou 5. pouces de gros.

Devis de la charpente d'un pont de bois conſtruit ſur une Riviere.

Il ſera fait la quantité de ſeize arches de chacune 5. toiſes 3. piés d'ouverture, & quinze piles de charpente, aſſemblées ainſi qu'on le voit au profil, qui en ſera donné ci-après.

On mettra à chaque pile dudit pont la quantité de onze bons pilots de bois de chêne, de la longueur neceſſaire, & de 14. à 15. pouces de gros à la couronne.

Leſdits pilots ſeront armez par la pointe d'un ſabot de fer de quatre branches, bien attaché, peſant au moins quarante-cinq livres, & ſeront leſdits pilots battus au refus d'une volée de cinquante ou ſoixante coups d'un mouton de fonte, des plus gros qu'on pourra trouver,

peſant au moins dix-huit cents, c'eſt-à-dire dix-huit quintaux.

Les têtes des pilots ſeront coëffées chacune d'un cercle de fer, pour empêcher qu'en les enfonçant l'effort du mouton ne les fende; après quoi il ſera fait un tênon avec renfort à toutes les têtes des pilots, pour être aſſemblés dans le chapeau qui poſera deſſus.

Les chapeaux des piles ſeront tous de bois de chêne, & de 6. toiſes 4. piés de long ſur 16. pouces de gros, à vive arête ſans aubier, bien aſſemblés ſur les têtes des pilots.

Les moiſes ſeront poſées doubles des deux côtez de chaque pile; elles ſeront de bois de chêne bien équari, à vive arête de la longueur neceſſaire ſur 8. à 9. pouces de gros, le tout bien chevillé & boulonné à chaque pilot & par les deux bouts, avec les rondelles & clavettes neceſſaires.

Les poutrelles ſeront de bois de ſapin & auront 7. toiſes de long, afin qu'elles puiſſent porter 4. piés 6. pouces de chaque côté ſur les piles; leur groſſeur priſe au milieu ſera de 14. à 15. pouces.

Les madriers du plancher dudit pont ſeront de bois de chêne de la longueur de 29. piés ſur 3. à 10. pouces de gros, redoublez par deſſus les milieux avec d'autres madriers de ſapin, de 18. piés de long & 3. pouces d'épaiſſeur.

On poſera deſſus les deux côtez de la longueur du pont des garde-foux & apuis, aſſemblez avec des liens, & contreſiches, le tout de bois de chêne.

L'on diſpoſera de biais une piece de bois de chêne au devant de chaque pile pour ſervir de garde contre le heurtement des arbres & afin de briſer les glaces que la

riviere peut charier, & d'empêcher par ce moyen que les piles du pont ne ſoient endommagées.

On aura ſoin que les pilots ſoient battus ſelon les talus & les diſtances marquées au deſſein, & de redoubler ceux des extremitez, ainſi qu'on le voit au profil, afin que le tout reſiſte mieux à tout ce que l'eau charie dans ſes débordemens.

La hauteur dudit pont ſera reglée par celle du rez de chauſſée, obſervant que le milieu en ſoit de 2. piés plus élevé que ce même rez de chauſſée.

Toiſé de la charpente du corps de logis ou de cazerne, dont le devis eſt donné ci-devant, page 211.

Les Madriers ſous les fondations des principaux murs du corps du bâtiment, contiennent en longueur 144. toiſes ſur 4. à douze pouces de gros faiſant en tout . . . . .] 96. ſolives 0. pié 2. pouces.

Mur de cloiſon.

Les ſix ſablieres des trois murs de cloiſon, avec les trente-deux poteaux, les trois linteaux des portes, y compris ſix potelets & douze guettes, le tout de même groſſeur, contenant enſemble 68. toiſes 4. piés 6. pouces ſur 6. à 7. pouces. . . . .] 40. . . 0. . . 7. . . 6.

Eſcalier.

Les deux patins ont 5. toiſes de longueur ſur 8. à 9. pouces de gros, faiſant . .] 5. . . . . 0. . . . 0.

Un noyau de 4. toiſes de long ſur 8. pouces de gros, faiſant. . . . .] 3. . . . . 3. . 4.

Les limons ont enſemble 7. toiſes 2. piés de long ſur 6. à 12. de gros, faiſant. .] 7. . . . . 2. . . 0.

Les apuis ont enſemble 7. toiſes 1, pié 6. pouces ſur 5. à 7. de gros, faiſant. .] 3. . . . . 3. . . 1. . 9.

Les baluſtres ont enſemble 38. toiſes 5. piés de long ſur 4. à 5. pouces de gros] 10. . . . . 4. . . 9.

Les marches paillieres ont enſemble 7. toiſes 4. piés de long ſur 8. à 9. pouces de gros . .] 7. . . 4. . . 0.

Les marches de rampes ont enſemble 35. toiſes 1. pié ſur 4. à 14. pouces de gros, faiſant .] 27. . . 2. . . 1.

Planchers.

Les ſolives des deux planchers ont enſemble 223. toiſes de long ſur 10. à 11. pouces de gros, faiſant en tout . . . . .] 340. . . 4. . . 2.

Les planches de tous les planchers des appartemens & des greniers ont enſemble 40. toiſes 2. piés de long, ſur 2. toiſes 2. piés de large, & 1. pouce 6. lignes d'épaiſſeur, faiſant entout . . . . .] 141. . . 1. . . 0.

Comble.

Les quatre tirans de quatre fermes ont enſemble 12. toiſes 4. piés de long ſur 10. à 11. pouces] 19. . . 4. . . 3.

Les huit jambes de force ont enſemble 15. toiſes 2. piés ſur 10. pouces de gros, faiſant .] 21. . . . 1. . 9.

Les huit liens ont enſemble 3. toiſes 4. piés de long ſur 10. pouces de gros, faiſant . .] 5. . . 0. . . 6.

Les quatre poinçons ont 6. toiſes de long ſur 9. à 10. pouces de gros, faiſant . . .] 7. . . 3. . . 0.

Les huit chevrons de ferme ont 27. toiſes de long ſur 5. à 7. pouces de gros, faiſant . .] 13. . . 0. . . 9.

Les

Les huit contrefiches ont 16. toiſes de long ſur 7. à 8. pouces de gros, faiſant . . . .] 12. . . 2. . . 8.

Les huit arbalêtiers ont 14. toiſes 4. piés de long ſur 8 à 9. pouces de gros, faiſant . . .] 14. . . 4. . . 0.

Les huit jambettes ont 16. toiſes de long ſur 7. à 8. pouces de gros, faiſant . . . . .] 12. . . 2. . . 8.

Les taſſeaux & chantignoles ont de longueur en tout 4. toiſes ſur 8. à 9. pouces faiſant ...] 4. . . 0. . . 0.

Les pannes, le faîte & le ſousfaîte, ont de longueur 60. toiſes 1. pié ſur 7. à 8. pouces . . .] 46. . . 4. . . 9.

L'on achevera le reſte du toiſé de ce comble, en ſuivant toujours l'ordre établi dans le devis, & les pratiques que je viens de donner, obſervant de bien marquer les longueurs & les groſſeurs des Bois, de même que les noms des pieces.

A l'égard des pans de bois, on vient facilement à bout de leur toiſé, en ſe ſervant de ce que j'ai dit à la meſure du mur de cloiſon, car c'eſt la même choſe, à la groſſeur des bois près, qui ne ſont pas toujours également gros, & quand les calculs ſont faits, on ajoûte toutes leurs quantitez particulieres en une ſeule.

Toiſé de la charpente du pont de bois propoſé au Devis de la page 215.

Les cent ſoixante-cinq pilots de quinze piles ont enſemble 860. toiſes 5. piés de long ſur 14. à 15. pouces de gros, faiſant . . . .] 2510. ſolives 3. piés 7. pouces.

Les moiſes ou *amoiſes* de quinze piles ont enſemble 915. toiſes de long ſur 8. à 9. pouces .] 915. . . . 3. . . 4.

Les quinze chapeaux ont enſemble en longueur 100. toiſes ſur 16. pouces de gros, faiſant] 355. . . . . 3. . . 4

Les cent vingt-ſix poutrelles ont enſemble 882. toiſes de long ſur 14. à 15. pouces de gros, faiſant en tout . . . . .] 2572. . . 3. . . 0.

Le premier plancher a 83. toiſes 4. piés de long & 4. toiſes 5. piés de large ſur 3. pouces de gros, faiſant . . . . .] 1211. . . . 1. . . 0.

La doublure de ce premier plancher a auſſi la longueur de 83. toiſes 4. piés, & 3. toiſes de large ſur 3. pouces de gros, faiſant . . . .] 753. . . . 0. . . . 0.

Les entretoiſes des garde-foux ont enſemble 167. toiſes de long ſur 10. à 12. pouces] 278. . . . 2. . . . 0.

Les poteaux & liens deſdits garde-foux ont 89. toiſes 5. piés de long ſur 8. à 9. pouces, faiſant . . . . .] 89. . . . . 5. . . 0.

Les apuis & les contrefiches deſdits garde-foux ont enſemble 115. toiſes de long ſur 7. à 8. pouces, faiſant . . . . .] 89. . . . 2. . . . 8.

Les ſoixante-quatre pilots des briſe-glaces ou garde-piles ont de longueur tous enſemble 145. toiſes 4. piés ſur 12. à 14. pouces de gros .] 33. . . . 0. . . 8.

Les chapeaux ont enſemble 54. toiſes de long ſur 18. pouces de gros, faiſant . . .] 243. . . . 0. . . 0.

Les moiſes des briſe-glaces ont enſemble 129. toiſes de long ſur 10. à 12. pouces de gros, faiſant . . . . .] 215. . . . 0. . . . 0.

Voila un précis de ce qu'on peut dire ſur la façon, l'uſage, la qualité, & la quantité des bois de charpente; je crois même que de plus longs diſcours ſeroient plus ennuyeux qu'inſtructifs; car après tout, le verbiage ne fait que charger la memoire, & ne develope pas les idées obſcures qu'on ſe forme des choſes.

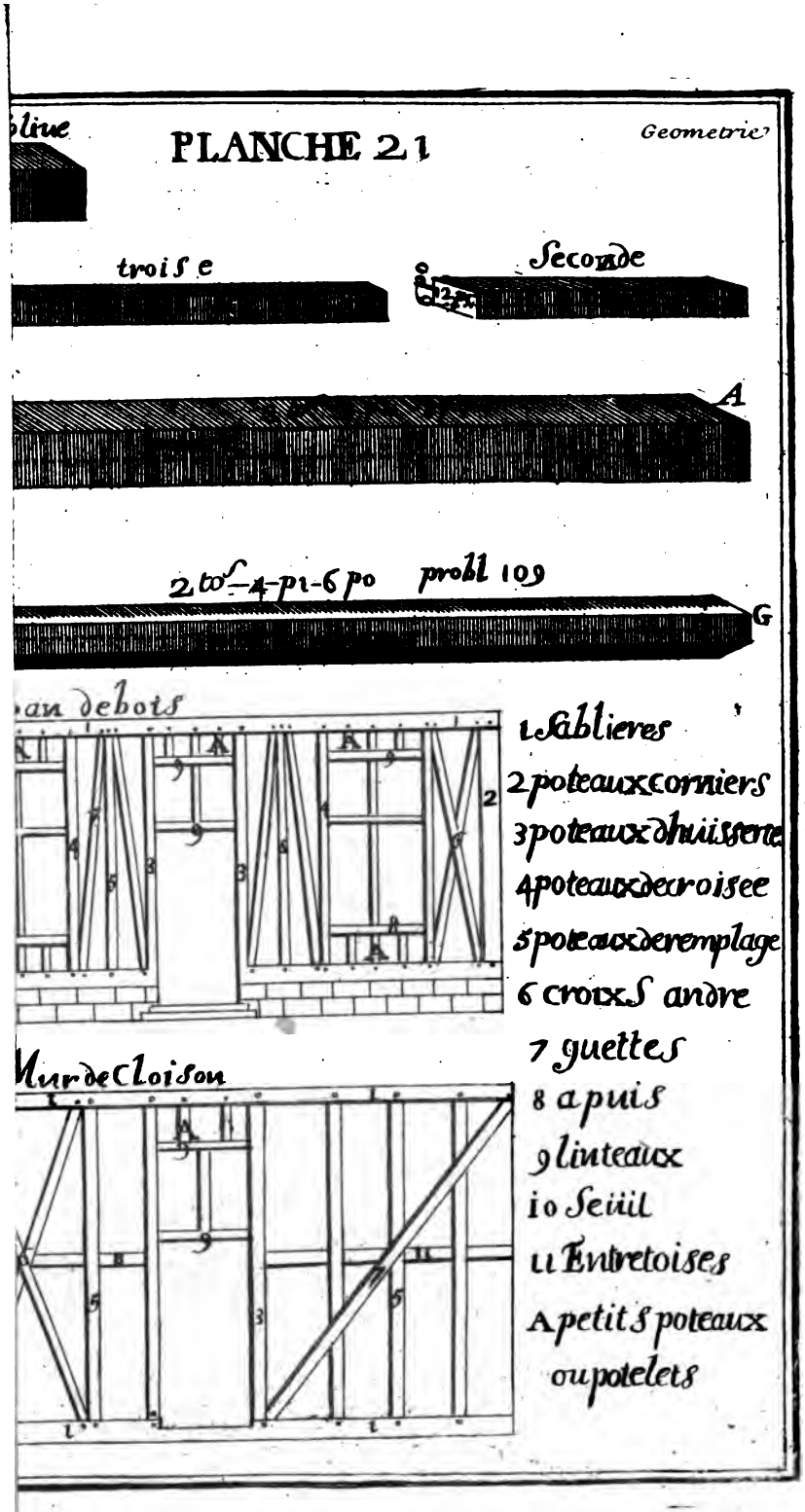
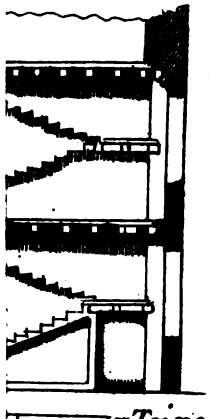
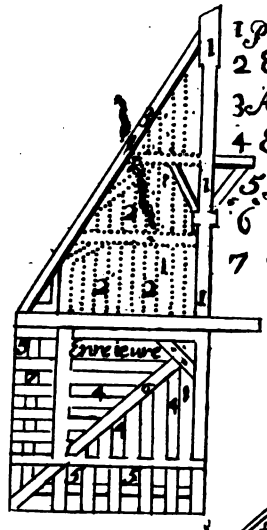
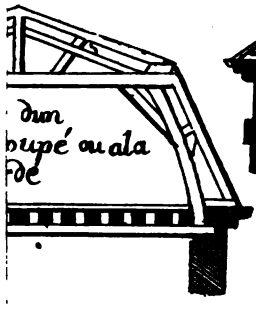
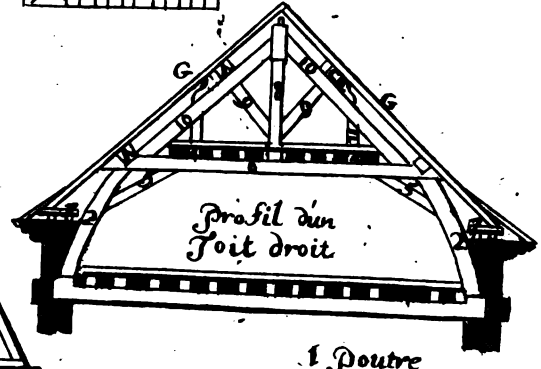


PLANCHE 21
Geometrie
trois e
Seconde
A
2 tos 4 pi 6 po
probl 109
G
an debois
1 Sablieres
2 poteaux corniers
3 poteaux dhuissere
4 poteaux decroisee
5 poteaux deremplage
6 croix S andre
7 guettes
8 apuis
9 linteaux
10 Seüil
11 Entretoises
A petits poteaux
ou potelets
Mur de Cloison

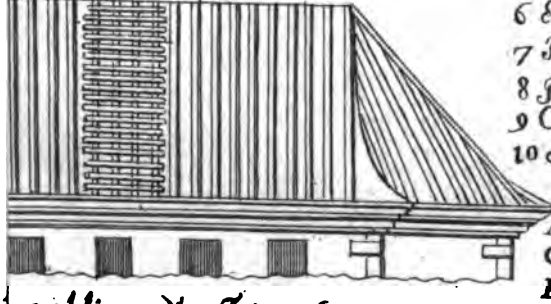






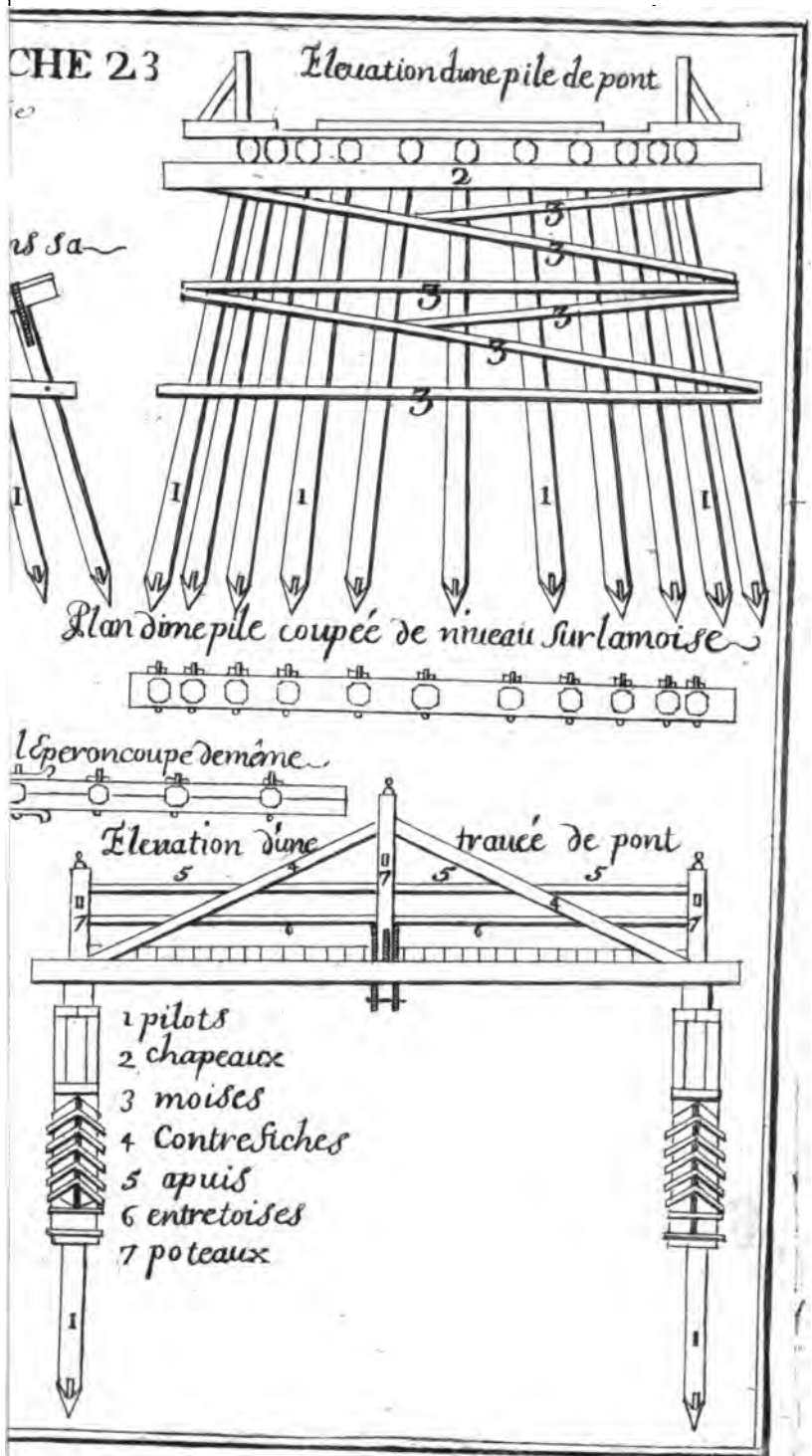


1 Poutre
2 Jambes de Force
3 Lambourdes
4 Bout des Soliues
5 Ebeliers
6 Entrait ou Tiran
7 Blocheis
8 Poinçon
9 Contre Fiches
10 Arbaletiers
11 Jambettes
A Bout des pannes
C Taffeaux
E Chantignoles
G Cheurons



ue oblique d'un Toit en Croupe

CHE 23


Elevation dune pile de pont
Plan dune pile coupée de niveau sur la moise
Eperon coupé de même
Elevation dune traucé de pont
1 pilots
2 chapeaux
3 moises
4 Contrefiches
5 apuis
6 entretoises
7 poteaux

Avertiſſement.

j'explique dans le livre ſuivant la plus eſſentielle partie de l'Art de meſurer, & c'eſt à le bien prendre dans cette huitiéme partie de mon traité que je reduis en pratique les principes que j'ai établis dans les quatre, cinq & ſixiéme livres; j'y rectifie quantité de fauſſes pratiques fort uſitées, parmi pluſieurs perſonnes, qui ſe mélent de meſurer, & qui ſuppoſent (aſſez mal) qu'un habile homme ne les propoſeroit pas dans un traité, ou ne s'en ſerviroit pas ſi elles n'étoient bonnes; mais n'ayons point de fauſſe complaiſance dans les choſes purement demonſtratives ou de fait, & nous trouverons que ſouvent les habiles comme les autres commettent de grandes fautes.

TOISÉ PARTICULIER

DE CHAQUE PIECE SERVANT A LA CONSTRUCTION D'UNE FORTERESSE.

LIVRE HUITIÉME.

JE me propoſe d'expliquer dans cette derniere partie de mon ouvrage, la maniere de toiſer tout ce qui ſert à la conſtruction d'une place qu'on fortifie. Mais je ne prétends m'attacher par tout qu'à des pratiques d'uſage, fondées ſur des principes certains, courts & intelligibles, rejettant celles qui n'ont de fondement que la routine.

Comme ce dernier Livre contient ce qu'il y a de plus eſſentiel dans le toiſé des travaux que le Roi fait conſtruire pour la ſeureté des frontieres, un Ingenieur ne peut en ignorer les pratiques, ſans s'expoſer à commettre des fautes conſiderables, & ſans ſe rendre pour ainſi dire indigne du nom qu'il porte. J'ai fait mon poſſible pour rendre ces pratiques faciles à comprendre, afin de ne pas fatiguer l'eſprit de Meſſieurs les Cadets Gentils-hommes auſquels j'enſeigne, & qu'on peut à juſte titre nommer une pepiniere d'Ingenieurs; j'eſpere que ceux qui verront ce traité ſeront perſuadez de ce que j'avance.

Le premier toiſé qu'on fait dans la fortification, eſt celui des terres qu'on tranſporte d'un lieu à un autre; ou pour mieux dire de l'eſpace que ces terres occupoient avant d'être tranſportées; parce que ſi on toiſoit celles qui

ſont nouvellement remuées, le volume en ſeroit trop gros ; ainſi qu'il ſera dit en ſon lieu. Voici de quelle maniere on doit s'y prendre pour toiſer ce qu'on appelle un *Atelier*, c'eſt-à-dire le lieu duquel on enleve des terres pour les tranſporter ailleurs.

Multipliez la ſuperficie de la baſe de l'Atelier par une hauteur moyenne à toutes ſes differentes hauteurs, le produit de cette multiplication ſera ſa ſolidité. De ſorte que ſi cet Atelier avoit ſa baſe de figure pentagonale & irreguliere, comme celui qui eſt marqué ici A B C D E, on trouveroit la ſuperficie de cette baſe, ainſi qu'il eſt enſeigné à l'un des cas du 73. Problême, & l'on en multiplieroit la capacité (qu'on ſuppoſe ici de 352. toiſes 3. piés) par la hauteur communée de tout l'Atelier, laquelle ſe trouve comme il ſuit. *Plan* 24. *Fig.* 1.

Ajoûtez en une ſeule quantité toutes les hauteurs particulieres que vous aurez marquées ſur le profil des terres recoupées, de même que les hauteurs de tous les *temoins* ou petites piramides que vous aurez fait laiſſer dans l'Atelier, ainſi qu'on voit dans cet exemple les hauteurs G, H, I, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, V, & diviſez le produit de toute leur addition, que je ſuppoſe ici être de 47. piés 8. pouces par la quantité des hauteurs priſes au profil & aux témoins ; c'eſt-à-dire ici par 13, le quotient 3. piés 8. pouces ſera la hauteur communée de tout l'Atelier, avec laquelle multipliant ; comme je l'ai dit, la ſuperficie de la baſe A B C D E, laquelle eſt ſuppoſée de 352. toiſes 3. piés, on aura un produit de 215. toiſes 2. piés 6. pouces pour la maſſe des terres enlevées.

Remarque.

Comme les eſpaces dont on enleve les terres ſont rarement

unis par deſſus, & qu'au contraire il y a ſouvent des inégalités, cela fait que plus on prend de hauteurs particulieres, & plus la pratique eſt juſte.

TOISÉ DES TERRES D'UN RAMPART.

Je ſçai qu'en fortifiant une place, on ne toiſe pas d'ordinaire les terres du Rampart pour le compte de l'Entrepreneur, parce que le volume de celles qui ſont nouvellement remuées, quoique fort battuës, eſt de beaucoup plus grand qu'il ne faut; ce qui fait qu'on toiſe le vuide des lieux d'où ces terres ont été enlevées, c'eſt-à-dire les Ateliers des travailleurs, en s'y prenant de la maniere que je l'ai dit dans l'article précedent. Mais je ſçai auſſi que quand la Cour envoye un Ingenieur pour verifier les toiſés, il ne peut que meſurer les terres des ramparts, des parapets, des glacis, & des autres ouvrages achevés, leſquelles terres ont eu le loiſir de ſe raſſeoir, depuis le temps qu'elles ont été remuées juſqu'à celui de la verification du toiſé. De même lorſqu'on raze une Fortereſſe ou quelqu'une de ſes parties, l'on ne peut éviter, pour venir à la connoiſſance des terres remuées, de meſurer ces mêmes ramparts, parapets, glacis, &c. Ainſi il eſt abſolument néceſſaire de bien poſſeder le toiſé de ces pieces de fortification; outre que ce que je dirai ici touchant cette matiere, ſervira d'introduction au toiſé de la maçonnerie des gros ouvrages, tels que ſont les revêtiſſemens des ramparts, dans lequel toiſé il ſe commet pluſieurs fautes, par ceux qui ne poſſedant pas de bons principes, ſuivent une routine qu'ils ont vû pratiquer à d'autres auſſi peu verſez en géometrie qu'eux.

Or ces abus ne peuvent être fondez ainſi que je le viens

de dire, que ſur le peu de connoiſſance qu'ont des vrais principes geometriques une partie de ceux qui font faire, ou font eux-mêmes des toiſez. J'avouë que pluſieurs Auteurs, qui ont écrit ſur cette matiere, l'ont fait très-ſuperficiellement, ou avec beaucoup d'obſcurité; & à l'égard de ceux qui en ont parlé juſte, leurs methodes ſont embarraſſées de quantité de calculs, capables de laiſſer la patience des perſonnes peu accoutumées aux lectures difficiles.

C'eſt donc en partie pour ſoulager ceux qui n'aiment pas les operations embrouillées, ni les lectures difficiles, que je traiterai cet article d'une maniere claire, courte, & demonſtrative. Mais ce ne ſera qu'après avoir dit deux mots ſur diverſes pratiques dont ſe ſervent ceux qui font des toiſez de ramparts, ou de quelqu'autre ouvrage pareil.

Il y en a qui ayant trouvé la ſuperficie inferieure B C G H I T M N du rampart, de même que ſa ſuperficie ſuperieure A D S R P K L O, ainſi que l'enſeignent les 71. & 73. Problêmes, les ajoutent toutes deux enſemble, & prenant la moitié de leur ſomme pour ſuperficie moyenne, ils multiplient cette moitié par la ligne V X, qui eſt la hauteur de ce rampart priſe dans le milieu: mais cette pratique eſt peu juſte à cauſe que la moitié des ſuperficies haute & baſſe, jointes enſemble, n'eſt pas une ſuperficie moyenne proportionelle entr'elles.

D'autres multiplient le profil du rampart marqué ici A B C D par la longueur de la ligne X Y X &c, qui eſt celle du rampart priſe dans le milieu, c'eſt-à-dire dans une égale diſtance du pourtour exterieur & de l'interieur; or quoique cette pratique approche plus du précis que la précedente, elle n'eſt pourtant pas juſte. Ils obſervent la même methode pour le toiſé des parapets, & tombent

conſequemment dans une pareille erreur, laquelle n'eſt pourtant pas fort conſiderable pour le toiſé d'un ouvrage de cette ſorte.

Pluſieurs pour éviter ces methodes défectueuſes, cherchent les ſuperficies inferieures B C G H I T M N, & ſuperieure A D S R P K L O, dont j'ai déja parlé, & en ayant pris la moitié, à laquelle ils ajoûtent la ſixiéme partie de la baſe des Piramides formées aux angles rentrans, ils ôtent la ſixiéme partie de la baſe des Piramides formées aux angles ſaillans, & ils multiplient ce dernier produit par la hauteur V X, du rampart priſe dans le milieu, ce qui donne conſtamment le vrai ſolide. Mais ces additions & ſouſtractions de baſes de Piramides, qu'il faut trouver à part, rend ce calcul fort compoſé, d'autant plus qu'il eſt néceſſaire de ſçavoir, que les Piramides des angles rentrans ont leur pointe ſur le rez de chauſſée, & que celles des angles ſaillans ont la leur au ſommet du rampart, ce qui augmente encore la difficulté.

Voici la pratique dont je voudrois me ſervir pour toiſer la maſſe des terres d'un rampart, parce qu'outre ſa juſteſſe, c'eſt qu'elle eſt d'une facilité qui m'oblige de la préferer à toute autre. Je multiplierois la ſuperficie ſuperieure A D S R P K L O, du rampart par ſa hauteur V X, priſe dans le milieu à cauſe de la pente qu'on donne à ſon terreplein, le produit de cette multiplication ſera le ſolide du priſme ou corps renfermé entre les deux talus interieur & exterieur du rampart, & duquel priſme A F eſt le profil. Cela étant fait, je chercherois le ſolide de l'un de ces talus (par exemple de l'interieur dont le profil eſt le triangle D F C, & que je ſuppoſe ſeparé du rampart comme on le voit à la Figure 3.) & pour y parvenir facilement, j'ajoûterois la valeur des trois lignes C G H I,

D S R P F, 2 3 4. dont l'une eſt le pié exterieur du talus du rampart, l'autre celle du haut de ce talus, & la troiſiéme celle qui leur eſt paralelle au bas interieur de ce talus; après quoi je prendrois le tiers de ces trois lignes jointes enſemble, avec lequel tiers je multiplierois la ſuperficie du Triangle rectangle D F C, qui eſt le profil de ce talus interieur; le produit ſeroit le ſolide propoſé.

L'on fera la même operation pour avoir le ſolide du talus exterieur, dont le profil eſt le Triangle rectangle A B E, lequel talus je ſuppoſe ſeparé de ſon rampart, ainſi qu'on le voit à la Figure 4; car ayant ajouté la valeur des trois lignes B N M T; A O L K, E 5 6 7 en une ſomme, on prendra le tiers de leur produit, avec lequel on multipliera le profil A B E, afin d'avoir le ſolide du ſecond talus; de ſorte qu'en ajoutant le ſolide du priſme renfermé entre ces deux talus, on aura la maſſe de tout le rampart.

Cette maniere de toiſer les ouvrages qui ont de la pente, eſt non ſeulement generale, mais encore très-facile, & je ne doute pas que ceux qui la comprendront une fois, ne la préferent à toutes celles qu'on a pratiquées juſqu'à préſent. Tout ce qui pourroit cauſer quelque ſcrupule ſur ſon ſujet, eſt de ſçavoir ſi elle eſt juſte: & c'eſt ce que je vais faire voir auſſi clair que le jour.

Imaginons le priſme A B C D E F, dont la baſe triangulaire ou profil A B C eſt de 3. toiſes quarrées & la longueur A D, ou C F, eſt de 9. toiſes; il eſt certain que ſon ſolide aura 27. toiſes cubes. De plus, ſi on conçoit l'une des longueurs de ce priſme par exemple B E être prolongée tant qu'on voudra, ici en G de 6. toiſes, & qu'on imagine des lignes droites tirées de G en D & en F, il ſe formera par ce moyen une Piramide dont la baſe D E F ſera la même que celle du priſme: De ſorte que toiſant ſéparement *Plan. 24. Fig. 5.*

ce priſme & cette Piramide, on aura 27. toiſes cubes d'une part, & 6. toiſes cubes de l'autre, qui font en tout 33. toiſes cubes. Or en toiſant ce même priſme & la Piramide enſemble de la maniere que je l'ai dit dans l'article précedent, on aura la même quantité de 33. toiſes cubes; parce que les trois lignes A D, C F, B G, jointes enſemble ayant 33. toiſes de long, leur tiers ſera 11 lequel étant multiplié par les 3. toiſes quarrées, que contient le profil A B C. il viendra au produit 33. toiſes cubes.

Enfin ſi la longueur du priſme étoit prolongée de l'autre côté d'une grandeur arbitraire, comme par exemple ici D A, qui l'eſt vers H de 3 toiſes, & qu'on ſuppoſe des lignes tirées de ce point H en C & B, on aura la Piramide H B C A, dont le ſolide eſt de 3. toiſes cubes, parce que ſa baſe A B C, qui eſt auſſi celle du priſme, contient 3. toiſes quarrées, & ſa hauteur A H contient 3. toiſes de long; or ces 3. toiſes cubes étant ajoutées aves les 33. qui contiennent le priſme & l'autre piramide, font un tout de 36. toiſes cubes.

Voyons maintenant ſi le ſolide H G, qui contient le priſme & les deux piramides, étant toiſé de la maniere que je l'ai dit cy-devant, produira la même quantité. Pour cet effet j'ajoute H D, C F, B G, enſemble & le tout fait 36. toiſes de long dont le tiers eſt 12. toiſes pour une longueur commune, avec laquelle multipliant le triangle H B C égal au triangle A B C de 3. toiſes de ſuperficie, il viendra au produit de cette multiplication 36. toiſes cubes, ce qui eſt très-conforme à ce que j'ai avancé. Ainſi toiſant tous les ouvrages en talus qui ont des longueurs differentes, ou des angles ſaillans & rentrans, de la façon que je le viens de dire, vous enfilés piramides ſur priſmes, & priſmes ſur piramides, ſans avoir la peine de meſurer aucun de ces corps ſéparément, comme ont fait juſqu'à préſent tous ceux qui ont travaillé

au toiſé avec le plus d'exactitude.

Je ne me ſerois pas ſi fort étendu ſur cette matiere, ſi les toiſés qu'on fait dans la fortification n'étoient que pour les terres, parce que la methode de ceux qui multiplient le profil du rampart, ou d'un parapet, ou d'un foſſé, ou d'un glacis, lorſqu'il eſt égal par tout, par ſa longueur priſe dans le milieu approchant aſſés du juſte, elle ſuffiroit à cauſe que le prix de la toiſe des terres n'eſt pas d'ordinaire fort conſiderable, ſi ce n'eſt lorſqu'elles ſont apportées de loin, ou qu'il faut les tranſporter à une grande diſtance. Mais comme la plupart du temps la maçonnerie avec laquelle on revêtit les ramparts & les autres ouvrages, eſt d'un prix beaucoup au deſſus, j'ai crû que non ſeulement je devois entrer dans le détail de ce toiſé, pour ſoulager ceux qui ſont obligez de meſurer, mais encore pour les interêts du Roi, qu'on ne peut trop ménager dans ces occaſions.

Avertiſſement.

On ne manquera pas de me faire ici une objection qui m'a été faite diverſes fois, mais toujours par des perſonnes peu verſées en Geometrie, à ſçavoir que la methode dont je prétends me ſervir ici, ſuppoſé qu'un rampart, ou un foſſé, ou un glacis, ou un parapet, ait ſa longueur, ou ſon épaiſſeur, ou profondeur égale partout, & qu'il ſoit ſur un terrain uni; car s'il y a de l'inégalité dans les largeurs ou épaiſſeurs, ou qu'un rampart, ou un foſſé faſſe des ſinuoſitez, *la difficulté ſera toujours fort grande; à quoi je réponds que cette difficulté ſe trouve égale dans toutes les pratiques que l'on peut ſuivre, & qu'ainſi n'étant pas particuliere à la methode que j'ai expliquée cy-devant, elle ne doit pas m'être imputée. Je ſçai qu'aux places irrégulieres, on eſt aſſés ſouvent obligé de faire les ramparts*

plus ou moins élevés, pour s'accommoder au terrain ou pour opposer à des hauteurs, ainsi leur épaisseur est differente, parce qu'un rampart beaucoup élevé doit avoir plus de base qu'un qui l'est peu, ce qui porte par une suite naturelle à faire le fossé plus large & plus profond en certains endroits qu'aux autres, afin d'avoir la quantité de terre dont on peut avoir besoin. Mais comme dans le toisé des ouvrages irréguliers, il est certain qu'on réüssit plus ou moins bien, selon qu'on se sert de methodes plus ou moins justes. D'ailleurs quand un ouvrage qui a du talus se trouve de differente hauteur ou épaisseur, on fait plusieurs toisez séparez dont on ajoûte les produits en un seul, & si l'épaisseur étant égale par tout, il n'y a que les hauteurs qui different, on en cherche une de la maniere que je l'ai dit au toisé d'un Atelier, page 221. Outre que c'est principalement pour la grosse maçonnerie que je voudrois suivre cette methode, parce que le toisé des terres n'exige pas qu'on y regarde de si près, à moins que le transport ne s'en fasse loin. Il est vrai qu'on doit toujours faire les opérations autant justes qu'on peut, n'étant pas suffisant pour se justifier de dire qu'il faut trop de temps pour toiser un rampart, ou un fossé, à plusieurs repriſes. Je satisferai le plus qu'il me sera possible à toutes les difficultez qui peuvent naître dans le mesurage des solides qui ont de la pente, dans ce que je dirai cy-après.

Toisé des terres d'un fossé.

La plus grande partie des terres qui servent à la construction des ramparts, parapets, banquettes, cavaliers, barbettes & glacis, se tirent du fossé, à moins qu'il n'y ait un avant-fossé au pié du glacis, parce qu'alors on fait un renfoncement au dessous du rez de chaussée en pente adoucie, pour

former cet avant-fossé, ce qui produit des terres dont on se sert pour le glacis.

Or comme le fossé est le vrai endroit d'où les terres s'enlevent pour la construction des ouvrages dont je viens de parler, c'est aussi son vuide que l'on toise, & pour y parvenir l'on doit avoir bien conçû ce que j'ai dit en parlant du mesurage du rampart, parce qu'on se servira de la même pratique à celui-ci, lorsqu'il ne sera point revêtu, comme je le ferai voir dans la suite, car lorsqu'il est revêtu, rien n'est si facile que la maniere de le toiser, ainsi qu'on en va être convaincu.

Cherchez en premier lieu la superficie superieure A B C D E G du fossé y compris l'espace qu'occupe l'épaisseur des revêtissemens de l'escarpe & de la contr'escarpe puisque les terres en ont été enlevées, & l'ayant trouvée, ou bien celle du fonds du fossé, qui lui est égale, ainsi que l'enseignent les 71. ou 73. Problêmes; ou bien de quelqu'autre maniere; multipliez-la par la profondeur H I du fossé, c'est-à-dire, par la valeur de la ligne tirée du rez de chaussée perpendiculairement sur le plan du fonds de ce fossé, le produit de la multiplication sera le contenu des terres qui ont été enlevées. Que si à ce contenu on ajoûte celui des terres dont la maçonnerie des contreforts occupe l'espace, depuis leur fondation jusqu'au rez de chaussée, on aura le solide précis des terres qu'occupe le fossé. *Plan. 24. Fig. 6.*

Comme il arrive assés souvent que la profondeur d'un fossé n'est pas égale partout, on en cherche une qui lui soit commune, de la façon que je l'ai dit dans la page 221. en expliquant le toisé d'un Atelier.

Que si le fossé n'est pas revêtu, on multipliera en premier lieu la superficie L M N O P Q du fonds de ce fossé, par sa profondeur R S, au produit de quoi on ajoûtera le *Plan. 24. Fig. 7.*

ſolide des deux talus, dont l'un qui eſt du côté de l'eſcarpe eſt marqué du triangle ou profil T V L, & l'autre du côté de la contr'eſcarpe, a ſon profil marqué X Y Q. Or le ſolide de ces talus ſe trouve de la maniere que je l'ai enſeigné au toiſé du rampart page 222. c'eſt-à-dire en multipliant leur profil par le tiers des trois lignes de leur pourtour.

Il n'importe pas que la largeur du foſſé aille en diminuant vers la pointe du baſtion, ou qu'elle ſoit égale le long de toute ſa face pour en avoir la ſolidité, pourveu que la profondeur ſoit égale par tout; parce que la juſteſſe de cette pratique conſiſte à trouver la ſuperficie ſuperieure ou inferieure de ce foſſé, ſuivant que les cas l'exigent; ce qui ſera facile à ceux qui auront une fois bien compris ce que j'ai dit au cinquiéme Livre, dans lequel ce qui regarde les ſuperficies eſt traité d'une maniere claire & ample.

L'on peut me dire que le ſolide d'un foſſé qui n'eſt pas revêtu, & dont la profondeur de même que la largeur diminueroit également depuis le milieu de la courtine juſqu'à l'angle flanqué, ne ſe trouveroit pas avec préciſion en ſe ſervant de la pratique don je viens de parler, parce que le vuide d'un foſſé tel que celui-là, eſt une eſpece de piramide tronquée (du moins ce qui eſt renfermé entre les lignes de défenſe & la contreſcarpe.) A cela je réponds, qu'on peut en ce cas ſe ſervir de la méthode que j'ai expliquée dans la page 171. pour avoir la maſſe des terres renfermée entre les lignes de défenſe & la contreſcarpe, à quoi on ajoûteroit la maſſe des terres qui auroit été enlevée entre ces mêmes lignes de défenſe, les flancs & la courtine.

Enfin ſi le foſſé avoit d'inégales profondeurs, il en fau-

droit chercher une qui lui fût commune pour tout, en ſe ſervant de la methode enſeignée au toiſé de l'Atelier page 221. avec laquelle profondeur commune, multipliant une ſuperficie moyenne proportionnelle entre les ſuperficies haute & baſſe de ce foſſé, on auroit la maſſe des terres qui en ont été tirées: ou bien on pourroit faire pluſieurs toiſés, dont on ajoûteroit les valeurs particulieres en une ſeule.

Toiſé d'un parapet y compris ſa banquette.

J'ai deja remarqué que pluſieurs perſonnes meſurent cet ouvrage en multipliant ſon profil ABCDEG par la longueur HIKL priſe au milieu du talus ſuperieur du parapet; mais j'ai en même temps dit, que cette pratique n'étoit pas fort juſte. *Plan. 24. Fig. 8.*

D'autres prétendent meſurer ce parapet, en multipliant ſa baſe entiere, qui appuye ſur le terreplein du rampart, par la hauteur MH du parapet priſe dans le milieu, au produit de quoi ils ajoûtent le ſolide de la banquette: cette methode eſt beaucoup plus défectueuſe que la précedente, de laquelle je me ſervirois bien plûtôt que de celle-ci.

Mais ſi on veut avoir au juſte le ſolide du parapet, il n'y a qu'à multiplier le rectangle AO, qui fait partie de ſon profil, par la longueur HIKL priſe au milieu, au produit de quoi on ajoutera le ſolide des trois talus dont les triangles rectangles ABP, AGR, & GON, ſont les profils, leſquels talus ſe meſurent de la façon que je l'ai dit au toiſé du rampart page 222. & on ajoutera encore à ce tout, la maſſe des terres de la banquette, laquelle ſe trouve en multipliant le profil ENCD par ſa longueur priſe au milieu; obſervant que dans le toiſé des terres d'un

parapet, on n'y doit point comprendre ni le revêtiſſement ſoit de murailles, ou de gazon, ou de placage, ni la faſcine qu'on y met, pour mieux lier les terres, parce qu'on les paye à part.

Toiſé des terres d'un glacis.

On pratique diverſes methodes pour toiſer les terres de cette partie d'une fortification; mais elles ne ſont pas toutes également bonnes. Quelques-uns prétendent qu'en multipliant le profil d'un glacis par ſa longueur priſe au milieu, c'eſt-à-dire dans une égale diſtance de la tête & de la queüe de ce glacis, qu'on aura ſa ſolidité; mais cela ſuppoſe que cet ouvrage ſoit égal par tout, & que les *arêtes* ne ſoient pas plus longues que les *goutieres*, ce qui arrive rarement; il faudroit d'ailleurs pour que cette methode eût quelque juſteſſe, que le contour du bas ou queüe du glacis, n'eût pas plus d'étenduë que ſon contour de la tête, ce qui ne ſe peut.

D'autres prennent le contour du milieu du glacis, qu'ils multiplient par une ligne tirée à plomb de la tête de ce glacis à ſa queüe, afin d'avoir la ſuperficie ſuperieure, qu'ils multiplient encore par la moitié de ſa hauteur priſe à la tête, ou par la hauteur entiere priſe au milieu, prétendant que ce dernier produit eſt la ſolidité qu'ils cherchent. Mais cette methode eſt défectueuſe, produiſant beaucoup plus de terres que le glacis n'en contient veritablement.

Je crois que la maniere certaine de toiſer les terres d'un glacis, eſt de meſurer chacune de ſes faces ou pans ſeparément, par la methode dont je vais me ſervir; parce que ſe trouvant fort peu de ſes faces égales entr'elles, (même autour

autour d'une fortification reguliere) on ne peut ſans s'expoſer à commettre des erreurs conſiderables, toiſer un glacis entier d'une ſeule operation.

S'il arrivoit par hazard que le glacis d'un front de fortereſſe fut égal dans toutes ſes parties, c'eſt-à-dire que la queüe fut paralelle à la tête, il faudroit en ce cas ajoûter le pourtour ABCDE d'enbas avec les deux pourtours GHIKL, & MNOPQ de la tête, l'un meſuré au ſommet, & l'autre ſur le rez de chauſſée; après quoi ayant pris le tiers de cette addition, on en multiplieroit le profil du glacis, qui n'eſt autre choſe que le triangle AGM, au produit de quoi on ajoûteroit le ſolide de la banquette. *Plan. 25. Fig. 1.*

Mais comme il arrive peu que la queüe d'un glacis ſoit paralelle à ſa tête, auſſi peut-on rarement faire un toiſé de cette étenduë d'une ſeule operation, ce qui fait qu'on doit meſurer, ainſi que je l'ai déja dit, chaque pan ou face de ce glacis ſéparément, de la maniere que je vais l'expliquer.

Si la queüe d'une face de glacis eſt paralelle à ſa tête, ſervez-vous de la pratique dont je viens de parler.

Que ſi les arêtes & les goutieres ne ſont pas égales, ainſi que cela eſt preſque toujours, réduiſez une face de ce glacis en deux piramides, comme on le voit à cet exemple dans lequel ayant tiré une ligne de V en Y, ſi on imagine la ligne TY, le pan de glacis ſe trouve réduit en deux piramides, dont l'une a pour baſe la tête VS du glacis, & pour ſommet le point Y; & l'autre a pour baſe le triangle VXT, & le même point Y pour ſommet; ainſi toiſant ſéparément chacune de ces piramides de la maniere enſeignée au Problême 97. page 170. & ajoûtant leurs produits en un, on aura le ſolide du pan ou face de glacis propoſé à meſurer; de ſorte que pratiquant la même *Plan. 25. Fig. 2.*

methode à toutes les autres faces, on aura le contenu du ſolide entier.

Toiſé d'une rampe.

Plan. 25. Fig. 3. Sous le nom de Rampe je conçois une montée de terre, qu'on fait en pente adoucie pour conduire l'artillerie & les munitions ſur un rampart, ou ſur un baſtion, ou ſur une barbette, ou ſur un cavalier, &c. Cet ouvrage ſe fait d'ordinaire auſſi large en haut vers la tête qu'en bas vers la queüe; mais quelquefois on le fait plus large à la queüe qu'à la tête: dans l'un & l'autre cas on multiplie ſon profil, qui eſt le triangle A B C par le tiers des trois lignes A D, B E, C G jointes enſemble, qui eſt ainſi que je l'ai dit, la methode de toiſer les ouvrages qui ont du talus.

Toiſé d'une barbette.

Plan. 25. Fig. 4. Cet ouvrage n'eſt autre choſe qu'une petite batterie, qu'on dreſſe vers l'angle flanqué d'un baſtion ou d'une demylune, afin de pouvoir tirer par deſſus le parapet. Comme la barbette n'eſt que de terre, ſa meſure eſt facile, puiſqu'il n'y a qu'à multiplier la ſuperficie de ſa baſe haute ou baſſe, dont la figure eſt telle qu'on voit à l'une des deux marquées H I K L M par la hauteur K N, ou une équivalente, au produit de quoi on ajoûtera le ſolide des deux rampes ſervant à monter ſur la barbette, & dont la meſure eſt expliquée à l'article précedent.

On pourra me dire que ce toiſé n'eſt pas tout-à-fait juſte, à cauſe que la face du devant de la barbette eſt en talus; mais cela ſe trouve équivalé par le talus qui eſt le long du parapet, ainſi on ne doit pas s'arrêter à ces bagatelles: néanmoins ceux qui ſont ſcrupuleux pourront toiſer ces talus,

afin de les ajoûter ou ôter ſuivant le beſoin, remarquant qu'on doit déduire du maſſif de cet ouvrage ce que contient la partie de la banquette qui eſt renfermée deſſous, laquelle ayant été toiſée avec le parapet ne le doit pas être une ſeconde fois.

Toiſé des terres d'un Cavalier.

La methode dont je me ſervirai pour la meſure des terres de cet ouvrage, ſera la même que celle dont j'ai uſé au toiſé de la piramide tronquée page 170. ou bien comme je l'ai fait au rampart; car un cavalier, ſans y comprendre ſes rampes & parapets, n'eſt autre choſe qu'une piramide tronquée, dont la baſe eſt ſur le terreplein du baſtion, parce que la maſſe des terres de cet ouvrage s'éleve en talus; de ſorte que ſi la baſe d'un cavalier eſt rectiligne, comme elle l'eſt à ceux qui ſont conſtruits dans des baſtions à flancs droits, on n'aura qu'à chercher les ſuperficies haute & baſſe OPQRS, & TVXYZ, qu'on multipliera l'une par l'autre, tirant la racine quarrée du produit, pour avoir une ſuperficie moyenne, laquelle étant ajoûtée avec les ſuperficies haute & baſſe, & leur produit total multiplié par le tiers de la hauteur O 4. du cavalier, donnera le contenu des terres de cet ouvrage, à quoi on ajoûtera celui des terres du parapet & des rampes, qu'on toiſera de la maniere que je l'ai dit en ſon lieu, ce qui produira le ſolide du cavalier & de ſes dépendances. *Plan. 25. Fig. 5.*

Mais ſi les flancs d'un cavalier ſont circulaires, ainſi qu'ils le doivent être à ceux que l'on éleve dans les baſtions à orillons, l'opération ne ſera pas pour cela changée, puiſqu'il faudra obſerver les mêmes regles; toute la difference ne conſiſtant qu'aux baſes, haute & baſſe qui ſont ici mixtes.

On autra encore le ſolide d'un cavalier en multipliant la ſuperficie de ſa baſe ſuperieure O P Q R S, par ſa hauteur O 4. au produit de quoi on ajoûtera la maſſe des terres du talus, qu'on trouve de la maniere qui a été expliquée au toiſé du rampart, remarquant que de quelle façon qu'on s'y prenne pour meſurer ces ſortes d'ouvrages, il faut toujours déduire de leur maſſe, ce que contient le revêtiſſement lorſqu'il y en a un, ou le gazonnage & placage.

Enfin s'il y avoit un ſoûterrain deſſous le cavalier, il faudroit prendre la baſe inferieure des terres de ce cavalier au niveau des arêtes du ſoûterrain, & faire enſuite le toiſé de la maniere que je l'ai dit, au produit dequoi on ajoûteroit la maſſe des terres renfermées dans les goutieres, c'eſt-à-dire entre les arêtes du ſoûterrain.

Toiſé des terres d'une traverſe.

Ces ſortes d'ouvrages n'étant que des parapets de terre avec leur banquette, qu'on met au travers d'un chemin coûvert pour en occuper la largeur, ou dans quelqu'autre endroit pour ſe couvrir contre un commandement, ſont faciles à toiſer, puiſqu'il n'y a qu'à multiplier leur profil marqué ici A B C D E G par la longueur H I priſe du milieu d'un des bouts au milieu de l'autre, remarquant d'avoir premierement ôté ce que contient l'épaiſſeur du gazonnage, ſurquoi l'on obſervera que ce toiſé n'eſt pas juſte dans la rigueur geometrique, parce que les bouts de la traverſe ont un peu de talus, mais cela n'eſt de nulle conſideration, tant à cauſe du peu de valeur des terres, que de l'erreur qui eſt preſque inſenſible.

Plan. 25. Fig. 6.

La meſure de l'une de ces pieces ſuffit pour toutes, car il n'y a qu'à multiplier ſa maſſe par la quantité de traverſes

qu'il y a dans un chemin couvert ou ailleurs, à moins qu'elles ne fuſſent inégales, parce qu'alors il les faudroit toiſer chacune ſéparément, & ajoûter enſuite tous leurs produits particuliers en un ſeul.

Toiſé de la Maçonnerie d'un revêtiſſement de ramparts.

Je ſuppoſe ici qu'il faille toiſer le revêtiſſement d'un demi-front de fortification réguliere, c'eſt-à-dire la maçonnerie qui ſoûtient les terres du rampart depuis le milieu de la courtine juſqu'à l'angle flanqué ou pointe du baſtion, afin qu'en doublant ce qui en pourra provenir, on ait le ſolide d'un gros mur du front entier, qui va d'un angle flanqué à l'autre.

il faut en premier lieu toiſer à part le ſolide de la fondation juſqu'à la premiere retraite, laquelle étant élevée à plomb, tant en dedans qu'en dehors, juſqu'à cette retraite, qu'on fait au rez de chauſſée du fonds du foſſé, eſt facile à meſurer, puiſqu'il n'y a qu'à multiplier ſon profil qui eſt ici le rectangle K L, par la ligne M N O P priſe au milieu de la fondation, c'eſt-à-dire dans un égal éloignement du contour extérieur & de l'interieur, car le produit ſera le ſolide de la fondation. *Plan.* 25. *Fig.* 7.

En ſecond lieu il s'agit de toiſer le ſolide du tour du rampart, ſans y comprendre le talus; ce qui ſe fait en multipliant le rectangle ou partie de profil Q M par la ligne R S T V priſe au milieu de la largeur ſuperieure de ce profil, le produit ſera ce que contient la partie du revêtiſſement compriſe entre l'interieur du rampart (contre lequel appuyent les terres) & la ligne X M tombant du deſſus du cordon à plomb ſur le haut de la fondation.

En troiſiéme lieu, on toiſera le ſolide du talus, en multi-

pliant la ſuperficie du triangle rectangle X M Y qui eſt le profil de ce talus, par le tiers des trois lignes Y 567. X 234. & M N O P jointes enſemble, c'eſt-à-dire celle qui fait le pourtour exterieur du revêtiſſement pris ſur la retraite, celle du pourtour ſuperieur au défaut du cordon, & celle qui eſt deſſous paralelle aux autres; après quoi ajoûtant le ſolide de la fondation avec celle du rampart, y compris le talus dont je viens de parler, on aura le ſolide du revêtiſſement entier, auquel on ajoûtera le contenu du mur du parapet & celui des contreforts, dont je vais donner le toiſé, après avoir dit que le cordon eſt toûjours compris dans le ſolide du rampart, & qu'ainſi il ne ſe toiſe pas ſéparément.

Toiſé du mur qui ſert à revêtir un parapet.

Cette partie de la maçonnerie d'une place eſt quelquefois meſurée à la toiſe quarrée ſéparément du gros mur; mais il faut que cela ſoit porté dans le marché, car autrement on le réduit à la toiſe cube comme le reſte, ce qui ſe pratique comme il ſuit.

Ce mur ſe conſtruiſant à plomb tant en dedans qu'en dehors, il ne faut que multiplier ſon profil, qui eſt le trapeze A B C D par la longueur E G H I de ce mur de parapet, priſe au milieu de ſa face ſuperieure; le produit eſt ce qu'on cherche.

Plan. 25. *Fig.* 8.

Mais ſi on étoit obligé de le meſurer à la toiſe quarrée, il faudroit multiplier la même longueur E G H I, par la hauteur K E priſe au milieu.

Toiſé des Contreforts.

Quand on a le ſolide d'un contrefort cela ſuffit, lorſqu'ils ſont tous de même hauteur, parce que ce ſolide étant multiplié par la quantité de contreforts qu'il y a derriere un gros mur, produit la maſſe de tous, en obſervant que ceux qui ſont aux angles en valent deux, parce qu'on les fait doubles dans ces endroits.

Ainſi ſuppoſons qu'il faille trouver le ſolide du contrefort A H, il n'y a qu'à multiplier ſa longueur B C priſe dans le milieu, par ſa largeur D E priſe auſſi dans ſon milieu, afin d'avoir la ſuperficie A G, laquelle étant multipliée par la haureur G H du contrefort, en donnera le ſolide. *Plan. 25. Fig. 9.*

Quand les contreforts ne ſont pas d'une égale hauteur par tout, à cauſe de l'inégalité du terrain, qui oblige de les faire plus ou moins élevez, ſuivant que le revêtiſſement l'exige, on toiſe tous ceux qui ſont d'une même élevation de la maniere que je le viens de dire, & tous ceux qui ont une autre élevation égale; de la façon qu'ils le doivent être, en ſuivant les principes précedens; après quoi on ajoûte tous ces produits particuliers en un ſeul, remarquant toûjours que les contreforts des angles ſont comptez pour deux, à cauſe qu'on les double.

S'il ſe trouvoit des contreforts qui euſſent du talus, bien que cela ne ſe doive pas ſans des raiſons particulieres, on les meſureroit en ſe ſervant des principes que j'ai établis pour le toiſé des ouvrages qui ont du talus.

Remarque.

Les ouvrages de groſſe maçonnerie avec du talus, ainſi

qu'en ont preſque tous ceux de la fortification, ſe doivent toiſer de la même maniere que le revêtiſſement du rampart, de ſorte que je ne donnerai point la meſure particuliere des revêtiſſemens de demylune, réduit, ouvrage à corne, ouvrage à couronne, tenaille dans le foſſé, contreſcarpe, gorge d'ouvrage détaché, puiſqu'il n'y aura qu'à ſuivre exactement ce que j'ai dit cy-devant, & dont je vais donner encore un exemple au toiſé de la maçonnerie d'un flanc à orillon, après avoir averti que la pierre de taille ou de boſſage, qu'on met aux ſoubaſſemens & aux angles d'une fortification, ne ſe toiſe point à part, à moins que le marché ne le porte préciſément.

Toiſé de la maçonnerie d'un flanc à orillon.

Je comprends dans ce toiſé non-ſeulement la maçonnerie qui ſoutient les terres de l'orillon ou épaulement, mais encore celle du contreflanc, & du flanc retiré; parce que ces trois parties compoſent effectivement ce que nous appellons un flanc à orillon.

Plan. 25. *Fig.* 10. Pour parvenir à ce toiſé, je meſure la ligne A B C D E du haut interieur du revêtiſſement; de même que celle du haut exterieur G H I K L priſe au défaut du cordon, ſoit par le moyen de ce que j'ai dit au ſecond cas du Problême 18. ſoit de la façon qu'on voudra, & ayant ajoûté la valeur de ces deux lignes en une j'en prends la moitié, que je multiplie par la largeur B H du haut de la muraille, ce qui m'en donne la ſuperficie ſuperieure, laquelle étant multipliée par la hauteur A N de la maçonnerie, il me viendra le ſolide du corps qui a pour profil le rectangle A N O G.

Cela étant fait, il s'agit de trouver le ſolide du talus dont le profil eſt ici le triangle rectangle G O P; ce qui s'exe-

cute

cute de la même maniere qu'au revêtiſſement du rampart dont j'ai parlé, c'eſt-à-dire qu'il faut ajoûter la ligne G H I K L, avec O T V X, qui lui eſt égale, & P Q R S en une quantité dont on prendra le tiers, avec lequel on multipliera le profil G O P : le produit ſera le ſolide du talus. Quant à ce qui concerne la fondation, les contreforts, & le mur du parapet du flanc à orillon, on les meſure comme les autres, & on ajoûte tous les produits de ces toiſés particuliers en une quantité.

Toiſé du gazon & du placage.

L'on revêtit l'interieur & l'exterieur des parapets avec du gazon ou avec du placage, de même que l'exterieur des ramparts & de divers autres ouvrages, qu'on n'a pas le temps ou les moyens de revêtir de maçonnerie. Le toiſé de ces ouvrages eſt facile, car à le bien prendre ce ne ſont que des rectangles, ou des trapezes, dont il faut avoir la ſuperficie; voici comme on s'y prend.

Suppoſons en premier lieu qu'il faille toiſer le gazon ou le placage dont on a revêtu un parapet dans ſon interieur; il n'y a qu'à multiplier ſa longueur A B C D priſe au milieu, c'eſt-à-dire à une égale diſtance du deſſus de la banquette & du bord ſuperieur du parapet; par la ligne E G tirée de ce bord ſuperieur du parapet juſqu'en bas à plomb ſur le bord de la banquette, car le produit de cette multiplication ſera la quantité de toiſes quarrées & parties de toiſes quarrées que cet interieur du parapet contient. *Plan.* 25. *Fig.* 11.

Si c'eſt le talus exterieur du parapet qu'on ſe propoſe de meſurer, l'on ſe ſervira de la même pratique, c'eſt-à-dire qu'on multipliera ſa longueur H I K L priſe à une égale diſtance du bord ſuperieur en dehors & de l'inferieur, *Plan.* 26. *Fig.* 1.

par une ligne telle que M N, tirée de l'un de ſes bords perpendiculairement ſur l'autre.

Enfin ſi on veut toiſer le gazon ou le placage qui ſert à revêtir l'exterieur d'un rampart, on multipliera ſon pourtour O P Q R pris au milieu par la ligne S T tirée du bord ſuperieur du rampart perpendiculairement à ſon bord inferieur ſur la berme, à moins que ce rampart & le parapet ne fuſſent ſur un même allignement, parce qu'alors on prendroit cette ligne de hauteur depuis le bord ſuperieur du parapet juſqu'au bord d'en bas du rampart, afin d'avoir en même temps le contenu du gazonnage ou talus exterieur du rampart & du parapet.

L'on obſervera les mêmes regles pour toiſer le revêtiſſement de gazon ou de placage des autres ouvrages qui ont du talus, comme par exemple des traverſes qu'on met dans le chemin couvert, des redoutes de terre, des cavaliers, des devant de barbette, &c.

Toiſé des paliſſades & des fraiſes.

Les paliſſades ſont d'ordinaires de 9. à 10. piés de long, dont il y en a 3. ou 4. piés d'enfoncés en terre; leur groſſeur priſe au *liteau*, qui eſt une eſpece de traverſe de 2. à 4. pouces de gros, ſervant à les entretenir les unes avec les autres, eſt depuis 18. juſqu'à 22. pouces de pourtour; on les eſpace à deux pouces de diſtance l'une de l'autre; le liteau doit être taillé en chanlatte; les paliſſades & les fraiſes ſe meſurant à la toiſe courante, il n'y a ſimplement qu'à appliquer la toiſe le long du pié des paliſſades ſur le rez de chauſſée & des fraiſes au défaut du rampart & du parapet, autant de fois & partie de fois qu'elle pourra y être appliquée, afin d'en avoir le contenu, ce qui eſt

ſi évident, que je croirois faire injure au Lecteur le moins pénétrant, ſi je lui propoſois un exemple ſur pareil ſujet.

Toiſé d'un corps de Cazerne.

Il y a ordinairement dans un corps de cazerne, ainſi que dans pluſieurs autres bâtimens, de trois ſortes de murs, qui ſont les murs de *face*, les murs de *refend*, & les murs de *cloiſon*.

On donne le nom de murs de face à ceux qui renferment tout le bâtiment; & celui de murs de refend à ceux qui ſéparent les eſcaliers d'avec les appartemens ou quelquefois les appartemens les uns d'avec les autres; enfin les murs compoſés de charpente & de maçonnerie s'appellent murs de cloiſon; l'uſage de ces derniers eſt de ſéparer les appartemens les uns d'avec les autres, remarquant pourtant qu'il n'y a pas toujours des murs de cloiſon dans un bâtiment.

Ces differentes ſortes de murs ſe meſurent à la toiſe quarrée, ſans avoir égard à leur épaiſſeur, tant dans la fondation qu'au deſſus du rez de chauſſée; parce qu'il eſt d'ordinaire porté dans le devis ou dans le marché, qu'ils auront tant d'épaiſſeur en fondation, tant à la retraite du rez de chauſſée, & enfin tant au deſſus de l'entablement.

On les toiſe auſſi les uns & les autres comme pleins, c'eſt-à-dire ſans en ſouſtraire la maçonnerie que devroit occuper le vuide des portes & des fenêtres, à moins qu'il ne ſoit porté par le marché de le toiſer autrement: car pour lors ayant meſuré le tout comme plein, on ôte du produit ce à quoi pourroit monter la maçonnerie de ces ouvertures qu'on toiſe à part. Or la raiſon pour laquelle on ne déduit très-ſouvent point les *bayes* ou vuides des

portes & des fenêtres vient de ce que les *Chambranles*, c'eſt-à-dire les chaſſis de ces ouvertures étant de pierre de taille ou de bois maçonné par deſſus, encheriſſent l'ouvrage.

Tout ce que j'ai dit juſqu'ici touchant les murs étant ſuppoſé, ſi on nous propoſe de trouver le contenu de la maçonnerie d'un corps de cazerne tel que le marqué *Plan. 26. Fig. 2. & 3.* E F G H, qui en repréſente le plan A B D, le profil, on multiplie en premier lieu la longueur G H de l'un de ſes murs de face I H, par la hauteur B C priſe au profil depuis le madrier qui eſt ſous la fondation, juſqu'au deſſus de l'entablement, & l'on en double le produit, afin d'avoir auſſi le mur de face F K, qui eſt égal à ſon oppoſé. Cela étant fait on multiplie la longueur K L par la même hauteur B C, afin d'avoir la valeur du mur K M, d'un des bouts & l'on en double le produit pour avoir auſſi ſon égal & oppoſé N I; de ſorte qu'ajoûtant ces quantitez particulieres en une ſeule, on aura ce que contiennent les quatre principaux murs; ou bien ce qui eſt la même choſe, ajoûtez le pourtour exterieur E F G H du corps de cazerne avec l'interieur I N K M, prenez la moitié de leur produit, que vous multiplierez par la même hauteur B C; & il vous viendra la même quantité que cy-devant.

Je ſçai que la fondation des murs de face ſe réduit quelquefois à la toiſe cube. Mais cela ne ſe fait que quand le marché le porte préciſément. On remarquera une fois pour toutes, qu'au toiſé des bâtimens qu'on fait dans les fortereſſes, on ne donne rien pour les corniches, ni les plinthes, ni les autres moulures qui ſe font aux murs; mais on paye à part à l'Entrepreneur les bornes qu'on met au bas des piedroits des portes, ou aux angles d'un bâtiment.

Lorſque les murs d'un même bâtiment ſont de differente hauteur, ce qui arrive quand le terrain n'eſt pas également bon, & qu'on eſt obligé de fonder plus bas en certains endroits qu'en d'autres, on cherche une hauteur commune à ces differentes hauteurs.

Remarque.

J'ai veu des perſonnes qui ne faiſoient que multiplier le pourtour exterieur d'un corps de cazerne, par ſa hauteur priſe comme je l'ai dit, mais la pratique en eſt mauvaiſe, car par ce moyen on donne trop à l'Entrepreneur à cauſe qu'on toiſe huit fois la partie M H ; au lieu que de la maniere que je l'ai expliqué, on ne la meſure que quatre fois, qui eſt juſtement ce qu'il faut.

Ceux qui ne multiplient que le contour interieur I N K M par la hauteur B C, donnent moins qu'il ne faut à l'Entrepreneur.

Les murs de refend, tels que le marqué Q R, ſe toiſent de la même maniere que ceux de face, c'eſt-à-dire en multipliant leur longueur par leur hauteur, qui doit être égale à celle des murs de face, ſi ce n'eſt d'environ trois ou quatre piés, parce que les murs de refend finiſſent ſous le plancher le plus élevé, & que les murs de face s'élevent davantage pour porter la charpente du comble.

Je ſcai que, ſuivant les us & coutumes de Paris, les murs de refend, ceux de cloiſon, & pluſieurs autres ouvrages de maçonnerie, ſont meſurez de façon qu'il en faut une certaine quantité de toiſes, pour compoſer une toiſe de mur de face ; mais dans les bâtimens que le Roi fait conſtruire dans les fortereſſes, on toiſe chaque eſpece de mur ſéparément, parce que les prix en ſont differents.

Les murs de cloiſon ſe toiſent auſſi en multipliant leur longueur par leur hauteur, qui eſt d'ordinaire celle d'entre deux planchers, & cela ſans avoir égard à la charpente qui y eſt compriſe que l'on toiſe encore à part au Charpentier ou à l'Entrepreneur qui la fournit.

Toiſé des eſcaliers.

Comme j'ai enſeigné dans le Livre précedent la maniere dont on devoit toiſer les eſcaliers de charpente, il me reſte à dire de quelle façon on toiſe ceux qui ſont de pierre de taille ou d'autre maçonnerie, dont pourtant on voit peu d'exemples dans les bâtimens de cazernes, à cauſe non-ſeulement du trop de dépenſe, mais parce que cela charge exceſſivement les murs de refend ou d'échiffre qui les portent. La maniere de les toiſer eſt celle-ci : menez un cordeau par le milieu ſuperieur des marches & des pailliers depuis le haut de l'eſcalier juſqu'en bas, en obſervant que ce cordeau contourne bien le deſſus & le devant de chaque marche, ce ſera la longueur de cet eſcalier que vous multiplierez par la longueur particuliere d'une marche en cas qu'elles ſoient toutes égales, le produit de cette multiplication ſera le contenu de l'eſcalier; mais ſi les marches ſont inégales, cherchez une longueur qui leur puiſſe être commune, ſoit en ajoûtant toutes celles d'une rampe que vous diviſerez par la quantité de marches qu'il ya dans cete rampe, ſoit en prenant la longueur de la marche du milieu, ſoit enfin autrement.

Toiſé de la maçonnerie des planchers.

La plûpart des planchers des cazernes & des autres bâ-

timens qu'on fait dans les places frontieres, ſont de maçonnerie, à petites voutes ſur poutrelles de cinq pans. On toiſe ces ouvrages comme les murs de cloiſon ou de clôture, ou de refend, c'eſt-à-dire à la toiſe quarrée, non compris la charpente des poutrelles, qu'on meſure à part de la maniere que je l'ai enſeigné au Livre précedent. Or comme le meſurage de ces planchers n'eſt regardé que comme des ſuperficies, je crois avoir traité cette matiere aſſez à fonds dans le cinquiéme Livre.

L'on remarquera ſeulement que le carrelage ou le boiſage ſe toiſe encore à part, mais que le *foyer* ne ſe ſepare point du carrelage.

Toiſé d'une cheminée.

Lorſqu'une cheminée eſt ſimple, c'eſt-à-dire qu'elle n'a qu'un *tuyau*, on toiſe ce tuyau en multipliant ſa hauteur priſe depuis ſon ſommet juſqu'au deſſous du plancher où finit le *manteau* ou la *hotte*, par le pourtour de ce même tuyau pris quarrément, & duquel on a rabattu l'épaiſſeur de quatre *languettes*, remarquant qu'on n'ajoûte rien pour les ornemens qu'on fait au haut deſdites cheminées, au contraire des us & coûtumes de Paris.

Mais quand une cheminée eſt compoſée de pluſieurs tuyaux, on l'appelle *ſouche*; & on la toiſe de même façon que la précedente, en ajoûtant les languettes qui ſéparent les tuyaux au pourtour de la ſouche, de laquelle on a premierement ôté l'épaiſſeur de quatre languettes. L'on pratique la même choſe à chaque étage, en rabattant la valeur d'un tuyau que l'étage ſuperieur a par deſſus l'inferieur.

Le manteau d'une cheminée, y compris les *jambages*, ſe toiſe en multipliant ſa hauteur priſe entre les deux plan-

chers, par ſon pourtour pris au milieu, du produit de quoi on rabat la baye ou gorge de la cheminée.

Si le manteau de la cheminée eſt fait en hotte, on le toiſera en ajoûtant ſon contour pris ſous le plancher ſuperieur, avec celui de la piece de bois qui ſoûtient la hotte, dont on prendra la moitié, qu'on multipliera par la hauteur de cette hotte priſe ſuivant ſon talus, au produit de quoi on ajoûtera le chambranle de la cheminée, remarquant qu'il ne faut point toiſer les moulures qui ſe font ſur les cheminées de cazernes, car lorſqu'on en fait faire de propres dans les appartemens des officiers de l'état-Major, ou en quelqu'autre endroit, l'on fait marché à la piece ſoit avec l'Entrepreneur, ſoit avec les Maçons.

Toiſé du Lambris.

Le lambris dont on ſe ſert aux bâtimens des places, ne conſiſte qu'en des planches de bois de ſapin rabottées d'un côté, & dont les joints ſont recouverts avec des liteaux auſſi pouſſez au rabot. Or comme ces ouvrages ſe meſurent à la toiſe quarrée, & qu'ainſi ils ne ſont conſiderés que ſur le pié de ſuperficie, on n'a qu'à voir le cinquiéme Livre, dans lequel j'ai expliqué cette ſorte de meſurage d'une maniere à laquelle il n'y a rien à ajoûter.

Le pavé, les planchers de bois, le recrépiſſage, & pluſieurs autres ouvrages ſe meſurent de la même façon.

Toiſé des couvertures.

L'on voit fort peu de bâtimens de ceux que l'on conſtruit dans les places frontieres pour le ſervice du Roi, qui ſoient couverts d'autre matiere que de tuiles; mais quand ils

ils le feroient d'ardoiſe ou d'autre choſe, cela ne feroit rien au ſujet que je traite ici, puiſque je n'entre pas dans le détail du prix des differens ouvrages, qui change non-ſeulement ſelon la diverſité de la matiere, mais encore ſuivant le temps qu'on fait travailler & les lieux où l'on travaille.

Toutes les couvertures ſe meſurant à la toiſe quarrée, on n'a qu'à obſerver que les toits ſont à pan ſimple, avec des pignons aux bouts, ou en croupe, c'eſt-à-dire coupez à ces mêmes bouts, ou enfin à la manſarde. Or dans tous ces cas les parties d'une couverture ſont ou des quarrés longs, ou des triangles, ou des trapezes, & ſouvent compoſées de toutes ces ſortes de figures enſemble, ainſi comme j'ai donné dans le cinquiéme Livre la meſure exacte de toutes ſortes de ſuperficies, on y aura recours pour le toiſé des toits, remarquant qu'on ne ſouſtrait point le vuide des lucarnes, parce que leur couverture l'équivaut; on n'ôte pas non plus le vuide du paſſage des tuyaux de cheminée.

Toiſé des murs de clôtures.

Ces ſortes de murs ſont d'ordinaire deſtinés pour entourer les magazins à poudre, les arcenaux, les jardins des Officiers de l'état-Major, de même qu'à fermer les gorges des ouvrages détachés du corps de la place. On les toiſe en multipliant leur longueur moyenne A B C D, c'eſt-à-dire priſe au milieu de l'épaiſſeur, par leur hauteur E G, priſe depuis le bord d'en bas de la fondation juſqu'au ſommet du chaperon, remarquant que les murs de clôture qui ſervent à fermer l'entrée des ouvrages détachés, étant élevés au deſſus du cordon des gros murs, ne doivent pas être confondus avec ces gros murs, parce que les derniers ſe réduiſent à la toiſe cube, & les autres à la toiſe quarrée. *Plan. 26. Fig. 4.*

Pour ce qui concerne les canonieres ou petites embraſures qu'on pratique dans ces murs pour ſe défendre contre les ſurpriſes, on n'ôte rien pour cela.

Toiſé des puits.

Plan. 26. *Fig.* 5. 6. & 7. Les murs des puits, ſoit circulaires, ou ovales, ou polygones, ſe toiſent en ajoûtant leur circonference interieure H I K L M & leur exterieure N O P R S en une quantité, de laquelle on prend la moitié, qu'on multiplie par la hauteur de ce mur, priſe depuis le deſſus du *roüet* de charpente, qu'on met ſous la fondation, juſqu'au bord d'en haut de la *mardelle*, c'eſt-à-dire de la pierre de taille ou autre maçonnerie qui couvre le haut du mur du puits, remarquant que la pierre de taille qu'on met dans la fondation ſur le roüet non plus que celle de la mardelle ne ſe toiſe point ſéparément, à moins qu'il ne ſoit porté par le marché de le faire.

Des portes & des guérites.

Ces ſortes d'ouvrages, non plus que les trophées d'armes qu'on met ſur les frontons, ni les armoiries qu'on place au deſſous des guérites ſur l'arête d'un angle flanqué, ne ſe toiſent point, on les donne à prix fait ſuivant les deſſeins, que le Directeur ou l'Ingenieur approuvent, de ſorte que les eſpaces que les portes occupent, doivent être déduits à l'Entrepreneur ſur le toiſé de tout le revêtiſſement.

Remarque.

Les batardeaux de charpente, les ponts dormans, les ponts-

levis avec leurs bacules, les barieres, tant de l'entrée des portes que des chemins couverts, les herſes ou les orgues, & enfin tous les autres ouvrages de bois travaillé, ſe réduiſent au cent de ſolives, on obſervera pour les toiſer, le même ordre que j'ai gardé au toiſé de la charpente d'un pont dans la page 217.

Toiſé des voutes.

On trouve rarement des voutes à tiers-point dans la maçonnerie des ouvrages d'une fortification, excepté aux magazins à poudre; elles ſont au contraire preſque toûjours à plein ceintre, ou ſurbaiſſées.

Les voutes à plein ceintre ont pour arc un demi-cercle, c'eſt-à-dire que la fleche eſt égale à la moitié de la corde, & les voutes ſurbaiſſées qu'on appelle voutes à anſes de paniers, ſont celles dont la fleche eſt moins longue que la moitié de la corde. Or pour toiſer une voute, ſoit à plein ceintre ou ſurbaiſſée, on multiplie la valeur de ſon arc A C B par la longueur D E de cette voute, c'eſt-à-dire par la diſtance qu'il y a depuis l'entrée juſqu'au fonds priſe de milieu en milieu, au produit de quoi on ajoûte le tiers de la multiplication pour les *reins* de la voute, qui eſt cette partie de la maçonnerie portant ſur les piedroits ou *impoſtes*, ce qui ſuppoſe que la voute ſe meſure à la toiſe quarrée; car lorſqu'on la veut meſurer à la toiſe cube on s'y prend d'une autre façon, ainſi que je le dirai en ſon lieu. *Plan.* 26. *Fig.* 8.

La valeur de l'arc d'une voute, ſoit à plein ceintre ou ſurbaiſſée ſe trouve de la maniere que je l'ai enſeigné au ſecond cas du Problême 18. ou au ſecond cas du Problême 79. par où l'on voit qu'il eſt très-aiſé de toiſer une voute, quoique pourtant pluſieurs perſonnes s'imaginent

qu'il y a de grandes difficultez, ce qui ne peut provenir que du peu de connoiſſance qu'ils ont des principes du meſurage.

Si la voute alloit en biaiſant; c'eſt-à-dire qu'elle ne fût pas perpendiculaire ſur la face, mais pourtant entre deux murs paralelles entr'eux, ainſi que l'eſt la marquée F G, l'on auroit la corde de l'arc de cette voute, en tirant une *Plan. 26. Fig. 10.* ligne H I perpendiculaire aux deux murs; & c'eſt par le moyen de cette ligne ou corde qu'on trouveroit la valeur de l'arc du ceintre, avec lequel on multiplieroit la longueur K L priſe au milieu.

Que ſi une voute n'étoit pas d'égale largeur dans toute ſon étenduë, mais qu'elle allât en diminuant vers l'un de *Plan. 26. Fig. 9.* ſes bouts, ainſi que celle qui eſt marquée M N, on ajoûteroit les circonferences des arcs de ces deux bouts en une quantité, par laquelle on multiplieroit la moitié de la longueur O P de la voute priſe dans le milieu; ou bien la moitié des deux arcs joints enſemble, par toute la longueur.

Si la voute étoit non ſeulement plus étroite à l'un de ſes bouts qu'à l'autre, mais q'uil arrivât que les murs des côtez ne fuſſent pas égaux, ainſi qu'on voit à l'exemple *Plan. 26. Fig. 11.* Q R, il faudroit prendre la diſtance S T, qu'il y a d'un milieu de mur à l'autre afin de trouver la corde de l'arc du ceintre de cette voute; enſuite de quoi on multiplieroit cet arc par la longueur V X de la voute priſe de milieu en milieu.

La meſure des voutes à tiers point, n'eſt pas plus difficile que la meſure de celles que je viens d'expliquer; car *Plan. 26. Fig. 12.* il ne faut que chercher la valeur des deux arcs 2 3 4. & 4 5 6. de la maniere que je l'ai enſeigné au ſecond cas du Problême 18. ou au ſecond cas du Problême 79. & joindre la valeur de ces deux arcs en une quantité, qu'on mul-

tiplie par la longueur de la voute priſe de milieu en milieu.

Enfin quand on veut réduire la maçonnerie des voutes à la toiſe cube, comme cela ſe pratique preſque toujours à celles qui ſe font dans la fortification, on n'y trouve pas plus de difficulté qu'aux autres, puiſqu'on les toiſe comme pleines, du produit de quoi on ôte le vuide; ainſi par exemple voulant ſçavoir quel eſt le contenu en toiſes cubes de la voute à tiers point 8. 10. je multiplie la ſuperficie de ſa face entiere 7. 8. 9. 10. par ſa longueur entiere, après quoi je cherche le ſolide du vuide, en multipliant le profil 2. 3. 4. 5. 6. de ce vuide par la même longueur entiere, & j'ôte ce dernier produit de l'autre, le reſtant eſt le ſolide cherché. Comme toute la difficulté de cette operation conſiſte à trouver la ſuperficie de la portion de ce profil, on aura recours à ce que j'en ai dit dans l'un des cas du 80. Problême, principalement au 4e. comme le plus facile. *Plan. 26. Fig. 12.*

Je ne dis rien des autres eſpeces de voute, parce qu'elles ſont rarement en uſage dans la fortification, outre que ce que j'ai expliqué dans les précedentes eſt plus que ſuffiſant pour venir à la connoiſſance des autres.

Toiſé d'un magaſin à poudre.

L'on commence ce toiſé par les murs de fondation, c'eſt-à-dire par la maçonnerie compriſe entre les madriers qu'on met deſſous cette fondation, & la retraite du rez de chauſſée, ce qui s'execute de la maniere ſuivante.

Trouvez la ſuperficie d'un des murs de côté tel que GL, laquelle eſt ici de 15. toiſes 0. pié 8. pouces, doublez-la pour avoir auſſi celle de l'autre mur de côté MQ, *Plan. 27. Fig. 1. & 2.*

ce ſera 30. toiſes 1. pié 4. pouces pour les deux : ajoutez à ce produit la ſuperficie des murs du fond & de la face I P & H N, laquelle étant ici pour chacun 2. toiſes 4. piés, fera pour les deux 5. toiſes 2. piés : toutes ces ſuperficies étant jointes enſemble font 35. toiſes 3. piés 4. pouces, leſquelles étant multipliées par la profondeur A B de la fondation, qui a dans cet exemple une toiſe, produit un tout de 35. toiſes 3. piés 4. pouces pour le ſolide entier des quatre murs de fondation.

En ſecond lieu multipliez la même ſuperficie des murs (de laquelle vous ôterez auparavant la ſaillie des retraites exterieure & interieure qu'on laiſſe ſur le rez de chauſſée) par la hauteur D R du mur priſe depuis le deſſus de la retraite juſqu'à la naiſſance de la voute, laquelle doit être de niveau avec le deſſus de l'entablement. Ce ſecond toiſé ſe doit faire ſans avoir égard à la ſaillie de la corniche pour laquelle on ne compte d'ordinaire rien, & l'on défalque le vuide de la porte à moins qu'il ne ſoit porté autrement par le marché.

En troiſiéme lieu, toiſez les murs des pignons de la face & du fond ; ce qui ſe fait en multipliant la ligne S T par la ligne V X, afin d'avoir la ſuperficie des deux murs de pignon tout d'un coup ; & remultipliez cette ſuperficie par leur épaiſſeur, qui eſt la même que celle du mur de face de laquelle on aura ſouſtrait la ſaillie des retraites ; il vous viendra le ſolide de ces murs de pignon duquel vous ôterez le contenu du vuide des deux fenêtres ; à moins qu'il ne ſoit porté autrement dans le marché.

Plan. 27. *Fig.* 3.

La maçonnerie de la couverture compriſe entre les deux murs des pignons ſe toiſe en multipliant le trapeze R Y Z 2, duquel on ôtera auparavant ce que contient la portion de cercle R 5 2, par la longueur interieure K O du magaſin à

Plan. 27. *Fig.* 1. & 2.

poudre; car doublant ce produit on aura toute la couverture. Or la ſuperficie de la portion de cercle R 52 ſe trouve de la maniere que je l'ai enſeigné à l'un des cas du 80. Problême.

Pour ce qui eſt des contreforts, comme ils ont dans cet exemple 4. piés de ſaillie ſur 6. de large, & 13. piés 6. pouces de hauteur 6. 7. priſe au milieu, c'eſt pour la ſolidité de chacun une toiſe & demie, & pour les huit qui ſont à ce magaſin il y a douze toiſes cubes, de ſorte qu'ajoûtant les toiſés particuliers de la fondation des murs, des côtez & des bouts, de même que des murs des pignons, de la couverture voutée, & des contreforts, on aura le ſolide de toute la maçonnerie du magaſin à poudre.

Autrement.

Ayant trouvé le ſolide de la fondation, de la maniere que je l'ai dit au commencement de l'article précedent; je voudrois chercher le ſolide du magaſin entier comme s'il étoit plein, ce qui ſe fait en multipliant la ſuperficie pentagonale XS89T de l'un de ſes bouts priſe en dehors ſur le mur de face, par la longueur entiere HL de ce magaſin (de laquelle on ſouſtrairoit ſeulement la ſaillie de la retraite des deux bouts) & de ce tout j'en ôterois le vuide renfermé entre les murs du magaſin, lequel vuide ſe trouve en multipliant la ſuperficie 2.RDE 3. de ſon profil par ſa longueur interieure OK, après quoi j'ajoûterois à ce dernier produit le ſolide des contreforts, qu'on toiſera comme je l'ai dit. Enfin j'en ſouſtrairois le vuide de la porte & des fenêtres, à moins qu'il ne fût ſpecifié autrement dans le marché.

La charpente qu'on employe à la couverture, au plan-

cher & aux chantiers pour porter les barils de poudre, ſe toiſe de la maniere que je l'ai dit au Livre précedent, ce qui fait qu'on y pourra avoir recours.

Toiſé d'un ſouterrain.

Si on a bien compris ce que je viens de dire au toiſé d'un magazin à poudre, il ſera aiſé de meſurer un ſoûterrain, puiſqu'il faut obſerver le même ordre. Je donne pour exemple le toiſé d'un des ſoûterrains qui ſont dans la Citadelle de Straſbourg, qu'on peut aſſurer être les plus beaux qui ſoient dans l'Europe, ayant 35. toiſes de long dans œuvre, & chacun trois ſales de 4. toiſes de large, & au-deſſus de leurs voutes de bons cavaliers qui les mettent hors de la crainte des bombes, de quelle groſſeur qu'elles puiſſent être.

Plan. 27. *Fig.* 4. & 5.

Après avoir trouvé le ſolide des murs de fondation, ce qui ſe fait en ajoûtant leurs ſuperficies ſuperieures A B. B E. D C. C F. G H. I K. en une quantité, qu'on multiplie par la hauteur L M de cette fondation. Il faut chercher le ſolide du reſte de la maçonnerie du ſoûterrain, ce qui ſe fait en multipliant la ſuperficie entiere N O P Q R S T V X du profil par la longueur F B de laquelle on ſouſtraiſoit auparavant la retraite du dehors du mur, & de ce tout en ôter le vuide de trois ſales, qu'on trouve en multipliant la ſuperficie du profil de l'une d'elles marqué ici Y Z 23. par la longueur F 4. priſe dans œuvre, & dont on triple le produit.

Pour ce qui eſt du mur de face dont la baſe eſt A 5, de laquelle on auroit ôté la retraite, on le toiſe de la façon que je l'ai expliqué dans la page 224. à cauſe qu'il a du talus.

Enfin

Enfin on toiſe le ſolide des contreforts, qu'on ajoûte au tout, duquel on ſouſtrait le vuide des portes.

Toiſé d'une redoute.

Les redoutes ſont ou de terre ou de maçonnerie : leur figure eſt ordinairement quarrée avec des angles recoupez afin qu'elles ſe ſoûtiennent mieux ; j'ai dit qu'elles ſont ordinairement quarrées, parce qu'il y en a de diverſes autres figures, comme on le verra dans ma fortification.

Lorſqu'une redoute eſt de terre, on ne toiſe ni le parapet, ni la banquette, ni le rampart, ni enfin le glacis, à moins que ce ne ſoit pour la razer ; car les terres de toutes ces parties ſe tirant du foſſé qui enveloppe cette redoute, il n'y a qu'à le meſurer de la maniere que je l'ai enſeigné au toiſé des ouvrages qui ont du talus.

Si la redoute eſt de maçonnerie, on la meſure à la toiſe cube, à moins que le marché ne le porte autrement ; ce qui s'execute en multipliant en premier lieu le profil de la fondation, c'eſt-à-dire le rectangle A B par la ligne C D E G priſe au milieu de cette fondation, car le produit en donne le ſolide. *Plan. 27. Fig. 6. & 7.*

En ſecond lieu on toiſe la partie du mur compriſe entre le deſſus de la retraite de fondation & celle qu'on laiſſe au rez de chauſſée, ce qui ſe fait en multipliant la ſuperficie du rectangle H I par la ligne priſe au milieu de la face ſuperieure de ce rectangle, à quoi on ajoûtera le ſolide de ſon talus, duquel le triangle H A K eſt le profil, & qu'on trouve de la maniere que je l'ai dit dans la 224e. page.

En troiſiéme lieu il faut toiſer la partie du mur compriſe entre la retraite du rez de chauſſée & le haut, ſur

lequel porte la ſabliere, ce qui ſe fait en multipliant la ſuperficie du rectangle L M par la ligne priſe au milieu de la face ſuperieure du mur, au produit de quoi on ajoûte le ſolide de ſon talus dont le triangle rectangle L H N eſt le profil, qu'on trouve auſſi de la maniere que je l'ai enſeigné dans la 224e. page : de ſorte que faiſant une addition de tous ces toiſés particuliers, on aura le ſolide en toiſes cubes que contient le gros mur de cette redoute ; car pour la maçonnerie du petit mur, celle des planchers, de la cheminée, & même de la voute, ſi on y en fait ; comme ces ſortes d'ouvrages ſe meſurent à la toiſe quarrée, on peut avoir recours à ce que j'ai dit dans la maniere de les meſurer ; l'on doit auſſi obſerver que le toiſé de la charpente étant expliqué à fonds dans le livre précedent, on y doit avoir auſſi recours pour celle de cet ouvrage, & à la page 254. pour la couverture.

Toiſé d'une écluſe.

Sous le nom d'écluſe j'entends un gros ouvrage de maçonnerie qu'on fait au travers d'une riviere ou d'un foſſé pour arrêter ou lâcher les eaux ſuivant le beſoin.

Outre la grille, les portes, les *vannes*, les *radiers*, les planchers de madriers, & les autres ouvrages de bois dont le toiſé ſe fait ſuivant les principes établis dans le Livre précedent, il y a la maçonnerie à meſurer, & c'eſt ce que je me propoſe dans cet Article.

Toute la maçonnerie d'une écluſe conſiſte en celle dont on remplit les chambres de la grille & du radier, aux *piles* & aux *embranchemens*.

La maçonnerie qu'on met dans les chambres de la grille, de même que celle des intervales du radier ſe réduiſant

à la toiſe quarrée, ne doit être conſiderée que comme ſuperficie, ainſi on aura recours au cinquiéme Livre, & cela ſans avoir égard à la charpente, laquelle ſe toiſe encore à part.

Mais la maçonnerie des piles de même que celle des embranchemens ſe meſurant à la toiſe cube, il faut un peu deſcendre dans le détail de ce toiſé, pour ne rien laiſſer qui puiſſe faire de la peine.

Suppoſons donc en premier lieu que toutes les piles qui compoſent une écluſe ſoient égales, comme la plûpart le ſont en effet. Si on en meſure une on aura la valeur de toutes, en multipliant ſon ſolide par la quantité de pile qu'il y a au compoſé de toute l'écluſe : or une pile ſe toiſe comme il ſuit ; multipliez ſon profil tel que le marqué ABCDEFG, ou bien HBCDEFG par ſa longueur telle que DI ; le produit de cette multiplication ſera le ſolide de la pile, à quoi vous ajoûterez celui des *avantbecs* dont l'un marqué OKLM ſe trouve en multipliant le triangle KLM, qui lui ſert de baſe, par la hauteur KN priſe depuis ſa fondation juſqu'à la naiſſance de ſa *cappe* ou *chappe* (car ces deux termes ſont bons) après cela vous meſurerez la cappe ONPQ en multipliant ſa baſe NPQ égale au triangle KLM par le tiers de ſa hauteur OR, de ſorte qu'ajoûtant les deux avantbecs avec la pile, on aura le ſolide propoſé ; que ſi on multiplie ce ſolide par la quantité de piles qu'il y a à une écluſe, on en aura la maçonnerie totale. *Plan.* 27. *Fig.* 8.

Mais ſi les piles n'étoient pas toutes égales, on les toiſeroit chacune ſéparément de la maniere que je viens de dire, & on ajoûteroit leurs produits en un.

Comme la cappe n'a pas toûjours le profil d'un de ſes bouts ſur un même plan que le bout de la pile ; mais qu'au

contraire il eſt recoupé en talus, ſoit que cette cappe ait un angle comme à la figure 9. ou arrondie comme à la Figure 10. le meſurage n'en eſt pas plus malaiſé, puiſque dans le premier cas, la cappe n'eſt qu'un priſme recoupé par les deux bouts, & dans le ſecond cas elle eſt une eſpece de voute recoupée auſſi par les deux bouts.

Enfin l'embranchement ſe toiſe en multipliant le profil marqué STVXY par ſa longueur VZ. Il n'importe pas que ſa cappe ſoit en angle ou arrondie, puiſque toute la difficulté de cette propoſition conſiſte à trouver juſte le profil de l'embranchement. S'il y a une *dame* deſſus la cappe, on la toiſera ſéparément comme pleine, du produit de laquelle on ſouſtraira la partie de la cappe qui eſt compriſe dedans.

Fig. 11.

FIN.

Avis au Relieur pour placer les Planches.

LA 1, 2 & 3. ſe mettent entre la 14 & 15e. page.
4, 5, 6, 7, 8, 9 entre la 62 & 63.
10, 11, 12 entre la 102 & 103.
13, 14 entre la 120 & 121.
15 entre la 132 & 133.
16, 17, 18 entre la 166 & 167.
19, 20 entre la 184. & 185.
21, 22, 23 entre la 218. & 219.
24, 25, 26, 27 à la fin de l'Ouvrage, page 260.

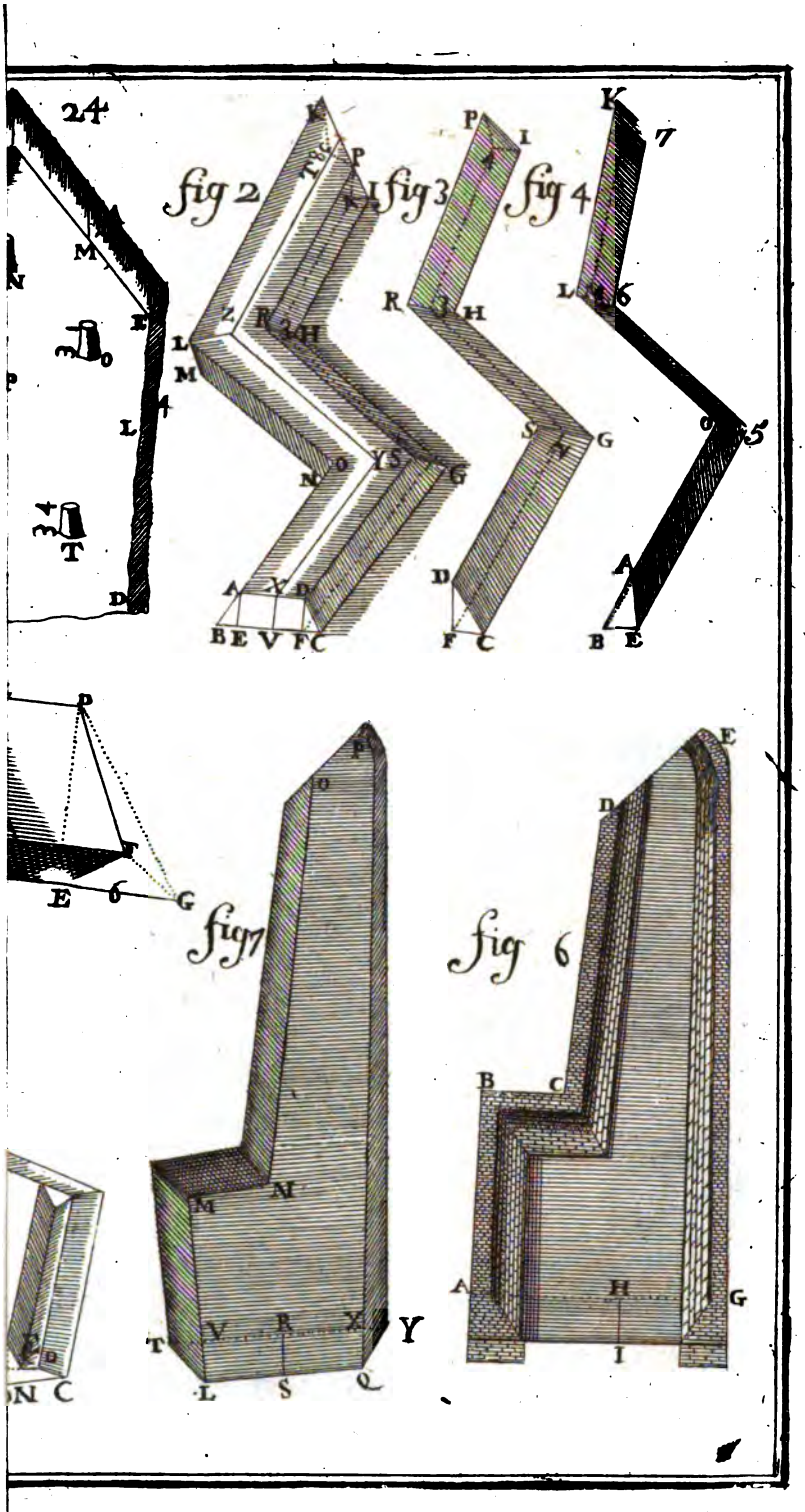

24
fig 2
fig 3
fig 4
fig 7
fig 6

fig 4

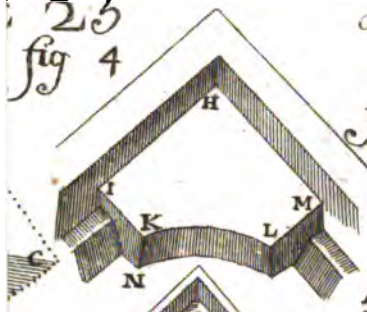


fig 8

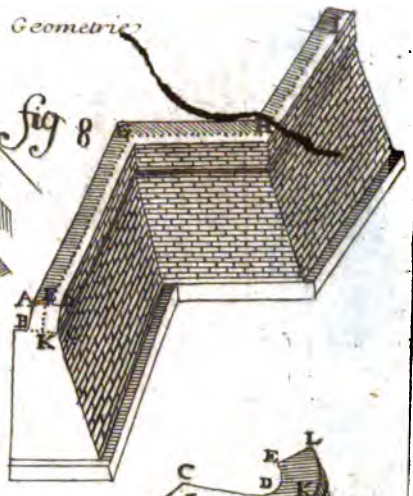
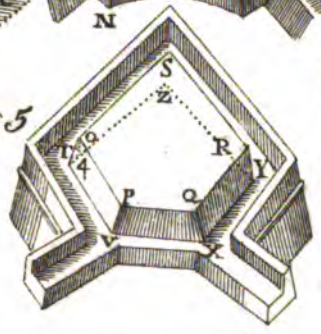


fig 5



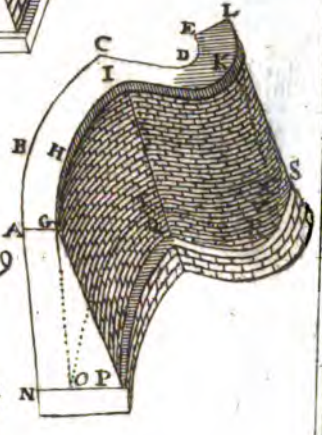


fig 6

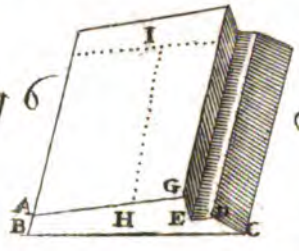


fig 9

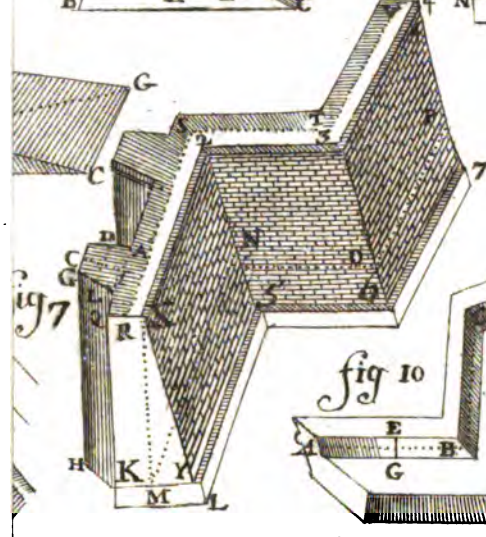
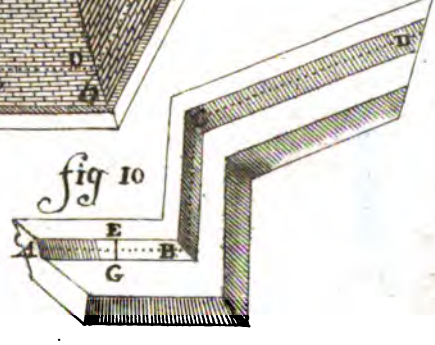
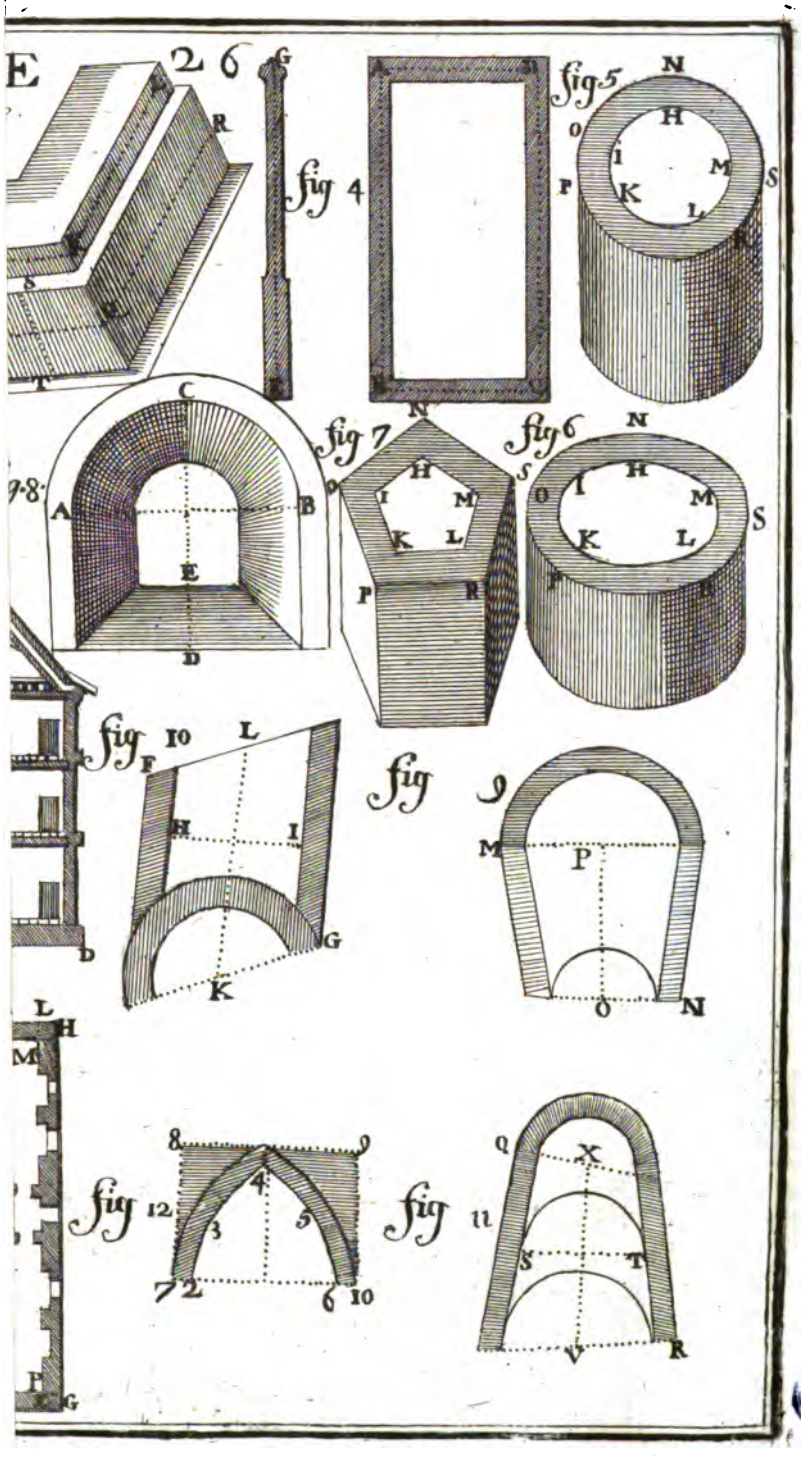
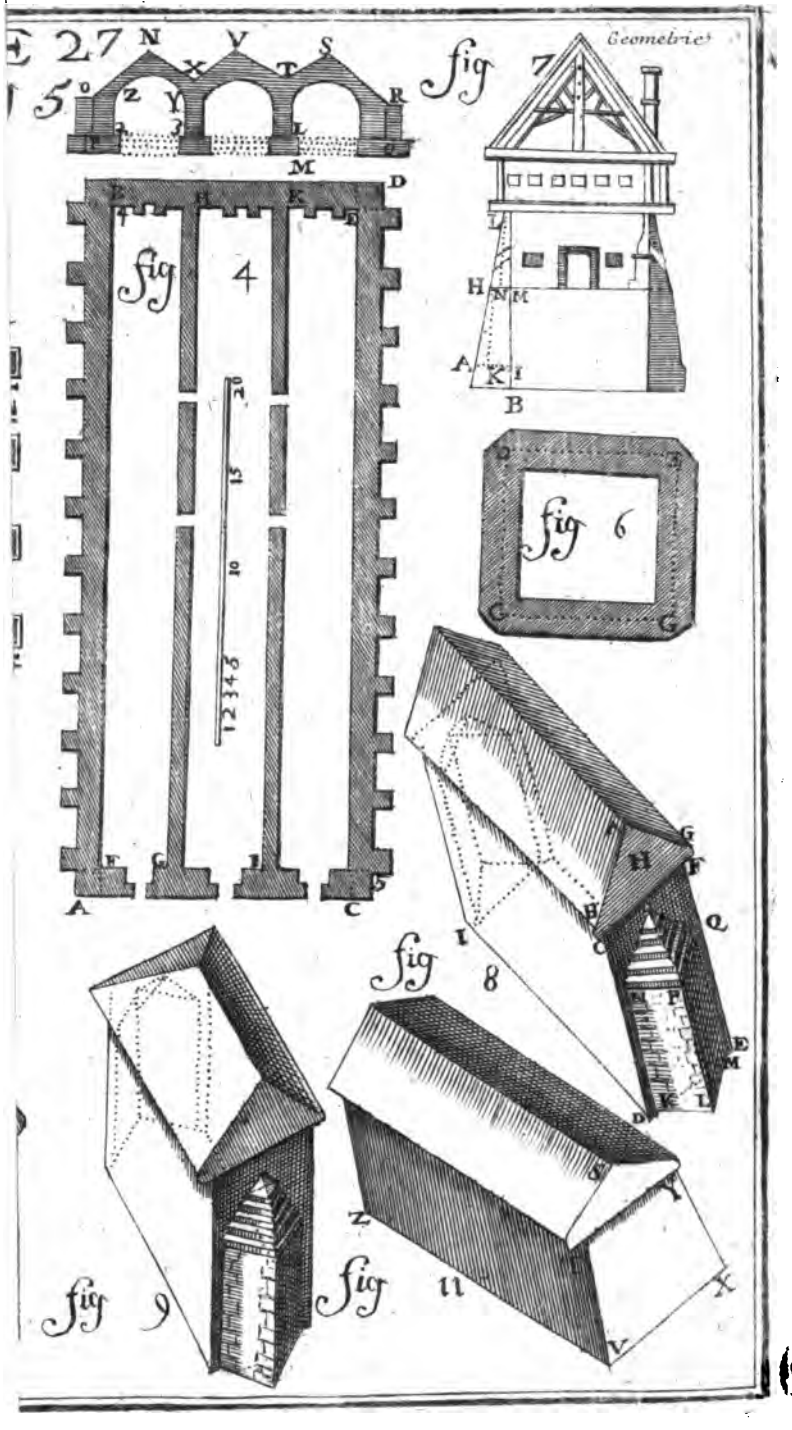


fig 7

fig 10




E 26
fig 4
fig 5
fig 7
fig 6
fig 10
fig 9
fig 12
fig 11


Geometrie
fig 7
fig 4
fig 6
fig 8
fig 9
fig 11

L'ARITHMETIQUE MILITAIRE,

OU

L'ARITHMETIQUE PRATIQUE

DE L'INGENIEUR ET DE L'OFFICIER,

Diviſée en trois Parties :

Ouvrage également néceſſaire aux Officiers, aux Ingenieurs & aux Commerçans.

Nouvelle Edition, corrigée & de beaucoup augmentée.

Par le Sieur CLERMONT, Commiſſaire d'Artillerie.

A PARIS,

Chez BRIASSON, Libraire, ruë S. Jacques, à la Science.

M. DCC. LV.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

PREFACE.

IL y a douze ou treize ans que je compoſai un Traité d'Arithmetique pour l'inſtruction des Cadets Gentilshommes que le Roi entretenoit pour lors à Straſbourg; & quoiqu'il ſe fût gliſſé beaucoup de fautes dans cet ouvrage, parce que le Compoſiteur n'entendoit point la langue Françoiſe ni moi l'Allemande, les deux mille exemplaires qu'on avoit fait imprimer n'ont pas laiſſé, tout imparfaits qu'ils étoient, de ſe vendre avec ſuccès & en peu de temps: ſi bien que ne s'en trouvant plus depuis l'année 1695. un Libraire voyant qu'on lui en demandoit ſouvent, me pria il y a quelque temps de corriger ce Traité; & après l'avoir revû & augmenté, de lui donner le manuſcrit pour le faire réimprimer. J'ai balancé à lui accorder ſa demande, parce que les occupations que j'ai eûes depuis la ſuppreſſion de Meſſieurs les Cadets, ne me permettoient gueres de travailler à des matieres qui euſſent rapport aux Mathematiques, que j'ai enſeignées près de treize ans à cette belle pepiniere d'Officiers & d'Ingénieurs, je veux dire Meſſieurs les Cadets. Enfin quelques perſonnes que j'eſtime fort, ayant joint leurs ſollicitations à celles de ce Libraire, je me ſuis réſolu de retoucher cet Ouvrage & de corriger non-ſeulement les fautes qui s'y étoient gliſſées, mais encore de l'augmenter conſiderablement.

L'ordre que j'ai gardé dans ce Livre, me paroît aſſez naturel, puiſque je m'attache d'abord dans la premiere Partie à établir les fondemens de l'Arithmetique qui

conſiſtent aux quatre *Regles generales* ; je paſſe enſuite à l'explication de la *Regle de Trois* ou de *Proportion*, puis à celle de la *Racine quarrée*, qu'on pourroit me dire n'être pas placée en ſon lieu naturel, du moins ſuivant l'uſage de la plûpart des Auteurs ; mais je dis dans la page où elle eſt expliquée, les raiſons qui m'ont obligé d'en uſer de la ſorte.

J'explique dans la ſeconde Partie les *Fractions* d'une maniere claire & convaincante, & j'oſe même dire qu'on ne trouvera point de Traité d'Arithmetique en notre langue, où elles ſoient expliquées plus à fonds & plus nettement.

Pour ce qui concerne les Regles que j'appelle *Vulgaires*, & qui font le ſujet de la troiſiéme Partie, j'avois réſolu de ne les point ajoûter aux deux parties qui les précedent ; mais j'ai changé de ſentiment dans la ſuite, parce que je me ſuis diverſes fois apperçu qu'il arrive pluſieurs difficultez dans l'emploi d'un Ingénieur & dans le détail des affaires qui regardent les Troupes auſſi bien que dans le Commerce, qu'on auroit de la peine à développer ſans le ſecours de ces Regles ; outre qu'à le bien prendre, elles contiennent ce qu'il y a de plus curieux dans l'Arithmetique, & qui paroît ſurprenant à ceux qui ne ſont pas verſez dans le calcul.

TABLE

TABLE
DES CHAPITRES.

CHAP. I. *Definition.* pag. 273
CHAP. II. *De la Numeration.* 274
CHAP. III. *De la disposition des Nombres.* 276
CHAP. IV. *De l'Addition.* 277
CHAP. V. *De la Soustraction.* 287
CHAP. VI. *De la Multiplication.* 296
Table de Multiplication ou Livret. 297
Table des parties imparfaites de la Livre valant 20 sols. 300
Table des parties imparfaites ou aliquantes de la Livre valant 20 sols. 304
Autre Multiplication dans laquelle se trouvent des Livres & des Sols. 307
Table des Parties parfaites ou aliquottes du Sol valant 12 Deniers. 308
Table des Parties imparfaites du Sol valant 12 Deniers. 309
Multiplication dans laquelle il y a des Livres, Sols, & Deniers. 311
CHAP. VII. *De la Division.* 317
CHAP. VIII. *De la Regle de Trois ou de Proportion.* 330
CHAP. IX. *De la Racine quarrée.* 336
CHAP. X. *Traité des Fractions ou Nombres rompus.* 343
CHAP. XI. *Addition des Fractions.* 355
CHAP. XII. *Soustraction des Fractions.* 356
CHAP. XIII. *Multiplication des Fractions.* 358
CHAP. XIV. *Division des Fractions.* 360

Table des Chapitres.

CHAP. XV. *Regle de Trois en Fractions.* 361
CHAP XVI. *Racine quarrée en Fractions.* 365
CHAP. XVII. *Regle de Trois indirecte, ou inverſe.* 366
CHAP. XVIII. *Regle de Compagnie, ou de Société.* 369
CHAP. XIX. *Regle de Trois double & directe.* 379
CHAP. XX. *Regle de Trois double indirecte.* 382
CHAP. XXI. *Regle du Cent & du Millier.* 385
Gain & perte pour Cent. ibid.
Sçachant le prix de l'unité de quelque choſe, on demande combien le Cent. 385
Sçachant le prix de quelque choſe, trouver combien vaut le millier. 387
Sçachant quel eſt le prix du cent de quelque choſe, on demande ce que vaut l'unité. 388
CHAP. XXII. *Regles concernant l'Extraordinaire des Guerres.* 390
CHAP. XXIII. *Regle pour les Comptables.* 391
CHAP. XXIV. *Regle de Troc.* 393
CHAP. XXV. *Maniere de dreſſer un Bordereau de payement, tant par la Multiplication que par la Diviſion.* 395
CHAP. XXVI. *Expoſition du Sol la Livre.* 397
CHAP. XXVII. *Regle d'Interêt.* 399
CHAP. XXVIII. *Regle pour les Eſcomptes.* 401
CHAP. XXIX. *Regle conjointe.* 402
CHAP. XXX. *Regle Teſtamentaire.* 403
CHAP. XXXI. *Regle d'Alliage.* 406
CHAP. XXXII. *Regle de Fauſſe Poſition.* 412
CHAP. XXXIII. *Regle de fauſſe Poſition double.* 414

Fin de la Table des Chapitres.

L'ARITHMETIQUE MILITAIRE, OU L'ARITHMETIQUE PRATIQUE DE L'INGENIEUR.

PREMIERE PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

Définition.

L'ARITHMETIQUE Pratique (qui eſt celle dont je parlerai dans ce Traité) eſt un Art qui a pour objet le calcul, & qui nous enſeigne à faire des ſupputations juſtes.

Comme l'unité ſeule ne peut pas faire un nombre, il faut aſſembler pluſieurs de ces unités pour le compoſer.

Toute l'Arithmetique eſt fondée ſur dix caracteres, qu'on appelle Chiffres, & qui ont la forme ſuivante :

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

zero, un, deux, trois, quatre, cinq, ſix, ſept, huit, neuf,

Tous ces chiffres, excepté le premier marqué 0, (& qu'on énonce zero) ſont ſignificatifs, c'eſt-à-dire, qu'ils valent une ou pluſieurs unités chacun ſéparement.

Lorſque le premier de ces chiffres eſt ſeul, il ne vaut rien ; mais s'il eſt précedé d'un autre chiffre, il fait valoir cet autre chiffre dix fois d'avantage qu'il ne vaudroit étant ſeul.

Un chiffre ſeul ne peut valoir qu'autant d'unités, ou de fois un que ſon caractere en contient : ainſi le chiffre 4 étant ſeul, ne vaut que quatre unités ou quatre fois un ; mais ſi ce même chiffre 4 eſt ſuivi d'un autre (ſoit ſignificatif ou non,) pour lors il vaut autant de dixaines ou de fois dix que ſon caracter e peut contenir d'unités, de ſorte que le 4 étant ſuivi d'un zero ou d'un autre chiffre, vaut quarante.

DE LA NUMERATION.

CHAPITRE II.

Définition.

LA *Numération* nous enſeigne la maniere de marquer la valeur des nombres qu'on nous propoſe, en les mettant au rang qu'ils doivent occuper : & elle nous enſeigne auſſi la maniere d'exprimer les mêmes nombres ſuivant le degré où ils ſont placés lorſqu'ils nous ſont donnés.

J'ai remarqué dans le Chapitre précédent, qu'un chiffre ſeul s'exprime par la quantité d'unités, dont il eſt compoſé ; & qu'étant ſuivi d'un autre chiffre, ſoit ſignificatif ou non, il vaut dix fois ſon caractere. Mais on doit dire de plus, que ſi ce chiffre eſt ſuivi de

deux autres, quels qu'ils ſoient, pour lors il vaudra cent fois ſon caractere : S'il eſt ſuivi de trois il vaudra mille fois ſon caractere : Si c'eſt de quatre, il vaudra dix mille fois ſon caractere, & ainſi de ſuite, par une progreſſion toujours *décuple*, c'eſt-à-dire, qui augmente ſa valeur de dix fois davantage.

Les chiffres étant rangés de ſuite les uns après les autres, celui qui eſt à la droite & qui occupe la premiere place vers cette main, s'appelle *Nombre* ou *unités* ; celui qui tient le ſecond rang en tirant de la main droite à la gauche s'appelle *Dixaine* ; le troiſiéme de la droite à la gauche occupe le rang de la *Centaine* ; le quatriéme ſuivant la même diſpoſition eſt au rang du *Mille* ; le cinquiéme en comptant de la main droite tirant vers la gauche occupe le degré des *Dixaines de mille* ; & ainſi des autres de la même façon qu'on le voit marqué & exprimé dans la Table de Numeration qui ſuit.

Table de Numeration.

6.	4.	7.	3.	8.	5.	2.	9.	2.	5.
Billions, ou dixiéme degré.	Centaines de millions, ou neuviéme degré.	Dixaines de millions, ou huitiéme degré.	Millions, ou ſeptiéme degré.	Centaines de mille, ou ſixiéme degré.	Dixaines de mille, ou cinquiéme degré.	Mille, ou quatriéme degré.	Centaines, ou troiſiéme degré.	Dixaines, ou ſecond degré.	Nombres, ou unités, ou premier degré.

La Table précédente nous fait voir à quel degré ou colonne les chiffres ſont placés : mais la Table qui ſuit nous enſeigne de quelle maniere il les faut exprimer ſuivant l'ordre de ces mêmes degrés ou colonnes.

7	Sept.
70	Septante ou ſoixante & dix.
700	Sept cens.
7000	Sept mille.
70000	Septante mille ou ſoixante & dix mille.
700000	Sept cens mille.
7000000	Sept millions.
70000000	Septante millions ou ſoixante & dix millions.
700000000	Sept cens millions.
7000000000	Sept Billions.

Par où l'on voit, qu'en augmentant toûjours d'un degré vers la gauche une ſomme ou une quantité monte dix fois plus haut qu'elle n'étoit auparavant. C'eſt-à-dire, que la progreſſion de cette ſomme ou de cette quantité eſt décuple, ainſi que je l'ai cy-devant dit.

De la diſpoſition des Nombres.

CHAPITRE III.

CE que j'ai dit de la Numeration conduit naturellement à ce qu'on doit remarquer ſur la diſpoſition des nombres ou chiffres ; car il ne faut jamais confondre la colonne des Nombres avec celle des Dixaines, ni la colonne des Dixaines avec celle des Centaines, ni la colonne des Centaines avec celle des Mille, & ainſi des autres : il faut donc obſerver inviolablement cette Regle generale qui eſt (*que tout nombre doit être placé deſſous le nombre, la dixaine deſſous la dixaine, la centaine deſſous la centaine, le mille deſſous le mille*, &c.)

Il eſt encore néceſſaire d'obſerver avec beaucoup de ſoin de ne pas mettre des quantités de differentes eſpeces les unes avec les

autres, comme, par exemple, de ne pas confondre les Toiſes ave les Marcs, ou les Aunes avec les Livres; non plus que des quantités de differentes valeurs, c'eſt-à-dire, de ne pas mettre les Livres avec les Sols, ni les Piés avec les Pouces.

Toute l'Arithmetique roule ſur quatre Regles generales, qui ſont l'*Addition*, la *Souſtraction*, la *Multiplication*, & la *Diviſion*: c'eſt-à-dire que ces quatre Regles ſervent à reſoudre toutes les queſtions qu'on peut propoſer dans le calcul; auſſi m'attacherai-je à les expliquer à fonds, afin qu'il ne reſte rien ſur ce ſujet, qui puiſſe faire de la peine à ceux qui ont deſſein de s'inſtruire dans l'Arithmetique.

DE L'ADDITION.

Premiere Regle generale.

CHAPITRE IV.

Définition.

L'Addition nous enſeigne la maniere d'ajouter ou de joindre pluſieurs quantités de même eſpece en une ſeule quantité: c'eſt-à-dire, que cette Regle nous enſeigne à trouver un nombre appellé produit, qui ſoit égal à pluſieurs autres nombres de même eſpece joints enſemble.

Pour bien executer cette Regle, il faut diſpoſer les quanités propoſées les unes deſſous les autres, ſuivant l'ordre qui a été établi dans le Chapitre précédent; c'eſt-à-dire, qu'il faut placer les nombres deſſous les nombres, les dixaines deſſous les dixaines, les centaines deſſous les centaines, les mille deſſous les mille, &c. Outre cela il faut que les quantités de pareille valeur ſe correſpondent les unes avec les autres; de ſorte que les livres ſe placeront avec les livres, les ſols avec les ſols, les toiſes avec les toiſes, les marcs avec les marcs, & ainſi des autres eſpéces. Tout ce qui vient d'être dit étant ſuppoſé, on tirera une ligne droite au deſſous des

quantités qui auront été rangées de la façon qui vient d'être expliquée, afin de les ſéparer d'avec le produit : puis on les ajoutera toutes enſemble en commençant par la colonne qui eſt à droite, & qu'on appelle colonne des nombres ; enſuite par celle des dixaines ; puis par celle des centaines, &c.

Exemple.

On veut ſçavoir de combien de combattans eſt compoſée une armée, dans laquelle il y a

1.	17352	Soldats d'Infanterie Françoiſe.
2.	5495	d'Infanterie Suiſſe.
3.	2934	d'Infanterie Italienne.
4.	11595	Cavaliers.
5.	2767	Carabiniers.
6.	854	Cuiraſſiers.
7.	5358	Dragons.
Enfin.	96	Canoniers.

46451 hommes.

Pour reſoudre cette Regle, il faut en premier lieu ajoûter tous les chiffres qui forment la colonne des nombres, (qui eſt, ainſi qu'on l'a déja remarqué, celle de la droite,) & ayant trouvé que cette Addition eſt de 41, on poſe le 1 deſſous cette derniere colonne, parce que c'eſt le rang du nombre, & on retient le 4 pour le porter à la colonne des dixaines, qui eſt ſa vraye place, parce que ce 4 vaut quatre dixaines : cela fait, on ajoute tous les chiffres de la colonne des dixaines en une quantité, avec laquelle on joint le chiffre retenu provenant de celle des nombres, ce qui fait ici 55. dixaines ; on poſe le dernier de ces chiffres deſſous la colonne des dixaines, parce que c'eſt ſon rang, & on porte le premier au rang des centaines, qui eſt ſa place, parce que cinquante dixaines ſont cinq cens, & ayant ajouté ce 5 avec les

chiffres qui compoſent cette colonne, on y trouve 44 dont on poſe le dernier chiffre deſſous la colonne des centaines, retenant le premier pour le porter à la colonne des mille, parce que quarante cens font quatre mille, & faiſant la même pratique à chaque colonne, on trouvera que le total de cette armée monte à la quantité de 46451. hommes : ce qui eſt évident, puiſque cette quantité contient tous les chiffres de la colonne des Nombres, tous ceux de la colonne des dixaines, tous ceux de la colonne des centaines, tous ceux des mille ; & enfin tous ceux des dixaines de mille.

Autre Addition avec des Livres & des Sols.

LA ſeule difference qui ſe trouve entre cette Regle & la précédente, conſiſte à ne pas placer les Sols avec les Livres, mettant au contraire chaque eſpece en ſon lieu, obſervant ce qui a déja été dit, que les chiffres des Nombres (tant ceux des Livres que ceux des Sols) ſoient placés dans les colonnes des nombres de même eſpece, les dixaines deſſous les dixaines, &c. Après quoi on additionnera la colonne du nombre des ſols, puis celle des dixaines, & enſuite on en fera de même de la colonne du nombre des livres ; puis de celle des dixaines ; & ainſi de ſuite, comme il a été dit dans le Chapitre précédent, & comme l'exemple ſuivant le montre.

Exemple.

On veut ajouter	6832 l.	. .	19 ſ.
avec	3547	. .	13
Et	7263	. .	15
plus	948	. .	12
plus	1329	. .	18
Enfin	986	. .	17
produit . . .	20909 l.	. .	14 ſ.

Ayant diſpoſé les ſommes comme on le voit cy-deſſus, & ayant tiré une ligne au deſſous, il faut premierement aſſembler les chiffres qui compoſent la colonne du nombre des ſols, & on trouvera 34 ſols, dont on poſera le dernier chiffre 4 deſſous la colonne du nombre des ſols, & on retiendra le premier chiffre 3 pour le porter aux dixaines des ſols, avec leſquelles l'ayant ajouté, on trouvera 9 dixaines qui ſont quatre livres dix ſols : il faut poſer la dixaine des ſols à ſon rang, retenant les 4 livres, pour les porter à la colonne du nombre des livres, avec laquelle les ayant ajoutés, on trouvera 39 livres dont on poſera le 9 deſſous cette même colonne du nombre des livres, retenant les trois dixaines pour les porter à leur colonne. Si enſuite de cela on fait la même pratique aux autres colonnes, ainſi qu'on l'a vû dans le précédent exemple, on trouvera 20909 l. 14 ſ. pour l'addition de toutes ces quantités.

Autre addition dans laquelle ſe trouvent des Livres, Sols & Deniers.

La diſpoſition de la Regle qui ſuit & l'ordre qu'on garde dans ſon execution eſt le même qu'à celle qu'on vient d'expliquer : obſervant toûjours que les livres ſoient placées deſſous les livres, les ſols deſſous les ſols & enfin les deniers deſſous les deniers chacun à ſon rang, c'eſt-à-dire, le nombre deſſous le nombre, la dixaine deſſous la dixaine, &c. ainſi que le tout ſe voit dans l'exemple ſuivant.

Exemple.

On veut joindre . .	842 l. . .	10 ſ.	6 d.
avec	5935 .	8 .	7 .
&	897 .	13 .	9 .
plus	3241 .	17 .	6 .
plus	6703 .	5 .	4 .
& enfin	236 .	3 .	11 .
produit	17856 l. . .	19 ſ.	7 d.

Les

Les quantités qui compoſent cette Regle étant diſpoſées à l'ordinaire, comme on le voit ici, & ayant tiré une ligne droite au deſſous, il faut additionner la colonne des deniers de maniere qu'autant de fois 12 qu'on y pourra trouver, autant de points on marquera à côté, retenant le ſurplus pour ajoûter avec les autres chiffres de la même colonne, marquant toujours autant de points à côté, qu'on trouvera de fois 12; & quand l'addition de toute la colonne des deniers ſera faite, on placera les deniers de reſte deſſous cette même colonne, & on retiendra autant d'unités qu'il y a de points marqués à côté pour les porter aux ſols, comme dans l'exemple préſent; puis on achevera la Regle, pour ce qui concerne les ſols & les livres de la même maniere que la précédente.

Remarque.

L'on doit ſoigneuſement obſerver de ne mettre jamais plus de 19 ſols au rang des ſols, ni plus de 11 deniers au rang des deniers. De même on ne placera tout au plus que 5 au rang des pieds, 11 au plus haut rang des pouces, & enfin pas plus de 11 au rang des lignes.

Autre addition dans laquelle ſe trouvent des Toiſes, Pieds, Pouces & Lignes.

Les valeurs differentes des quantités qu'on veut ajouter les unes avec les autres ne changent en rien l'ordre de la Regle: on prend ſeulement bien garde que les quantités d'une valeur ſoient placées avec celles de la même valeur chacune au rang qu'elle doit occuper, ainſi dans l'exemple ſuivant, il faut non ſeulement que les toiſes ſoient placées deſſous les toiſes, les pieds deſſous les pieds, les pouces deſſous les pouces, & les lignes deſſous les lignes. Mais il faut encore que les nombres de ces mêmes quantités ſoient deſſous leurs nombres, les dixaines deſſous les dixaines, &c.

Exemple.

	Toiſes,	pieds,	pouces,	lignes.
Je veux ajouter . .	358	4	5	8
avec	4932	5	3	11
plus	1724	1	11	4
plus	958	3	7	2
&	7031	0	4	7
enfin	29	2	8	9
Total . . .	15035	0	5	5

Après avoir diſpoſé les quantités qui compoſent cette Regle les unes au deſſous des autres chacune à leur rang & à leur colomne, ainſi qu'on l'a dit & qu'on le voit dans cet exemple; on tire une ligne au deſſous, puis on additionne la colonne des lignes, de maniere qu'autant de fois qu'on y trouvera 12, autant de points on marquera au côté droit de cette colonne, retenant toujours le ſurplus de douze pour ajouter aux autres chiffres de la même colonne, juſques à ce que l'addition en ſoit entierement faite, & lorſqu'elle l'eſt, on a ſoin de placer les lignes de ſurplus deſſous la même colonne, & de retenir autant d'unités qu'il y a de points marqués à côté (par exemple ici 3) pour les porter à la colomne des Pouces; on en fait enſuite autant pour les pouces: parce qu'il en faut auſſi douze pour faire un pied. Et à l'égard de la colonne des piés, on marque auſſi autant de points à ſon côté droit, qu'on y trouve de fois 6 en faiſant l'addition, parce qu'il faut ſix pieds pour faire une toiſe, ce qui étant bien entendu, on achevera le reſte de la Regle de la même façon que les précédentes, & on trouvera que le produit de cette addition monte à 15035 toiſes 0 pied 5 pouces 5 lignes.

Autre Addition dans laquelle ſe trouvent des Muids, Setiers, Boiſſeaux & Litrons.

Cette addition ne differe de la précédente que dans la valeur des quantités, car pour la diſpoſition des nombres & la pratique elle eſt la même : pour la bien faire on doit ſçavoir que le muid de blé contient 12 ſetiers, le ſetier 12 boiſſeaux, & le boiſſeau 16 litrons, & qu'ainſi on ne doit placer que tout au plus 11 ſetiers au rang ou colonne des ſetiers, que 11 boiſſeaux tout au plus au rang des boiſſeaux, & enfin tout au plus 15 litrons à leur colonne, ainſi que la diſpoſition ſuivante le fait voir.

Exemple.

	Muids,	ſetiers,	boiſ.	litr.
On veut ajouter . . .	69	10	7	13
avec	123	9	6	8
plus	97	11	9	12
plus	45	8	3	5
plus	54	7	10	15
plus	37	2	8	7
Enfin	25	4	5	9
Total	454	7	4	5

Les nombres qui compoſent cette Regle étant diſpoſés comme on le voit à l'exemple précedent, on additionnera la colonne des litrons, obſervant qu'autant de fois qu'on y trouvera 16, autant de points il faudra marquer au côté droit pour en compoſer des boiſſeaux, poſant le ſurplus deſſous la même colonne des litrons, & portant ſur la colonne des boiſſeaux tous les points qu'on a marqués au côté droit de la colonne des litrons comme autant de boiſſeaux, & ainſi des autres colonnes, ſuivant leurs valeurs.

Autre addition dans laquelle ſe trouvent des Marcs, Onces, Deniers, Gros & Grains.

Pour la ſolution de cette Regle on doit ſeulement ſçavoir que le marc contient 8 onces, l'once 8 gros, le gros 3 deniers, & le denier 24 grains; & qu'ainſi dans l'addition de la colonne des grains, il ne faut que marquer autant de points à ſon côté droit qu'on y trouvera de fois 24, poſant le ſurplus au deſſous : que dans l'addition des deniers on marque autant de points au côté droit qu'on y trouvera de fois 3, parce qu'il faut trois deniers pour faire un gros, & que l'on poſe le ſurplus deſſous cette colonne : que dans l'addition de la colonne des gros on marque auſſi autant de points à ſon côté droit qu'on y trouve de fois 8, parce qu'il faut huit gros pour faire une once, & que le ſurplus ſe poſe deſſous ſa colonne : qu'enfin dans l'addition de la colonne des onces on marque autant de points à ſon côté qu'on y trouvera de fois 8, parce qu'il faut huit onces pour faire un marc.

Exemple.

	Marcs,	onces,	gros,	den.	grains.
Ajouter . .	27	5	6	2	20
avec . . .	9	6	3	1	18
plus . . .	14	7	5	0	22
plus . . .	11	2	4	2	19
&	5	1	2	0	13
enfin . . .	4	6	7	1	15
Il vient au total	73	6	6	1	11

Preuve de l'Addition.

L'expérience nous fait connoître chaque jour que dès que nous avons fait une Regle d'Arithmetique, nous ſommes bien aiſes de ſcavoir ſi elle eſt bonne ou non : or cela ne ſe peut mieux faire

qu'en la prouvant, ce qui m'oblige de donner ici la preuve de l'addition, après avoir traité cette Regle aſſez à fond ce me ſemble.

Avant que j'entre dans le détail de cette preuve, il faut que j'établiſſe un principe dont peu de gens peuvent douter : ce principe eſt, qu'un tout ſe trouve égal aux parties qui le compoſent, lorſqu'elles ſont jointes enſemble : & que toutes ces parties jointes enſemble ſont reciproquement égales à leur tout, d'où l'on peut tirer cette conſéquence, que ſi on ajoute pluſieurs quantités de même eſpéce en une ſeule quantité, & qu'enſuite on en ôte toutes les quantités particulieres qui l'ont compoſée, il ne doit rien reſter ; de ſorte que ſi on fait une addition telle que la ſuivante, & qu'après cela il en faille faire la preuve, voici la maniere dont on s'y prend.

Exemple.

	Ans,	mois,	jours,	heures.
Ajouter . .	27	7	26	13
avec . . .	142	9	7	8
&	234	2	14	20
plus . . .	909	6	9	9
enfin . . .	26	4	4	8
	1340.	6	2	10
	132	2	2	0

L'on voit que l'addition de la colonne des heures a produit 2 jours pour porter ſur la colonne des jours outre 10 heures de reſte : que l'addition de la colonne des jours a produit 2 mois pour porter ſur la colonne des mois outre 2 jours de reſte : que l'addition de la colonne des mois a produit 2 ans pour porter ſur la colonne du nombre des ans outre 6 mois de reſte, & ainſi des autres. Il faut à préſent pour prouver cette addition faire tout le contraire de ce qui a été pratiqué dans ſa ſolution, c'eſt-à-dire, qu'il faut additionner la premiere colonne de la gauche (qui eſt ici celle des centaines) en une quantité, & ôter ſon produit 12 centaines des 13 centaines qui

qui ſont au deſſous immédiatement il reſtera 1 centaine qui eſt celle provenant des dixaines & qu'on a portée aux centaines en faiſant l'addition : après cela on joindra ce 1 qui vaut dix dixaines avec le 4 qui ſuit les 13 centaines, & ce ſera 14 dixaines, deſquelles ôtant 11 qui eſt l'addition de la colonne des dixaines, il reſtera 3 qui ſont les trois dixaines qu'on avoit portées ſur cette colonne en faiſant l'addition ; ce 3 étant joint au 0 qui eſt deſſous la colonne des nombres ſera 30, dont ôtant 28, que vaut l'addition de cette colonne des nombres, il reſtera 2 qui ſont les deux ans que la colonne des mois avoit produit en faiſant l'addition : or comme deux ans valent 24 mois, ſi on leur ajoute le 6 qui eſt deſſous la colonne des mois, cela compoſera 30 mois, deſquels ôtant les 28 mois, que contient leur colonne, il reſtera 2 mois qui font 60 jours, auxquels ajoutant les 2 jours qui ſe trouvent deſſous la colonne des jours on aura 62 deſquels ôtant les 60 que contient leur colonne, il reſtera 2 jours qu'on avoit apporté de la colonne des heures en faiſant l'addition : or ces deux jours font 48 heures, auſquelles ajoûtant les 10 heures qui ſont au deſſous de leur colonne, on en aura 58 qui eſt juſtement la quantité d'heures que doit contenir cette colonne, ſi la Regle eſt bien faite, car s'il y avoit plus ou moins elle ne ſeroit pas bonne.

Remarque.

Comme toutes les preuves des additions doivent être fondées ſur les mêmes principes, leur pratique eſt ſemblable en toutes ſortes de rencontres. Ainſi les divers exemples que j'en pourrois donner ne ſeroient pas plus inſtructifs que celui-ci : je ſçai bien que pluſieurs Auteurs qui ont écrit de l'Arithmetique ont amplement traité des preuves de 9 & de 7. Il y en a même qui s'en ſervent encore, mais ayant trouvé ces ſortes de preuves fautibles en diverſes occaſions, je ne m'en ſers point, & ne conſeille même pas à perſonne de s'en ſervir.

DE LA SOUSTRACTION.

Seconde Regle générale.

CHAPITRE V.

Définition.

LA Souſtraction nous enſeigne la maniere dont il faut s'y prendre pour ôter une quantité d'une autre quantité plus grande & de même eſpéce, afin d'avoir leur difference.

Cette Regle eſt compoſée de trois nombres qui ſont, celui duquel on doit ôter, ou le total; celui qu'on ôte ou paye; & le reſtant ou la difference.

On garde le même ordre dans cette Regle que celui qui a été obſervé dans l'addition, pour ce qui concerne la diſpoſition des nombres, c'eſt-à-dire, qu'on place chaque choſe en ſon lieu, de ſorte que non ſeulement les nombres ſe mettent deſſous les nombres, les dixaines deſſous les dixaines, &c. mais on ne confond pas les liv. avec les ſols, ni les ſols avec les deniers, non plus que les toiſes avec les pieds: cela ſuppoſé on veut que nous reſolvions la Regle qui ſuit, & qui eſt telle. Une demi-lune a coûté pour ſon revêtement la ſomme de 4658 l. ſur quoi l'entrepreneur qui a fait faire cet ouvrage a reçû à bon compte celle de 3436 l. on demande ce qui lui eſt dû de reſte. Ayant diſpoſé la ſomme que cet Entrepreneur a reçûe deſſous celle qui lui eſt dûe, & tiré une ligne au deſſous comme on voit ici.

Exemple.

De . . 4658 l. que coûte un revêtement de demi-lune
en ôter . . 3436 que l'Entrepreneur a reçû,

Reſte . . 1222 l. dûes à cet Entrepreneur.

On dira qui de 8 ôte 6 qui ſont immédiatement au deſſous, reſte 2, qu'on place deſſous la ligne vis-à-vis de la colonne des nombres: puis qui de 5 dixaines ôte 3 dixaines qui ſont immediatement

au deſſous, reſte 2 dixaines, qu'on place ſous leur colonne : enſuite qui de 6 centaines ôte les 4 centaines qu'on voit immédiatement deſſous, reſte 2, que l'on place ſous la colonne des centaines. Enfin qui de 4 qu'on trouve à la colonne des mille ôte 3 qu'on voit au deſſous, reſte 1, qu'il faut placer ſous la colonne des mille, par ce moyen on trouvera qu'il eſt encore dû à l'Entrepreneur 1222 l.

Autre.

Lorſque chacun des chiffres de la quantité dûe (qui eſt celle d'enhaut) ſe trouvent plus grands que chacun de ceux de la quantité qu'on ôte ou paye (qui eſt celle d'en bas) ainſi qu'à l'exemple précédent, l'operation eſt très-facile : mais quand il n'y a que le premier chiffre à gauche de la quantité d'en haut, qui excede le premier à gauche de la quantité d'en bas, elle paroît un peu plus malaiſée : on peut cependant dire que la difficulté eſt petite, puiſqu'il n'y a qu'à emprunter une dixaine ſur le chiffre qui précede celui duquel on ne peut ôter le chiffre qui eſt deſſous, afin d'ajouter cette dixaine avec le chiffre d'en haut : pratiquant la même choſe aux endroits où cette difficulté ſe trouvera, comme on le va voir dans l'exemple qui ſuit, où l'on ſuppoſe que le Commis du Tréſorier de l'extraordinaire des guerres ait un fonds de 454250 liv. pour payer les troupes de la Province, où il eſt employé pendant ſon exercice : or comme il ſe trouve qu'il ne leur a fourni que 388567 liv. on demande ce qui lui reſte encore entre les mains.

Il faut pour reſoudre cette Regle diſpoſer la ſomme que le Commis a payée, au deſſous de celle qu'il a réçûe, en mettant chaque chiffre en ſon lieu, ainſi qu'on le voit à l'exemple ſuivant, après quoi ayant tiré une ligne au deſſous,

Exemple.

Reçû . . .	454250 l.
payé . . .	388567
Reſte . . .	65683 l.

On

On dira qui de zero paye le 7, qui eſt au deſſous, ne peut : il faut donc emprunter 1 ſur le 5 qui eſt au devant du zero, c'eſt-à-dire, une dixaine qu'on joindra à ce même zero, ce qui fera 10, de quoi ôtant le 7 qui eſt deſſous, reſtera 3 qu'on placera immediatement deſſous : cela étant fait on viendra au 5, ſur lequel ayant emprunté 1, il ne vaudra plus que 4 : on dira donc, qui de ces 4 dixaines, qui ſont préciſément deſſous, ôte 6 dixaines, ne peut. Il faut donc emprunter un ſur le 2 qui précede, lequel 1 emprunté vaut une dixaine de dixaine qu'on joindra aux 4 dixaines, ce qui fera 14, dont ôtant les 6 dixaines qui ſont deſſous, il reſtera 8 dixaines, qu'on mettra deſſous leur colonne : de ſorte que pratiquant la même choſe ſur les autres chiffres, on trouvera que le Commis eſt reliquataire de 65683 l.

Autre Souſtraction dans laquelle il y a des Livres, des Sols, & des Deniers.

Il faut premierement diſpoſer les nombres qui compoſent la Souſtraction à faire de façon que les livres ſoient placées deſſous les livres, les ſols deſſous les ſols, & les deniers deſſous les deniers, après quoi l'on ôtera les deniers d'en bas des deniers d'en haut ſi cela ſe peut. Car ſi on ne le peut pas, il faudra emprunter 1 ſur les ſols; enſuite on ôtera les ſols d'en bas de ceux d'en haut, ſi cela ſe peut auſſi, car autrement il faudra emprunter 1 ſur les livres, obſervant que ce qu'on emprunte ſur un chiffre, doit être réduit en même valeur que ce à quoi on l'ajoute pour en ôter ce qui eſt deſſous.

Exemple.

De.	71352 l.	4 ſ.	2 d.
ôter	47837	11	8
Reſte	23514 l.	12 ſ.	6

On dit qui de 2 deniers en ôte 8 qui ſe trouvent deſſous, ne peut : Il faut donc emprunter 1 ſol ſur le 4 des ſols d'en haut, lequel

étant réduit en deniers & joint aux 2 deniers d'en haut font 14, dont ôtant le 8 qui eſt deſſous, reſte 6 qu'on doit poſer préciſement au bas de la même colonne : cela fait, il eſt certain que le 4 des ſols d'en haut ne vaut plus que 3, parce qu'on a emprunté un deſſus : or de ce 3 reſtant on ne peut en ôter les 11 ſols qui ſe trouvent préciſement deſſous, ce qui fait qu'on emprunte 1 au nombre des livres, qui étant réduit en ſols & joint aux 3 ſols reſtant font 23, dont ôtant les 11 qui ſont deſſous reſte 12 ſols, qu'il faut placer juſtement ſous leur colonne. Enfin, on achevera la Regle comme à l'exemple précédent, en prenant garde que le 2 d'en haut du nombre des livres ne vaut plus qu'un à cauſe de ce qu'on a emprunté deſſus.

Autre exemple dans lequel il y a des Toiſes, des Pieds, des Pouces & des Lignes.

Les quantités qu'on veut ſouſtraire d'autres quantités de même eſpéce, quoique de differentes valeurs, ne changent point l'ordre de la Regle : on obſervera ſeulement comme en l'addition, que les quantités d'une valeur ſoient placées deſſous les quantités de même valeur, & qu'on ſçache combien il en faut d'une pour faire une unité de la valeur qui la précede, après quoi on réſoud la Regle à l'ordinaire, ainſi qu'on le voit à l'exemple ſuivant.

Exemple.

	Toiſes,	piés,	pouces,	lignes.
De	29437	4	6	5
on veut ôter	13789	5	8	9
Reſte	15647	4	9	8

Il eſt certain que des 5 lignes d'en haut on ne peut ôter les 9 qui ſont au deſſous, ce qui fait qu'on emprunte 1 pouce ſur les 6 pouces d'en haut, lequel valant 12 lignes on les ajoute au 5 dont

on vient de parler, ce qui fait 17 lignes, desquelles ôtant les 9 qu'on voit au dessous il reste 8 lignes, après quoi on fera la même chose aux pouces & aux piés.

Autre Soustraction de Marcs, Onces, Gros, Deniers & Grains.

Voulant de 29 marcs, 5 onces, 3 gros, 1 denier & 6 grains ôter 13 marcs, 7 onces, 6 gros, 2 deniers & 16 grains, on dispose ces deux quantités l'une sous l'autre comme à l'ordinaire, & comme on le voit ici.

Exemple.

	Marcs,	onces,	gros,	deniers,	grains.
De	29 . .	5 . .	3 . .	1 . .	6
on veut ôter .	13 . .	7 . .	6 . .	2 . .	16
Reste . .	15 . .	5 . .	4 . .	1 . .	14

Après quoi comme on ne peut ôter les 16 grains qui se trouvent dessous, des 6 qui sont au dessus; on emprunte le denier d'en haut lequel vaut 24 grains qu'on ajoute aux 6 qui suivent ce dernier, ce qui fait 30 grains, dont ôtant les 16 d'en bas reste 14, qu'on place au dessous de la ligne : ensuite comme il ne reste plus rien au rang des deniers d'en haut à cause qu'on a emprunté le 1 qui y étoit; on prend un gros qui vaut 3 deniers, dont ôtant les 2 qui sont dessous, reste 1, qu'on place au dessous, & ainsi du reste à l'ordinaire.

Autre.

Quand il y a des zero à la quantité de laquelle il faut soustraire, c'est-à-dire, en haut, on ne peut rien emprunter sur eux, parce qu'ils ne valent rien. Mais on emprunte sur le chiffre qui les précede, & pour lors chacun des zero au devant desquels on prend quelque chose valent 9, ce qui suppose que les quantités ne changent point de valeur, comme on le verra cy-après.

Exemple.

	Toiſes,	piés,	pouces.
Une Maçonnerie contient . . .	30910	. 2	. 3
Et on en a payé	23874	. 4	. 8
Reſte	7035	. 3	. 7

Ayant diſpoſé les quantités qui compoſent la Regle comme à l'ordinaire, & comme on le voit dans cet exemple, on dira : qui de 3 pouces en ôte 8 qu'on trouve au deſſous, ne peut : On empruntera donc un pié ſur le 2 de la colonne des piés, lequel valant 12 pouces, qu'on ajoutera au 3 dont on a parlé, ce qui fera 15 ; deſquels ôtant le 8 qui ſe trouve deſſous reſtera 7, qu'on placera préciſement au bas de cette derniere colonne : enſuite de quoi on dira, qui de 1 pié reſtant ſur le 2 des piés d'en haut en ôte 4 qui ſont au deſſous ne peut. Il faut donc emprunter une toiſe au rang du nombre des toiſes (en cas qu'on le puiſſe) laquelle étant reduite en piés & ajoutés au pié reſtant ſur le 2 fera 7, dont ôtant le 4 qui eſt deſſous, reſtera 3. qu'on mettra ſous la ligne vis-à-vis la colonne des piés : mais comme la toiſe qu'on a été obligé d'emprunter n'a pû être priſe dans cet exemple ſur le nombre des toiſes à cauſe qu'il n'y a qu'un zero, il a fallu faire cet emprunt ſur le 1 qui précede ce zero : or ce 1 étant au ſecond degré vaut dix toiſes, cependant n'en ayant beſoin que d'une pour porter à la colonne des piés, il eſt conſtant qu'il reſte 9 toiſes quelque part, ce qui ne peut être que ſur le zero de la colonne des nombres, ſuivant ce qui a été dit ; que quand on emprunte devant un zero dont les quantités ne changent point de valeur, ce zero devient 9. Cela étant bien exécuté, on achevera la Regle comme les précédentes, en obſervant toujours que d'abord qu'on aura emprunté devant des zero aux quantités qui ne changent point de valeur, ces zero deviennent tous des 9.

Autre.

Lorſqu'il n'y a que des quantités d'une ſeule valeur aux chiffres d'en haut, comme par exemple, des livres ou des marcs, ou des toiſes, ou des aunes, & que la quantité d'en bas a des ſous-eſpeces jointes aux quantités de même valeur, & qu'outre cela les chiffres d'en haut ſont des zero, excepté le premier vers la gauche, il faut pour lors diſpoſer la Regle comme on le voit ici.

Exemple.

	Toiſes,	piés,	pouces,	lignes
De	5000 . .	0 . .	0 . .	0
on veut ôter . .	3543 . .	4 . .	6 . .	8
Il reſte . . .	1456 . .	1 . .	5 . .	4

C'eſt-à-dire, qu'il faut mettre les toiſes qui ſe trouvent dans cet exemple à la quantité d'en bas, deſſous les toiſes d'en haut chacune à ſon rang, & avancer les piés, pouces & lignes d'en bas vers la droite; obſervant de mettre des zero au deſſus pour connoître qu'il n'y a ni piés, ni pouces, ni lignes en haut, ce qui étant bien exécuté, on dira : qui de zero ôte 8 lignes qui ſe trouvent au deſſous, ne peut : il faudroit donc emprunter un pouce à la colonne des pouces. Mais comme il n'y en a point, on empruntera un pié ſur la colonne des piés, en cas qu'il y en ait : or il ſe trouve en cet exemple qu'il n'y en a point: cequi engage d'emprunter une toiſe ſur la colonne du nombre des toiſes : mais comme il ne s'y en trouve point, non plus qu'aux dixaines ni aux centaines, on eſt abſolument obligé d'emprunter 1 ſur le 5, qui étant au degré des mille fait valoir cette unité mille toiſes, dont n'ayant beſoin que d'une toiſe, il eſt certain qu'il reſte 999 toiſes ſur les zero des toiſes, ainſi ces zero deviennent chacun des 9. De plus, il eſt certain que de la toiſe qu'on a empruntée n'en ayant beſoin que d'un pié, il

en doit reſter 5 ſur le zero des piés ; & du pié retenu n'en ayant beſoin que d'un pouce, il en reſte 11 au rang des pouces ; de ſorte que ſi du pouce retenu & qui vaut 12 lignes on en ôte les 8 lignes qui ſont au deſſous il en reſtera 4, & ſi des 11 pouces qu'on a laiſſé à leur colonne on ôte les 6 pouces qu'on voit au deſſous, il en reſtera 5. Que ſi des cinq piés qu'on a laiſſé ſur la colonne des piés on ôte les 4 piés qui ſont au deſſous, il en reſtera 1. Enfin ſi du 9 reſté au nombre des toiſes d'en haut on en ôte le 3 qui eſt deſſous, reſtera 6, après quoi le reſte de la Regle s'achevera à l'ordinaire.

Souſtraction de Temps.

Pluſieurs perſonnes qui entendent paſſablement l'Arithmetique ſe trouvent aſſez ſouvent embarraſſées dans la reſolution d'une Regle telle que celle qu'on va propoſer ici, parce qu'ils n'y font pas toute l'attention poſſible : car ils mettent les années entieres, bien que très-ſouvent elles ſoient peu avancées dans le tems qu'on leur propoſe la queſtion, ce qui fait que pour éviter ce défaut on doit ſuivre l'ordre que voici. Suppoſons qu'on veuille ſçavoir le temps qui s'eſt écoulé depuis le jour que Charles VIII. Roi de France vainquit à Fornouë les Princes d'Italie qui s'étoient ligués contre lui pour l'empêcher de retourner dans ſon Royaume après la Conquête de Naples, juſques à préſent. Il faut pour cela ſçavoir que le jour de cette célébre victoire fut le 6 du mois de Juillet de l'année 1494, & que nous ſommes à préſent que je travaille à cette Regle au 25 du mois de Juin de l'an 1704, ce qui étant, on mettra en haut l'eſpace de temps qui s'eſt écoulé depuis le commencement des années de grace juſques à aujourd'hui, c'eſt-à-dire, 1705 ans 5 mois & 25 jours : après quoi on mettra deſſous, le temps qui s'eſt écoulé depuis le même commencement des années de grace juſques au jour de la victoire de Fornouë qui eſt 1494 ans 6 mois & 6 jours, comme on voit à l'exemple ſuivant : il reſte 208 ans, 11 mois & 19 jours, qui ſera préciſement l'eſpace de temps depuis ce jour ſi glorieux à Charles VIII. juſques à aujourd'hui.

Exemple.

	Ans,	mois,	jours.
De . . .	1703 . .	5 . .	25
en ôter . .	1494 . .	6 . .	6
Reſte . .	208 . .	11 . .	19

Preuve de la Souſtraction.

Cette Regle ſe prouve en ajoutant la quantité qui a été ôtée d'une autre, avec le reſte ou la difference. Car ſi le produit de cette addition eſt égal à la quantité de laquelle on a ſouſtrait, la Regle ſera bonne, & ſi cela ne ſe trouve pas de cette façon, la Regle ſera mal faite. Ainſi ſuppoſons que de 542 marcs, 5 onces, 3 gros d'argent ou autre métail, on en ait ôté 358 marcs, 6 onces, 5 gros, ce qui eſt facile en ſuivant les préceptes établis pour la Souſtraction, & ſe ſouvenant que le marc vaut 8 onces, l'once 8 gros, &c. car on trouvera qu'il reſte 183 marcs, 6 onces, 6 gros.

Exemple.

	Marcs,	onces,	gros.
De . . .	542 . .	5 . .	3
en ôter . .	358 . .	6 . .	5
Reſte . .	183 . .	6 . .	6
Preuve . .	542 . .	5 . .	3

Or pour faire la preuve de cette Regle, c'eſt-à-dire, pour s'aſſurer de ſa bonté, il n'y a qu'à faire addition de la quantité qu'on a ôtée qui eſt ici 358 marcs, 6 onces, 5 gros avec ce qui reſte

qui ſe trouve ici 183 marcs, 6 onces, 6 gros, & on aura 542 marcs, 5 onces & 3 gros qui égalent la quantité d'en haut, ce qui eſt bien évident; car d'une quantité propoſée ſi on en ôte une partie, il eſt certain que cette partie ôtée étant jointe avec le reſte doit égaler toute la quantité propoſée.

DE LA MULTIPLICATION.

Troiſiéme Regle générale

CHAPITRE VI.

Définition.

LA multiplication nous enſeigne à trouver un nombre appellé *produit*, qui contient autant de fois la quantité à multiplier, qu'il y a d'unites (ou de fois un) dans le multiplieur : ou, ce qui eſt la même choſe, ce produit contient autant de fois le multiplieur qu'il y a d'unités dans la quantité à multiplier.

La definition qu'on vient de donner de la Multiplication, nous fait voir qu'il y a trois ſortes de nombres dans cette Regle, qui ſont, la quantité à *multiplier*, la quantité *qui multiplie*, c'eſt-à-dire, le *multiplieur* ou *multiplicateur*, & le produit qui eſt le réſultat de la Regle.

Il eſt très-difficile de pouvoir réſoudre une Multiplication, ſi on ne ſçait auparavant quelle eſt la valeur des nombres ſimples multipliés l'un par l'autre ou par eux-mêmes chacun ſéparement : c'eſt ce qui m'engage d'en mettre ici la Table (que quelques-uns appellent Livret) pour l'intelligence de laquelle il ne faut que ſçavoir quels ſont les deux nombres ſimples qu'on veut multiplier l'un par l'autre, (par exemple ici 7 par 9) car prenant le premier de ces nombres qui eſt 7 dans la premiere colonne qui eſt à la gauche, & regardant le nombre 9 qui eſt vis-à-vis en tirant vers la droite on trouvera 63 préciſement au deſſous, pour leur produit, & ainſi des autres : De ſorte que ſi on veut encore ſçavoir ce que 6 fois 7 valent, on trouvera 42 au deſſous...

TABLE

TABLE DE MULTIPLICATION
ou LIVRET.

2	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	4	5	6	7	8.	9	10	
	9	12	15	18	21	24	27	30	
4	4	5	6	7	8	9	10		
	16	20	24	28	32	36	40		
5	5	6	7	8	9	10			
	25	30	35	40	45	50			
6	6	7	8	9	10				
	36	42	48	54	60				
7	7	8	9	10					
	49	56	63	70					
8	8	9	10						
	64	72	80						
9	9	10							
	81	90							
10	10								
	100								

Pour faire une Multiplication avec ordre, il faut autant qu'on peut diſpoſer les quantités à multiplier l'une par l'autre, de façon que la petite ſoit deſſous la grande, ce qui n'eſt pourtant pas abſolument neceſſaire, ainſi qu'on le verra dans la ſuite : mais il faut de néceſſité que le nombre ſoit deſſous le nombre, la dixaine deſſous la dixaine, la centaine deſſous la centaine, le mille deſſous le mille, &c. après quoi on multipliera toute la quantité d'en haut (appellée quantité à multiplier) par chacun des chiffres du multiplieur ou quantité d'en bas, en commençant toujours par celui de la droite; comme on le voit dans l'exemple ſuivant, où l'on ſuppoſe qu'il faille ſçavoir le prix de 263 habits de ſoldats à raiſon de 28 l. chacun.

Exemple.

Le prix de	.	263	habits
à raiſon de	.	28	l. chacun
		2104	
		526	
produit	. .	7364	l.

Car ayant diſpoſé ces deux quantités de la maniere qu'il a été dit cy-devant & qu'on le voit ici, on multipliera premierement 263, c'eſt-à-dire, la quantité d'habits par le 8 du nombre des livres, & il viendra 2104 à leur produit. Enſuite de quoi on multipliera les mêmes 263 habits par le 2 d'en bas qui eſt au rang des dixaines, & il viendra 526 dixaines qu'on placera en leur lieu; ce qui étant fait, on ajoutera ces deux quantités en une, & on aura au produit 7364 pour le prix des 263 habits de ſoldat ſur le pied de 28 l. chacun.

Autre.

On veut ſçavoir à quoi reviendroit la Maçonnerie d'une Eſluſe contenant 787 toiſes cubes, à raiſon de 47 l. la toiſe. Il faut pour cela diſpoſer ces deux quantités comme les précédentes, & comme on le voit ici.

Exemple.

Le prix de . 787 toiſes de Maçonnerie
à raiſon de . 47 l. la toiſe

	5509
	3148
produit . .	36989

Ce qui étant fait, on multipliera les 787 toiſes par le nombre 7 des livres, il viendra 5509 : puis multipliant les mêmes 787 toiſes par le 4 des dixaines de livres, on aura 3148 dixaines ; de ſorte qu'en ajoutant ces deux quantités en une ſeule, il viendra 36989 l. au produit, pour le prix des 787 toiſes de Maçonnerie, à raiſon de 47 l. la toiſe.

Remarque.

Il n'eſt pas abſolument neceſſaire de placer dans une Multiplication la petite quantité deſſous la grande ; car ainſi qu'il a été dit autre part, ce n'eſt que pour faciliter l'opération qu'on le fait la pluſpart du tems de cette ſorte. Suppoſons donc qu'il faille ſçavoir quel ſeroit le prix de 153 chevaux pour un équipage d'Artillerie à raiſon de 274 liv. chacun. On place pour cet effet ce que chaque cheval coûte (c'eſt-à-dire, les 274 liv.) deſſous la quantité de chevaux qui eſt ici 153.

Exemple.

On demande le prix de . . 153 chevaux
à raiſon de . . . . . 274 l. chacun.

	612
	1071
	306
Réponſe	41922 l.

Après quoi on multiplie la quantité d'en haut 153 par le 4 du nombre d'en bas, puis par le 7 des dixaines, & enfin par le 2 des centaines, ce qui étant exécuté & l'addition faite de ces trois produits particuliers; il vient au total 41922 l. pour le prix des 155 chevaux, à raiſon de 274 l. chacun.

Avertiſſement.

Si les quantités dont on ſe ſert dans les multiplications étoient toujours des entiers, c'eſt-à-dire, des toiſes ou des livres, ou des aunes, &c. Cette Regle ſeroit pour le moins auſſi aiſée à pratiquer que les deux précédentes; mais il arrive très-ſouvent, ou pour mieux dire preſque toujours, que ces entiers ſont ſuivis de ſous-eſpeces, ſoit à la quantité à multiplier, ſoit à la quantité qui multiplie, & même ſouvent aux deux enſemble, ce qui fait qu'on doit connoître les parties parfaites ou aliquotes de ces entiers de même que leurs parties imparfaites ou aliquantes.

Partie parfaite ou aliquotte d'un entier (de quelle nature qu'il ſoit) eſt celle qui le peut égaler lorſqu'elle eſt priſe un certain nombre de fois juſte; ainſi par exemple, 4 ſols ſont une partie parfaite ou aliquotte d'une livre valant 20 ſols, parce que 4 étant pris cinq fois & comparé avec vingt, égale préciſément ce nombre: de même 2 pieds ſont partie parfaite d'une toiſe, parce que 2 étant pris trois fois, égale 6, qui eſt ce que la toiſe contient de piés.

Partie aliquante ou imparfaite eſt celle qui ne peut égaler ſon tout lors qu'elle eſt priſe un certain nombre de fois juſte pour lui être comparée: ainſi 7 ſols ſont une partie imparfaite ou aliquante de la livre valant 20 ſols, parce que le nombre 7 étant pris deux fois n'égale pas une livre, & étant pris trois fois il la ſurpaſſe: par la même raiſon 5 piés ſont une partie imparfaite de la toiſe.

TABLE des Parties imparfaites de la Livre valant 20 Sols.

Pour 10 ſ. on doit prendre la moitié de ce que produit la livre.
Pour 6 ſ. 8 d. on en doit prendre le tiers.

Pour 5 ſ. on doit prendre le quart de ce que produit la livre.
Pour 4 ſ. le cinquiéme.
Pour 3 ſ. 4 d. le ſixiéme.
Pour 2 ſ. 6 d. le huitiéme.
Pour 2 ſ. - le dixiéme.
Pour 1 ſ. 8 d. le douziéme.
Pour 1 ſ. 4 d. le quinziéme.
Pour 1 ſ. 3 d. le ſeiziéme.

L'uſage de la Table précédente eſt facile ; car ſuppoſé qu'on veuille ſçavoir le prix d'une certaine quantité d'eſpeces, par exemple, de 468 Cravattes de ſoldat a raiſon de 10 ſols chacune : il n'y a qu'à conſiderer que ſi on achetoit ces Cravattes à 20 ſols, ou une livre chacune, elles coûteroient 468 l. & qu'à raiſon de 10 ſ. elles n'en doivent coûter que la moitié ; ainſi prenant la moitié de ce nombre on aura 234 liv. pour le prix des Cravattes.

Exemple.

On demande quel eſt le prix de 468 Cravattes
A raiſon de . . . . . , 10 ſols.

Reponſe . . . . . , 234 livres.

Autre.

On veut ſçavoir ce que coûteroient 785 Cordons de fourniment à raiſon de 6 ſ. 8 d. chacun. Cette Regle ſe réſoud de la maniere qui ſuit. Il eſt certain que les 785 Cordons de fourniment à 20 ſ. ou une liv. chacun coûteroient 785 l. mais leur prix eſt ſeulement de 6 ſ. 8 d. chacun, faiſant le tiers d'une livre, donc cette quantité de Cordons ne doit coûter que la troiſiéme partie de 785 l. de ſorte que le tiers de 7 cens font 2 cens & reſte 1 valant dix dixaines, leſquelles jointes aux 8 dixaines, qui ſuivent le 7 font 18, dont le tiers eſt 6 dixaines juſtes. Enfin, le tiers de 5 liv. qui ſuivent les 8 dixaines eſt 1 livre & reſte 2 qui valent 40 ſ. dont le tiers eſt 13 ſ. 4 d.

Exemple.

Le prix de 785 Cordons de fourniment
à raiſon de 6 ſ. 8 d. chacun

eſt de 261 - l. 13 ſ. - 4 d.

De même ſi on veut ſçavoir le prix de 2635 Poulverins à raiſon de 3 ſ. 4 d. chacun, il n'y a qu'à prendre la ſixiéme partie de 2635 l. parce que 3 ſ. 4. d. ſont la ſixieme partie de la livre, en diſant le ſixiéme de 26 eſt 4 & reſte 2, qui avec le chiffre ſuivant fait 23 dont le ſixiéme eſt 3 & reſte 5, lequel avec le chiffre qui ſuit fait 55, dont la ſixiéme partie eſt 9 & reſte 1, c'eſt-à-dire, une livre dont la ſixiéme partie eſt 3 ſ. 4 d.

Exemple.

On veut ſçavoir ce que coûteroient 2635 Poulverins
à raiſon de . . . . . 3 ſ. 4 d. chacun.

Réponſe . . . . . 439 l. 3 ſ. 4 d.

Autre.

Que ſi on propoſe de ſçavoir quel eſt le prix de 4953 quantités à raiſon de 2 ſ. chacune, il n'y a qu'à prendre le dixiéme de cette quantité, & ce ſera ce qu'il faut, parce que 2 ſols ſont la dixiéme partie de la livre, ainſi on trouvera 495 l. 6 ſ. mais ce qui ſuit eſt plus facile.

On demande quel ſeroit le prix de 2157 aunes de ruban de laine couleur de feu pour les nœuds d'épaule des ſoldats d'un Regiment d'Infanterie à raiſon de 2 ſ. l'aune.

Il eſt conſtant que 2 ſ. faiſant la dixiéme partie de la livre, il n'y auroit ſuivant les pratiques établies cy-deſſus, qu'à prendre la dixiéme partie de 2157, cela produit 215 l. 14 ſ. qui ſeroit le prix de

ce ruban : mais comme un dixième eſt aſſez difficile à prendre, ſur tout pour ceux qui ne ſont pas habitués au calcul, voici ce qu'on fait.

On ne peut douter que les 2157 quantités à raiſon de 2 ſ. chacune ne valent 2157 piéces de 2 ſ. or pour reduire les piéces de deux ſols en livres, il n'y a ſimplement qu'à retrancher le dernier chiffre de la droite, tous ceux qui précédent celui qui eſt retranché ſont des livres, & ce chiffre retranché ſe double pour en mettre le produit au rang des ſols : ainſi ayant retranché le dernier chiffre 7 des 2157, ceux qui le précedent, c'eſt-à-dire 215, ſont autant de livres qu'on met à leur rang, & le retranché 7 étant doublé fait 14 qu'on met au rang des ſols, de ſorte que les 2157 aunes de ruban de laine à 2 ſ. chacune coûteroient 215 l. 14 ſ.

Exemple.

Le prix de 2157 aunes de ruban de laine
à raiſon de 2 ſ. l'aune

eſt de . 215 l. 14 ſ.

La pratique de l'exemple précédent eſt non ſeulement aiſée, mais très-ſure, car le 7 retranché de la quantité à multiplier ſont ſept piéces de 2 ſols valant 14 ſ. qu'on a mis à leur rang : le 5 qui le précéde étoit cinquante piéces de 2 ſ. ou 5 l. qu'on a mis à leur rang : le 1 qui précéde le 5 étoit cent piéces de 2 ſ. ou une dixaine de livres qu'on a placée à ſon rang : enfin le 2 de la même quantité étoit deux mille piéces de 2 ſ. ou deux cens livres qu'on a auſſi placées à leur rang.

Autre.

De l'exemple précédent qui eſt appliqué à une certaine quantité d'eſpéces au prix de 2 ſ. chacune, on en tire une conſéquence juſte & facile pour le prix d'une quantité d'eſpeces à 1 ſ. chacune ; car il ne faut pour cela que retrancher le dernier chiffre de la droite de cette quantité, prendre la moitié de ceux qui le précedent pour

mettre au rang des livres, & le chiffre retranché tout ſimple ſe place au rang des ſols.

Exemple.

On demande le prix de 29524 rations de pain de munition à raiſon de . . . . . : . . 1 ſ. la ration.

Réponſe . . . . . 1466 l. 4 ſ.

Remarque.

C'eſt donc une regle generale pour réduire les piéces de 2 ſ. en liv. de retrancher le dernier chiffre de la droite, mettre tous ceux qui le précedent au rang des livres, puis doubler le chiffre retranché pour en mettre le produit aux ſols; & que pour réduire les ſols en liv. il faut faire la moitié de cette operation: c'eſt-à-dire qu'on n'a qu'à retrancher le dernier chiffre de la droite, prendre la moitié de ceux qui le précédent pour mettre au rang des livres, & placer le chiffre retranché aux ſols.

Les exemples que j'ai donné cy-deſſus ſont plus que ſuffiſants pour inſtruire à fond ſur l'uſage de la Table des parties parfaites ou aliquottes, de la livre. Il faut donc maintenant paſſer à l'explication de celle des parties imparfaites ou aliquantes.

TABLE des Parties imparfaites ou aliquantes de la Livre valant 20 ſols.

A 3 ſ. on prend comme pour 2 & 1, c'eſt-à-dire, le dixiéme & vingtiéme.
A 6 ſ. on prend comme pour 4 & 2, c'eſt-à-dire, le cinquiéme & dixiéme.
A 7 ſ. on prend comme pour 5 & 2.
A 8 ſ. on prend pour 4 ſ. deux fois.
A 9 ſ. comme pour 5 & 4.
A 11 ſ. comme pour 10 & 1.
A 12 ſ. on prend pour 10 & 2.

A 13 ſ.

A 13 ſ. comme pour 10, 2 & 1, ou pour 5, 4 & 4.
A 14 ſ. on prend pour 10 & 4.
A 15 ſ. pour 10 & 5.
A 16 ſ. comme pour 10 - 4 & 2, ou pour 10, 5 & 1.
A 17 ſ. comme pour 10 - 5 & 2.
A 18 ſ. comme pour 10 - 4 & 4.
A 19 ſ. pour - - 10 - 5 & 4

L'uſage de cette ſeconde Table n'eſt pas moins facile que celui de la précédente : car ſuppoſé qu'on veuille ſçavoir, par exemple, ce que pourroit coûter l'eſcavat d'un foſſé de Redoute contenant 764 toiſes cubes de terre à raiſon de 15 ſ. la toiſe.

Ayant diſpoſé les quantités à l'ordinaire, & comme on le voit cy-après, il n'y a qu'à conſiderer que 15 ſ. ſont la moitié & le quart d'une livre, & qu'ainſi les 764 toiſes de terre à raiſon d'une livre ou 20 ſ. chacune coûteroient 764 livres, de ſorte que pour 10 ſ. il n'y a qu'à prendre la moitié de ces 764, c'eſt-à-dire 382, & le quart du même nombre pour avoir 191, après quoi ajoutant ces deux derniers nombres enſemble on aura 573 l. pour le prix des 764 toiſes de terre à 15 ſ. la toiſe.

Exemple.

	764 toiſes de terre à 15 ſ. la toiſe
	382
	191
Coûteroient	573 l.

Autre.

Que ſi on demande quel eſt le prix de 1872 lames d'épée pour les Soldats d'un Regiment d'Infanterie à raiſon de 17 ſ. chacune :

on n'a qu'à conſiderer que cette quantité de lames d'épée ſur le pied de 20 ſols chacune coûteroient 1872 liv. qu'à raiſon de 17 ſ. elles n'en doivent coûter que la moitié, le quart & le dixiéme : de ſorte qu'ayant pris pour 10 ſ. la moitié, il viendra 936 liv. & pour 5 ſ. le quart, on aura 468 liv. Et enfin pour 2 ſ. le dixiéme, ou pour mieux faire ayant retranché le dernier chiffre de la droite & doublé le chiffre retranché, il viendra 187 l. 4 ſ. Si on ajoûte enſuite toute ces quantités particuliéres en une ſeule, le total ſera 1591 l. 4 ſ. pour la valeur des 1872 lames d'épée à 17 ſ. chacune.

Exemple.

Le prix de	. . .	1872 lames d'épée
à	. . .	17 ſ. chacune
		936
		468
		187-4
Sera	. . . . .	1591-4 ſ.

Avertiſſement.

Lors que les nombres dont on veut une ou pluſieurs parties ne ſont pas diſpoſés de façon qu'on puiſſe prendre ſur eux ces parties juſtes ſans aucun reſte, alors on réduit ce reſte en ſa ſous-eſpece, dont on prend auſſi la méme partie : ainſi voulant ſçavoir ce que vaudroient 779 gardes d'épée à 13 ſ. 4 d. chacune, on n'aura qu'à conſiderer que 13 ſ 4 d faiſant les deux tiers d'une livre, il n'y a qu'à prendre deux fois le tiers de 779 en diſant, le tiers de 7 cens eſt 2 cens & reſte 1 cent qui étant joint aux 7 dixaines ſuivantes ſont 17 dixaines, dont le tiers eſt 5 dixaines & reſte 2 dixaines, leſquelles étant jointes au 9 ſuivant ſont 29 dont le tiers eſt 9 & reſte 2 l. valant 40 ſ. dont le tiers eſt 13 ſ. 4 d. de ſorte qu'on aura 259 l. 13 ſ. 4 d. pour un tiers de 779, & doublant cette quantité il viendra 519 l. 6. ſ. 8 d. pour le prix des gardes d'épée.

Autre Multiplication dans laquelle ſe trouvent des Livres & des Sols.

La diſpoſition de cette Regle eſt la même que celle des précédentes ; car on place la quantité qui doit multiplier deſſous celle qu'on veut multiplier, en ſorte que les livres ſoient à leur rang & les ſols au leur comme le tout ſe voit cy-deſſous.

Exemple.

On demande quel eſt le prix de 543 fuſils à raiſon de chacun . . . 61. 15 ſ.

produit des ſix livres .	3258	
produit des dix ſols . .	271	10
produit des cinq ſols . .	135	15
Total	3665	5 ſ.

Après quoi ayant multiplié les 543 fuſils par les 61. ce produit ſe trouvera de 3258 l. Enſuite on prendra pour 10 ſ. la moitié de 543, parce que 10 ſ. font la moitié de la livre, & il vient 271 l. 10 ſ. Enfin on prend pour les 5 ſ. qui reſtent le quart de 543 ou la moitié de 271 l. 10 ſ. à cauſe que 5 ſ. font le quart de la livre ou la moitié de 10 ſ. Que ſi enſuite on ajoute toutes ces quantités particulieres en une ſeule, on trouvera au total 3665 l. 5. ſ. pour la valeur des fuſils au prix propoſé.

Remarque.

Après avoir donné la Table des parties parfaites ou aliquottes de la livre valant 20 ſols, de même que celle de ſes parties imparfaites ou aliquantes, je crois qu'il eſt néceſſaire d'en faire autant du ſol valant 12 deniers, afin que par l'application qui en ſera faite on puiſſe voir la facilité qu'on a de calculer toutes ſortes d'eſpeces.

TABLE des Parties parfaites ou aliquottes du ſol valant 12 deniers.

A 6 d. on prend la moitié de ce que produit le ſol ou le quart de ce que produiroient deux ſols.
A 4 d. on prend le tiers de ce que produit le ſol.
A 3 d. le quart.
A 2 d. le ſixiéme.
A 1 d. le douziéme.

L'uſage de cette Table dépend de la reduction des ſols en livres & des piéces de 2 ſols en livres, dont il a été parlé dans la page 304, ainſi que les pratiques ſuivantes le feront voir.

Exemple.

On demande le prix de 5442 fuſées de grenade à raiſon de . . . 6 d. chacune.

Réponſe . . . 136 l. 1 ſ.

On réſoudra cette queſtion en conſidérant que 6 d. étant le quart de 2 ſols ou la moitié d'un ſol, les 5442 fuſées de Grenade à 2 ſ. chacune coûteroient autant de piéces de 2 ſols, leſquelles étant reduites en livres comme il eſt enſeigné dans la pag. 304 produiroient 544 l. 4 ſ. d'où il faut conclure que la même quantité de fuſées à 6 d. chacune n'en doivent coûter que le quart, parce que ſix deniers ſont le quart de deux ſols : ainſi on retranche la derniere figure 2 de la quantité à multiplier, & on prend le quart des 544 qui précédent cette figure retranchée, ce qui produit 136 l. puis ayant doublé la figure retranchée 2 il vient 4 dont le quart eſt 1 ſol ; de ſorte que 5442 fuſées de Grenade à 6 d. chacune coûteroient 136 l. 1 ſ.

Que ſi au lieu de 6 d. qu'on ſuppoſe que chacune des fuſées valent, leur prix n'eût été que de 4 d. on auroit retranché la derniere figure 2 des 5442 & pris la ſixiéme partie de 544 qui précé-

dent cette derniere figure, & il ſeroit par ce moyen venu 90 l. Mais comme il reſte 4 l. valant 80 ſ. on les joindroit au double de la figure retranchée afin d'avoir 84 ſ. dont la ſixiéme partie eſt 14 ſ. de ſorte que les 5442 à raiſon de 4 d. chacune coûteroient 90 l. 14 ſ. Tout cela eſt facile à exécuter pour peu d'application qu'on y donne.

Exemple.

On demande le prix de 5442 fuſées de Grenade à raiſon de . . . 4 d. chacune.

Réponſe . . . . 90 l. 14 ſ.

TABLE des Parties imparfaites du ſol valant douze deniers.

A 5 d. on prend pour 3 & 2 ou pour 4 & 1.
A 7 d. on prend pour 4 & 3.
A 8 d. on prend pour 4 & 4 ou pour 6 & 2 ou encore mieux le tiers de ce que produiroient 2 ſ.
A 9 d. on prend pour 6 & 3.
A 10 d. on prend pour 6 & 4.
A 11 d. on prend pour 8 & 3, ou pour 6, 3 & 2.

L'uſage de cette Table dépend auſſi-bien que celui de la précédente de la reduction des ſols en livres & des piéces de 2 ſ. en liv. dont il a été parlé dans les pp. 302 & 304, de ſorte que ſi on ſuppoſe qu'un Munitionnaire ait fourni 12486 rations de pain à un Bataillon ſur le pied de 10 deniers la ration, & qu'on veuille ſçavoir quel en eſt le prix total; il n'y a premierement qu'à prendre pour 8 deniers & pour 2, de ſorte que prenant pour 8 d. le tiers de ce que coûteroient les 12486 rations à 2 ſ. chacune, on aura 416 l. 4 ſ. après quoi prenant pour les 2 d. reſtant le quart de ce qu'ont produit les 8 d. il viendra 104 l. 1 ſ. ainſi ajoutant ces deux produits en un ſeul on aura au total 520 l. 5 ſ. pour le prix des 12486 rations de pain à 10 d. chacune.

Exemple.

On veut ſçavoir le prix de . . 12486 rations de pain
à raiſon de . . . . . 10 d. chacune.

Si c'étoit à 2 ſ. la ration le prix ſeroit 1248 l. 12 ſ.

mais à 8 d. c'en eſt le tiers . . 416 l. 4 ſ.
& pour 2 d. le quart de ce nombre 104 1

dont l'addition des deux derniers fait 520 l. 5 ſ.

Autre.

On veut ſçavoir ce que coûteroient 8973 braſſes de meche à raiſon de 7 d. la braſſe : il faut en premier lieu avoir le prix de cette quantité de braſſe de meche au prix de 6 d. chacune, ce qui eſt aiſé en retranchant la derniere figure 3 de ce nombre & prenant le quart des trois figures 897 qui la précédent, parce que 6 d. étant le quart de 2. ſ. on doit pour ces 6 d. faire le quart de l'operation qu'on feroit pour 2 ſ. par ce moyen il viendra 224 l. Mais comme il reſte un ſur le dernier chiffre 7 de ce nombre 897 ; on doit conſidérer cette unité comme une livre valant 20 ſ. qu'on ajoutera au double du 3 retranché, ce qui fera 26 ſ. dont le quart ſera 6 ſ. 6 d. de ſorte que 8973 quantités à raiſon de 6 d. chacune couteroient 224 l. 6 ſ. & 6 d. de laquelle ſomme prenant la ſixiéme partie pour le 1 denier reſté ſur le chiffre 7 du multiplieur, on aura 37 l. 7 ſ. 9 d. qu'on ajoutera avec les 224 l. 6 ſ. 6 d. afin d'avoir 261 l. 14 ſ. 3. d. pour le tout.

Exemple.

On demande le prix de 8973 braſſes de meche à raiſon de . . 7 d. la braſſe

pour ſix deniers . .	224 l.	6 ſ.	6 d.
pour un denier . .	37	7	9
Réponſe	261 l.	14 ſ.	3 d.

Multiplication dans laquelle il y a des livres, ſols, & deniers.

Cette Regle eſt un compoſé de la multiplication d'une certaine quantité d'eſpéces par des livres : de la même quantité par des ſols ; & de la même qnantité par des deniers : ainſi, par exemple, on nous propoſe de ſçavoir à combien pourroient revenir 254 armemens de Cavalier ſur le pied de 25 l. 16 ſ. 4 d. chacun : il faut pour cela diſpoſer ces deux quantités l'une deſſous l'autre, ſuivant l'ordre qui a déja été établi, & comme on voit ici.

Exemple.

On veut ſçavoir quel eſt le prix de 254 armemens de Cavaliers ſur le pied de 25 l. 16 ſ. 4 d. chaque.

pour le prix du 5 du nombre .	1270
pour le prix des 2 dixaines . .	508
pour 10 ſ.	127
pour 5 ſ.	63-10
pour 1 ſ.	12-14
pour 0 . . 4 d.	4- 4- 8
Réponſe	6557 l. 8 ſ. 8

La Regle étant diſpoſée comme en cet exemple, on multipliera les 254 armemens de Cavalier par le 5 qui eſt au nombre des livres, puis par les deux dixaines ainſi qu'on l'a pratiqué aux regles ordinaires, après quoi on prendra les parties parfaites de la livre qui conviennent à 16 ſ. c'eſt-à-dire pour 10-5 & 1, & enſuite pour les 4 d. reſtant on prendra le tiers de ce qu'a produit le ſol, parce que 4 d. ſont le tiers d'un ſol, & ayant ajouté toutes ces quantités particuliéres en une ſeule, on trouvera 6557 l. 8 ſ. 8 d. pour les armemens propoſés.

Autre.

On demande quel eſt le prix de 854 paires de piſtolets à raiſon de 7 l. 7 ſ. 6 d. chacune. Pour réſoudre cette Regle il faut diſpoſer les deux quantités qui la compoſent de la même façon qu'on le voit à l'exemple ſuivant.

Exemple.

Le prix de . . . . 854 paires de piſtolets
à raiſon de . . . . 7 l. 7 ſ.-6 d. chacune.

produit des 7 l. . . .	5978
produit des 5 ſ. . . .	213-10
produit des 2 ſ. 6 d. .	106-15
addition du total . .	6298 l. 5 ſ.

Après avoir diſpoſé les quantités l'une deſſous l'autre, comme il vient d'être dit, & comme on le voit dans l'exemple précédent; on multipliera les 854 paires de piſtolets par les 7 l. du multiplieur: puis pour 5 ſ. des 7 qui ſe trouvent à la même quantité on prendra le quart des mêmes 854, enſuite la moitié de ce qu'auront produit ces 5 ſ. pour les 2 ſ. 6 d. reſtant, & ayant aſſemblé toutes ces quantités en une, on trouvera 6298 l. 5 ſ. pour le prix des piſtolets.

Remarque.

Remarque.

Les quantités qu'on veut multiplier par d'autres quantités ſuivies de ſous-eſpeces d'une autre nature que des ſols & des deniers ne changent point l'ordre de la Regle. Ainſi les toiſes qu'on multiplie par des toiſes & piés, ou par des toiſes, piés & pouces, ou enfin par des toiſes, piés, pouces & lignes, ont toujours une même diſpoſition, & il ne faut ſimplement que ſçavoir combien une toiſe contient de piés, combien un pié contient de pouces, & enfin combien un pouce contient de lignes; après quoi il ſera facile de réſoudre la Regle en prenant ſur la quantité à multiplier les parties parfaites qui conviennent aux ſous-eſpeces du multiplieur, ainſi qu'on le verra dans les pratiques ſuivantes.

Exemple.

On demande la ſuperficie d'un rectangle

de . . . . . 465 toiſes de long

ſur	toiſes, 23	piés, 2	pouces, 5	lignes. 4
produit des 3 toiſes	1395			
produit des 2 dixaines . . .	930			
produit des 2 piés	155			
produit de 4 pouces . . .	25	5		
produit de 1 pouce . . .	6	2	9	
produit des 4 lignes	2	0	11	
	toiſes,	piés,	pouces.	
Total de la multiplication . .	10884	2	8	

La Regle dont l'exemple eſt cy-deſſus ſe reſoudra, ſi on multiplie en premier lieu les 465 toiſes de long par les 23 toiſes de large, comme aux multiplications ordinaires; après quoi on prendra le tiers des mêmes 465 pour les 2 piés de la largeur, parce que 2 piés ſont le tiers d'une toiſe, ce qui produira 155 toiſes : enſuite

on prendra pour 4 pouces des 5 d'enbas la ſixiéme partie de ce qu'ont produit les 2 piés, parce qu'on ne peut prendre pour 5 pouces tout d'un coup & pour le pouce qui eſt reſté ſur le 5, on prendra le quart de ce qu'ont produit les 4 pouces. Enfin pour les 4 lignes de la largeur, on prendra le tiers de ce qu'a produit le pouce, & par ce moyen la Regle ſera faite à l'addition près qui ſera aiſée à faire.

Autre Exemple.

	toiſes, piés, pouces.			
Sçavoir quel eſt le prix de	258	5	6	d'ouvrage
à raiſon de	9 l. 15 ſ. la toiſe.			

produit des 258 toiſes par 9 l.	2322		
produit des mêmes toiſes par 10 ſ.	129		
produit par 5 ſ.	64	10	
produit des 3 piés	4	17	6
produit des 2 piés	3	5	0
produit des 6 pouces	0	16	3
	2524	8	9 d.

Ayant multiplié les 258 toiſes de la Regle propoſée dans l'exemple cy-deſſus par les 9 l. 15 ſ. comme aux Regles ordinaires, on prendra la moitié du prix de la toiſe, c'eſt-à-dire, la moitié de 9 l. 15 ſ. pour 3 des 5 piés qui ſuivent les toiſes, parce qu'on ne ſçauroit prendre pour ces 5 tout d'un coup : & pour les deux piés reſtés ſur le 5, on prendra le tiers des mêmes 9 l. 15 ſ. parce que 2 piés ſont le tiers d'une toiſe. Enfin pour 6 pouces on prendra le quart de ce qu'ont produit les deux piés, parce que ſix pouces ſont le quart de deux piés : ce qui étant fini, on ajoutera toutes ces quantités en une ſeule pour avoir le produit total, lequel ſe trouvera de 2524 l. 8 ſ. 9 d.

Avertiſſement.

J'aurois pû donner quelques exemples de multiplication de toiſes, piés, pouces & lignes, par des toiſes, piés, pouces & lignes : mais comme j'ai traité cette matiere très-à-fond dans les trois & quatriéme parties de ma Geometrie-pratique de l'Ingenieur, & que d'ailleurs ces ſortes de multiplications ne regardent préciſement que le Toiſé, j'y renvoye ceux qui en ſeront curieux pour éviter les inutilités.

Les parties parfaites ou aliquotes & les parties imparfaites ou aliquantes, dont je me ſuis ſervi dans les multiplications que j'ai expliquées juſques ici, m'ont paru plus aiſées que les autres methodes dont quelques-uns ſe ſervent pour abreger leurs regles, parce que ces pratiques abregées ne ſont point generales pour toutes ſortes de quantités ſuivies de ſous-eſpeces : & que d'ailleurs on a de la peine à ſe faire entendre dans les explications qu'on en fait à ceux qui ſont peu verſez dans le calcul ; & après tout quand une fois on poſe bien ces parties parfaites & imparfaites, il eſt auſſi facile de s'en ſervir que de quelqu'autre methode que ce ſoit : je donnerai pourtant ici deux exemples de ces multiplications abregées, afin que ceux qui en ſont curieux ſe puiſſent ſatisfaire, & qu'on voye qu'à moins que les Sols qui ſuivent les Livres du multiplieur ne ſoient en nombre pair, il en faut pour ainſi dire toujours revenir aux parties parfaites & aux parties imparfaites.

Exemple.

On demande le prix de 246 Piques à raiſon de . . . . . 1 l. 16 ſ. chacune.

246
196 - 16

442 l. . 16

Après avoir multiplié les piques à l'ordinaire par la livre, au lieu de prendre pour 10. 5. & 1 ſ. ou pour 10. 4 & 2 comme on le fait

aux parties parfaites pour les 16 ſ. qui ſe trouvent ici, il faudra prendre la moitié de ce nombre qui eſt 8, avec lequel on multipliera chaque chiffre de la quantité d'en haut, diſant 8 fois 6 ſont 48 (or voici où conſiſte la beauté & l'abreviation de cette pratique) on double le dernier de ces deux chiffres qui eſt 8, & on en poſe le produit 16 au rang des Sols retenant le premier chiffre 4, pour le porter au rang des livres; ce qui ſe fait en diſant 8 fois 4 ſont 32 & 4 de retenus ſont 36: on poſe le 6 au rang du nombre des livres & on retient les 3 dixaines pour les porter en leur rang: enfin on dit 8 fois 2 ſont 16 & 3 de retenus ſont 19, on poſe le 9 au rang des dixaines & on avance le 1 au rang des centaines: de ſorte que 246 piques à 16 ſ. chacune coûteroient 196 l. 16 ſ.

Il ne ſera pas mal aiſé de faire concevoir la verité de cette pratique à ceux qui ſont un peu verſez dans le calcul, car en prenant la moitié de 16 il vient 8 qu'on doit conſiderer comme 8 pieces de 2 ſ. avec leſquelles multipliant 6, qui eſt le premier chiffre de la quantité d'en haut, on a 48 pieces de 2 ſ. valant 4 l. 16 ſ. ce qui fait qu'on poſe les 16 ſ. à leur rang, & on retient les 4 l. pour les porter au leur: le reſte de la Regle eſt trop clair pour avoir beſoin d'interpretation.

Autre Exemple.

Quand le nombre des Sols eſt pair l'operation eſt aiſée, ainſi qu'on l'a vû dans le précedent exemple; mais s'il eſt impair, & qu'outre cela il y ait des deniers, la difficulté eſt pour le moins auſſi grande qu'en ſe ſervant des parties parfaites ou des parties imparfaites, ainſi qu'on le verra dans la pratique ſuivante.

On demande ce que valent 563 aunes de drap à raiſon de . . . . . 5 l. $\frac{6}{13}$ ſ. 4 d. l'aune

	2815		
	337	. 16	
	28	. 5	
	9	. 7	8
Réponſe	3190	. 6 ſ.	8 d.

Les 563 aunes de drap ayant été multipliées à l'ordinaire par les 5 livres, on prend la moitié de 12 qui eſt le plus grand nombre pair qui puiſſe être contenu dans les 13 ſ. & on fait avec cette moitié 6 la même multiplication qu'au précedent exemple, après quoi pour 1 ſ. reſtant ſur 13 on ſe ſert de la pratique enſeignée dans la page 303 & à l'égard des 4 d. qui ſuivent les 13 ſ. on prend le tiers de ce qu'a produit le ſol.

Avertiſſement.

Ce ſeroit ici le lieu d'expliquer pluſieurs pratiques ou reductions qui dépendent de la multiplication; mais je les reſerve pour la troiſiéme partie de ce Livre où je traiterai amplement des reductions.

Preuve de la Multiplication.

Comme je fais la preuve de cette troiſiéme Regle generale par la Diviſion, ce ne ſera qu'après avoir expliqué cette diviſion que je donnerai la preuve de celle-ci, ne pouvant me reſoudre à me ſervir des preuves de neuf ou de ſept à cauſe qu'elles ſont défectueuſes.

DE LA DIVISION.

Quatriéme Regle générale.

CHAPITRE VII.

Définition.

LA Diviſion nous enſeigne à partager une quantité en autant de parties égales qu'on veut, ou ce qui eſt la même choſe, elle fait voir combien de fois le diviſeur eſt contenu dans la quantité à diviſer.

Il y a ſuivant cette définition trois nombres dans la Regle de diviſion, qui ſont la quantité *à diviſer* ou à partager, la quantité

qui partage ou le *diviſeur*, & enfin le reſultat de la Regle qu'on nomme *Quotient*.

Quand le diviſeur n'excede pas le nombre 10, il eſt inutile de faire une diviſion ; on prend ſeulement ſur la quantité à partager la partie parfaite qui convient au diviſeur : ainſi voulant partager 2115 l. à 9 perſonnes il n'eſt pas néceſſaire de faire une diviſion dans les formes, mais on prend ſeulement la neuviéme partie de cette ſomme, afin d'avoir 235 l. pour la part de chacune des 9. perſonnes.

Exemple.

Diviſer ou partager 2115 livres en 9 parties égales

Il vient pour chacune 235 au reſultat.

Mais quand le diviſeur eſt de deux chiffres dont la valeur excede 10, ou bien qu'il eſt de trois, de quatre, ou de plus de chiffres, on ne ſçauroit que très-mal aiſément ſe ſervir de la pratique que je viens d'expliquer : ce qui fait qu'on diviſe peu à peu la quantité totale par le diviſeur en avançant chaque poſition d'un degré tirant de la main gauche vers la droite, au contraire des autres Regles où la progreſſion ſe fait en tirant de la droite à la gauche.

Remarque.

Le diviſeur ſe poſe toujours dans cette Regle deſſous les premiers chiffres à gauche de la quantité à diviſer, pourvû que les chiffres qui ſont immédiatement au-deſſus de ce diviſeur, le contiennent au moins une fois, parce qu'autrement ce diviſeur ne ſeroit pas bien placé, ainſi qu'on le voit dans la poſition ſuivante, où le diviſeur 42 ne peut être contenu une fois dans 11 qui ſont préciſement au-deſſus, ce qui fait qu'on doit avancer ce diviſeur 42 d'un degré vers la droite, c'eſt-à-dire qu'il le faut placer deſſous 110 valeur des trois premiers chiffres de la quantité à diviſer.

11046
42

La position étant faite comme elle doit l'être, & comme on le voit dans l'exemple qui suit, on cherche combien de fois 110 qui sont les trois premiers chiffres de la quantité à diviser peuvent contenir le diviseur 42, mais comme il est embarrassant de le connoître tout d'un coup, à cause des grands nombres qui fatiguent la memoire, on dit seulement en 11 combien de fois 4, & ayant trouvé qu'il y est 2 fois, on raisonne de la maniere suivante : il est constant que 11 peuvent contenir 4 deux fois ; mais comme ce n'est pas tout, parce qu'il s'agit de sçavoir si 110 contiennent 42, qui sont précisement dessous, aussi deux fois : supposons donc qu'on ait placé le 2 au quotient, on diroit 2 fois 4 sont 8, qui ôté de 11, qu'on voit au-dessus du 4, il reste 3, lequel joint au 0 qui suit le 11, fait 30, & qui est un nombre plus que suffisant pour contenir deux fois le 2 du diviseur, d'où l'on conclud que 110 contiennent au moins 2 fois 42 :

3
11046 } 2
42

Ce qui fait qu'on place 2 au quotient, avec lequel multipliant chaque chiffre du diviseur 42, en commençant par le nombre 2 & poursuivant par les dixaines 4, on ôte le produit de cette multiplication des chiffres qui sont au-dessus si cela se peut : car autrement on emprunte autant de dixaines qu'on en peut avoir besoin pour joindre au chiffre de dessus le nombre du diviseur afin d'en faire la Soustraction : ainsi dans l'exemple qui suit, on multiplie.

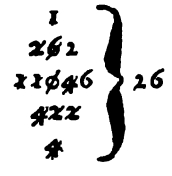
Exemple.

26
11046 } 2
42

Le chiffre du nombre du diviseur (qui est ici un 2) par le chiffre du quotient qui se trouve aussi un 2 ici, & comme le produit 4

de cette multiplication ne peut être ôté du 0 qui eſt juſtement au-deſſus du nombre du diviſeur, on emprunte une dixaine ſur les chiffres qui précedent ce 0, avec laquelle l'ajoutant, cela fait 10, dont ôtant le 4 produit par la multiplication, il reſte 6, qu'on place préciſément deſſus le 0, & on retient la dixaine empruntée pour la porter aux dixaines, coupant en même temps le 2 du diviſeur de même que le 0 d'un trait chacun, pour marquer qu'ils ont fait leur fonction: après cela on multiplie le 4 du diviſeur par le 2 du quotient, ce qui produit 8 dixaines, auſquelles ajoutant la dixaine retenuë, on aura 9, qu'on ôtera des 11 qui ſont au-deſſus, & il reſtera 2, on placera ce 2 au-deſſus du 11. qu'on aura ſoin de couper, de même que le 4 du diviſeur chacun d'un trait, pour faire voir qu'ils ne valent plus rien, de ſorte que 110 contient 42 deux fois & 26 de reſte.

Pour venir à la ſeconde pratique, on avance le diviſeur 42 d'un degré vers la droite plus qu'à la premiere poſition, c'eſt-à-dire qu'on le place deſſous 264, & on dit en 26 combien de fois 4, il s'y trouve 6 fois; mais comme il eſt encore néceſſaire de voir ſi 264 peuvent contenir 6 fois 42 qui ſont au-deſſous, il faut faire la même reflexion qu'à l'article ci-deſſus, c'eſt-à-dire ſuppoſer le 6 au quotient avec lequel multipliant le 4 qui eſt le premier chiffre du diviſeur, il viendra 24, leſquels étant ôtez de 26 qu'on voit deſſus ce 4, il reſteroit 2, lequel joint avec le 4 de la quantité à diviſer feroit 24, qui eſt plus qu'il ne faut pour contenir 6 fois le 2 du diviſeur.

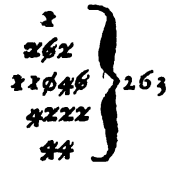


De ſorte que cet examen étant fait, on place le 6 au quotient, puis on dit 6 fois 2 ſont 12, qui ôté du 4 d'au-deſſus ne peut, on emprunte donc une dixaine ſur les chiffres qui précedent ce 4, avec laquelle on l'ajoute, ce qui fait 14, dont ôtant 12, reſtera 2, qu'on placera au-deſſus du 4 de la quantité à diviſer, & on coupera le 2 du

diviſeur

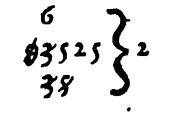
diviſeur & les 26 dont on vient de parler : par-là on verra que 264 contiennent 6 fois 42, & qu'il reſte 12.

En troiſiéme lieu, on poſe le diviſeur 42 plus avant d'un degré vers la droite, c'eſt-à-dire qu'on le place deſſous 126, qui reſtent, pour achever la Regle ; & on dit en 12 combien de fois 4, il s'y trouve trois fois, or comme le 6 d'en haut peut auſſi contenir 3 fois le 2 du diviſeur, il eſt certain que 126 contiennent 42 trois fois juſte, ainſi on place le 3 au quotient, & on fait la même operation que celle qu'on vient d'expliquer, en diſant 3 fois 2 ſont 6, qu'on ôtera du 6 qui eſt le dernier chiffre de la quantité à diviſer, il ne reſtera rien ; enſuite on dira 3 fois 4 ſont 12, qui ôté des 12 qu'on voit ſur le 4, il ne reſtera non plus rien ; de ſorte que 11046 l. étant partagées à 42 perſonnes, on trouvera qu'il vient à chacune juſtement 263 l.



Autre Diviſion.

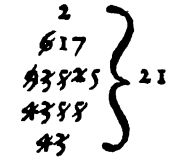
Un Meſtre de camp fait achetter 435 chevaux pour monter ſon Regiment, leur prix total eſt de 93525. l. on demande quelle eſt la valeur particuliere de chaque cheval (ce qui ſuppoſe qu'ils ſoient tous à un même prix.) Il faut pour cela diſpoſer le diviſeur 435 deſſous les trois premiers chiffres qui ſont à gauche de la quantité à diviſer & faire les mêmes operations qu'à la Regle précedente.



Ainſi il faut conſiderer combien de fois 435 peuvent être contenus dans 935 qui ſont immediatement au-deſſus, or voyant qu'ils ne peuvent y être que deux fois : on place ce 2 au quotient, avec

lequel on multiplie chaque chiffre du diviſeur, en commençant ainſi qu'il a été dit par celui de la droite, ôtant le produit de cette multiplication du chiffre qui eſt au-deſſus, en obſervant d'emprunter autant de dixaines qu'il en faut, ſur les chiffres qui précedent celui duquel on doit ôter : on dit donc en 9 combien de fois 4, il y eſt 2, qu'il faut placer au quotient, & dire 2 fois 5 ſont 10, leſquels on ne peut ôter du 5 qui eſt au-deſſus dans la quantité à diviſer, ce qui fait qu'on emprunte une dixaine, laquelle jointe à ce 5 fait 15, ſi de ce nombre on en ôte le 10 produit de la multiplication du 5 d'en bas par le 2 du quotient, il reſtera 5, & on retient la dixaine empruntée, coupant le 5 du diviſeur qui a fait ſa fonction, enſuite on dit deux fois 3 ſont 6 & 1 de retenu ſont 7, qui ôté du 3 qu'on voit au-deſſus dans la quantité à diviſer, ne peut, il faut donc emprunter 1 ſur le chiffre qui le précede, & cet 1 eſt une dixaine, qui avec le 3 fait 13, dont ôtant le 7, reſte 6, qu'on met au-deſſus du 3, retenant la ſeconde dixaine qui a été empruntée, puis on coupe le 3 d'en bas & le 3 d'en haut, parce qu'ils ne valent plus rien : après cela on dira 2 fois 4 ſont 8, & 1 de retenu ſont 9, qui ôté du 9 de la quantité à diviſer qui eſt ſur le 4 du diviſeur, il ne reſtera rien, on coupe le 4 & le 9, & par ce moyen on voit que 935 qui ſont les trois premiers chiffres à gauche de la quantité à diviſer contiennent le diviſeur 435 deux fois & 65 de reſte.

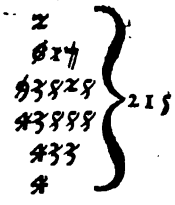
Pour la ſeconde operation on avance le diviſeur 435 d'un degré vers la droite, c'eſt-à-dire qu'ici on le place deſſous 652,



& on dit en 6 combien de fois 4, il n'y eſt qu'une fois, on place cet 1 au quotient, & on dit, une fois 5, ôté du 2 qui eſt au-deſſus, ne peut ; ce qui oblige d'emprunter une dixaine, laquelle jointe à ce 2 fait 12, dont ôtant 5, reſte 7 qu'il faut placer au-deſſus du 2. & retenir la dixaine empruntée, obſervant de couper

le 5 & le 2 qui ont fait leur fonction : Puis on dit une fois 3 & 1 de retenu ſont quatre, qui ôté du 5 qu'on voit au deſſus, reſte 1, il faut couper le 3 & le 5 ne retenant rien, parce qu'on n'a rien emprunté; enſuite on dira une fois 4, qui ôté du 6 qu'on voit au-deſſus, reſte 2.

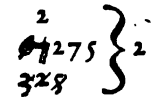
Enfin il faut dans la troiſiéme & derniere operation de la préſente Regle avancer le diviſeur 435 encore d'un degré vers



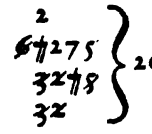
la droite, c'eſt-à-dire en cet endroit deſſous 2175, puis dire en 21 combien de fois 4, il s'y trouve 5, qu'on place au quotient, & on acheve la Regle en ſuivant ce qui a été dit dans les articles précedens, ce qui étant fait, on trouvera que chacun des chevaux propoſés revient à 215 l.

Avertiſſement.

Il arrive très-ſouvent dans une diviſion faite à pluſieurs repriſes, que le reſtant de la premiere pratique, ou de la ſeconde, ou de la troiſiéme, &c. étant joint au chiffre qui ſuit, le reſtant ne peut contenir le diviſeur, ainſi qu'on le voit dans cet exemple, où l'on ſuppoſe qu'une terre contenant 325 arpens ait coûté 67275 l. car ayant placé le diviſeur 325 deſſous 672 qui ſont les trois premiers chiffres à gauche de la quantité à diviſer, on trouve que ce diviſeur y eſt contenu deux fois, & qu'il reſte 22; or ce nombre reſtant joint au 7 qui ſuit faiſant en tout 227 ne ſçauroit contenir une fois le diviſeur 325 qu'on eſt obligé de poſer deſſous dans la ſeconde operation.

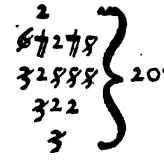


Quand ces ſortes de cas arrivent, on place un zero au quotient, après quoi on coupe tous les chiffres du diviſeur de cette poſition, laiſſant ceux qui ſont au-deſſus de leur état : ainſi voyant que 227 ne peuvent contenir 325, qu'on place immédiatement deſſous, on met 0 quotient & on coupe 25 laiſſant 227 dans l'état qu'ils



ſont, parce que 325 fois 0 n'eſt rien, qui étant ôté de 227, il reſte la même quantité : on feroit encore la même choſe ſi ce qui ſe trouve deſſus le diviſeur dans une troiſieme poſition ne le pouvoit pas contenir au moins une fois.

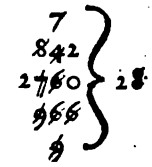
Ce qui vient d'être dit étant bien exécuté, on achevera la Regle en avançant le diviſeur 325 deſſous 2275 qui ſont reſtez de l'operation précedente du dernier chiffre de la quantité à diviſer, & on trouvera qu'il y eſt contenu 7 fois : on place donc ce 7 au quotient



& on acheve la Regle comme il a été dit aux exemples précedens, de ſorte que cette Regle étant achevée, on trouvera que chaque arpent de la terre achettée coûteroit 207 l.

Remarque.

Quand il reſte quelque choſe après une diviſion faite, on reduit ce reſtant en la ſous-eſpece qui doit ſuivre les entiers & on diviſe le produit par le même diviſeur : ainſi ſuppoſé qu'on ait fait 96 habits de ſoldat qui ont coûté en tout 2760 l. on demande quel eſt le prix de chacun de ces habits : ayant diviſé les 2760 l. par les 96 habits en ſe ſervant des pratiques pareilles à celles qui ont été expliquées ci-devant, on trouvera 28 l. au quotient ; mais comme il reſte encore 72 l. il les faudra reduire en ſols, & on aura 1440 ſ. leſquels étant partagez au même diviſeur 96, il viendra 15 ſ. au quotient, & par ce moyen chaque habit reviendroit à 28 l. 15 ſ.



Lorſqu'il y a des ſous-eſpeces avec les entiers de la quantité à diviſer, comme par exemple des ſols avec des livres, ou des pieds avec des toiſes, & qu'il n'y en a point au diviſeur, c'eſt-à-dire que ce diviſeur n'eſt que des quantités d'une même valeur : il faut en premier lieu diviſer les entiers de la quantité qui doit être partagée par le diviſeur comme à l'ordinaire, après quoi on reduit ce qui reſte en même ſous-eſpece que celle qui ſuit les entiers avec laquelle on ajoûte ce reſte réduit & le produit ſe partage encore au même diviſeur : ainſi dans l'exemple ſuivant ſuppoſons que le pavé d'une place d'armes de figure quarré long contienne 1380 toiſes 4 piés 4 pouces, & que la longueur d'un des côtés de cette figure ſoit de 29 toiſes : on demande qu'elle eſt la longueur de l'autre côté : il faut en premier lieu diviſer les 1380 toiſes, que la figure contient en ſuperficie par ſon côté connu 29, il viendra au quotient 47 : mais il reſte 17 toiſes qu'on réduira en piés en les multipliant par 6, & il viendra 102, leſquels étant ajoutes avec les 4 piés qui ſuivent les 1380 toiſes,

feront 106 piés, qu'on diviſera par le même 29, & il viendra au quotient 3 ; mais comme il reſte encore 19 piés, on les réduira en pouces en les multipliant par 12, à quoi on ajoûtera les 4 pouces qui ſuivent les piés de la quantité à diviſer, ce qui fera 232 pouces, leſquels étant diviſés par le même 29 produiront 8 pouces au quotient ſans faire aucun reſte, d'où il ſera aiſé de conclure que l'autre côté de la place d'armes a 47 toiſes 3 piés 8 pouces de longueur juſte.

Premiere operation.

1
227
2380 } 47
299
2

2. operation.

17 Toiſ.
6

102
4

106

3. operation.

19
286 } 3
29

4. operation.

19 Piés.
12

38
19
4

232

5. operation.

232 } 8
29

Que s'il ſe trouvoit qu'il y eût des ſous-eſpeces, tant à la quantité à diviſer qu'au diviſeur, on les reduiroit l'une & l'autre en la plus baſſe des ſous-eſpeces, après quoi on feroit la diviſion à l'ordinaire : ainſi ſuppoſé qu'une certaine quantité d'armemens de ſoldats ſur le pied de 17 l. 3 ſ. 6 d. chacun ayent coûté en tout la ſomme de 2267 l. 2 ſ. on demande quelle eſt la quantité de ces armemens. L'on réſoudra cette queſtion en reduiſant premierement le total 2267 l. 2 ſ. en deniers, pour avoir 544104 d. qui ſera la quantité à diviſer ; en ſecond lieu, on reduira le prix particulier 17 l. 3 ſ. 6 d. auſſi en deniers afin d'avoir 4122 d. pour le diviſeur, de ſorte que divi-

ſant la premiere de ces deux quantités par l'autre, on trouvera au quotient 132 pour le nombre des armemens.

Remarque.

On a reduit les quantités précedentes en deniers, parce qu'il y en a au diviſeur; car s'il n'y avoit eu que des livres & ſols, on auroit fait ſeulement la reduction en ſols.

Il en ſeroit de même ſi l'on avoit eu d'autres ſous-eſpeces que des ſols & deniers, de ſorte que s'il falloit par exemple diviſer 1710 toiſes par 35 toiſes 3 piés 9 pouces, on reduiroit ces deux quantités en pouces, & on diviſeroit 123120 qui eſt la grande quantité reduite en pouces, par 2565. qui eſt la petite quantité auſſi réduite en pouces, parce que le quotient 48 toiſes ſeroit ce qu'il faut. On doit une fois pour toutes ſe bien mettre dans la tête que d'abord que le diviſeur eſt compoſé de pluſieurs valeurs, on ne peut s'en ſervir à moins que de le reduire premierement en la plus baſſe des ſous-eſpeces, parce qu'il ne peut être compoſé de pluſieurs valeurs.

La diviſion ſert à faire les réductions des petites eſpeces en d'autres plus grandes : ainſi lorſqu'on veut réduire par exemple des deniers en ſols, il n'y a qu'à les diviſer par 12, à cauſe que le ſol vaut 12 deniers, & ſi on les veut réduire en livres, il les faut diviſer par 240, parce que la livre vaut 240 deniers : de même ſi on veut reduire les pouces en toiſes, il faudra diviſer les pouces par 72, parce que la toiſe contient 72 pouces, & ainſi des autres eſpeces.

La multiplication au contraire ſert à reduire les groſſes eſpeces en d'autres plus petites, comme par exemple les piſtoles en livres ou en ſols, de même que les toiſes en piés ou pouces ou lignes, les marcs en onces ou gros, &c.

PREUVE DE LA DIVISION.

Cette Regle ſe prouve par la multiplication, c'eſt-à-dire par une pratique toute contraire à la ſolution : je prendrai pour cela l'exemple dont j'ai parlé dans la page 325, où ayant propoſé 2760 l. pour le prix de 96 habits de ſoldat, on y demande quelle eſt la valeur

particuliere de chacun de ces habits; or ayant trouvé qu'elle eſt de 28 l. 15 ſ. ſi on veut prouver cette Regle, il ne faut que multiplier le quotient 28 l. 15 ſols par le diviſeur 96 habits; car s'il vient juſte au produit 2768 l. la Regle ſera bonne, ſinon, elle ſera mal faite, parce que c'eſt effectivement la quantité qui avoit été diviſée.

De même ſçachant ainſi qu'il a été dit dans la page 326, qu'une place d'armes de figure quarré long contient 1380 toiſes 4 piés 4 pouces de ſuperficie & 29 toiſes pour la longueur d'un de ſes côtés, on a trouvé par la diviſion que l'autre côté eſt de 47 toiſes 3 piés 8 pouces, on verra ſi la Regle eſt bonne en multipliant le côté trouvé 47 toiſes 3 piés 8 pouces, par le côté connu 29 toiſes, parce que s'il vient préciſément la ſuperficie qui eſt 1380 toiſes 4 piés 4 pouces, l'operation ſera bonne, mais s'il vient plus ou moins elle aura été mal faite.

PREUVE DE LA MULTIPLICATION & de la diviſion l'une par l'autre.

Comme j'ai dit dans la page 317, que je ne pouvois me reſoudre à me ſervir de la preuve de neuf ni de celle de ſept pour la multiplication, à cauſe qu'elle eſt fautive, & que je me reſolvois à prouver cette Regle par la diviſion lorſque je l'aurois expliquée, je crois que c'eſt ici le véritable endroit de la placer.

Pour le faire donc d'une maniere aiſée, je me ſerviraï du même exemple que j'ai donné dans la page 311, où il eſt propoſé de ſçavoir ce que coûteroient 254 armemens de cavalier à raiſon de 25 l. 16 ſ. 4 d. chacun; car ayant trouvé qu'ils coûtent 6557 l. 8 ſ. 8 d. pour en faire la preuve, c'eſt-à-dire voir ſi la Regle eſt bien faite, il ne faut que diviſer ainſi qu'il eſt dit dans la page 311, la ſomme totale 6557 l. 8 ſ. 8 d. par la quantité d'armemens 254 afin d'avoir au quotient le prix particulier 25 l. 16 ſ. 4 d. car s'il y a plus ou moins, la Regle ne ſera pas bonne, parce que la diviſion ayant la proprieté de renverſer ce que la multiplication a fait, il eſt certain que la quantité totale contenant le prix particulier autant de fois que les eſpeces (c'eſt-à-dire ici les armemens) contiennent 1. ſi on diviſe ce total par la quantité des eſpeces, on doit trouver le prix particulier au quotient.

Remarque.

Remarque.

Si la ſomme totale 6557 l. 8 ſ. 8 d. & le prix particulier 25 l. 16 ſ. 4 d. étant connus on propoſoit de ſçavoir combien il y a d'armemens de cavalier, il faudroit reduire le prix total 6557 l. 8 ſ. 8 d. en deniers pour avoir la quantité à diviſer, & reduire auſſi le prix particulier 25 l. 16 ſ. 4 d. en deniers pour avoir le diviſeur, après quoi diviſant la premiere de ces quantités reduites par l'autre il viendra au quotient les 254 armemens; car s'il y avoit plus ou moins la Regle ne ſeroit pas bien faite.

EXPLICATION DE QUELQUES multiplications & de quelques diviſions qui ſerviront à ſe prouver réciproquement l'une par l'autre.

Un particulier ayant achetté une terre rapportant 1345 l. 7. ſ. 6 d. de rente ſur le pied du denier 18. demande ce qu'il doit donner pour le prix total de cette terre: il n'y a pour cela qu'à conſiderer que la ſomme totale doit contenir le revenu autant de fois que le denier de l'interêt contient de fois un, ainſi multipliant le revenu 1345 l. 7 ſ. 6 d. par le denier de l'interêt 18; on aura au produit de la multiplication 24216 l. 15 ſ. pour le prix de cette terre.

Ce qui ſuit ſervira de preuve.

Mais ſi le prix total 24216 l. 15 ſ. & le denier de l'interêt 18. étant connus, on propoſe de ſçavoir quel eſt le revenu de cette terre: il faudroit diviſer ce prix total 24216 l. 15 ſ. par le denier de l'interêt 18, & le quotient 1345 l. 7 ſ. 6 d. ſeroit le revenu.

Enfin, ſi le prix total 24216 l. 15 ſ. & le revenu 1345 l. 7 ſ. 6 d. étant connus, on vouloit ſçavoir, quel eſt le denier de l'interêt, il n'y auroit qu'à diviſer ce prix total réduit en deniers, ſuivant ce qui a été dit dans la 327. page, à cauſe qu'il y a en ce dernier cas des deniers au diviſeur.

DE LA REGLE DE TROIS OU DE PROPORTION.

CHAPITRE VIII.

CETTE Regle ſuppoſe trois nombres à volonté, par le moyen deſquels elle demande que nous en trouvions un quatriéme qui nous eſt inconnu, lequel ſoit proportionné aux trois autres. Et ces trois nombres connus ou propoſés à volonté la font nommer la Regle de trois.

Le nom de Regle de proportion lui eſt donné, parce que quand elle eſt achevée, les quatre termes ou nombres qui la compoſent ſont proportionnels, c'eſt-à-dire que le premier de ces nombres contient ou eſt contenu dans le ſecond, de la même maniere que le troiſiéme contient ou eſt contenu dans le quatriéme; ou bien ce même premier nombre contient ou eſt contenu dans le troiſiéme, de la même façon que le ſecond contient ou eſt contenu dans le quatriéme.

Il y a même des Auteurs qui lui attribuent le nom de Regle d'or, à cauſe de ſon excellence & d'une infinité de pratiques qui en dépendent.

Toute Regle de trois directe doit avoir ſon premier & ſon troiſiéme terme ou nombre de même eſpece l'un que l'autre, c'eſt-à-dire que ſi le premier eſt de toiſes, d'aunes, de livres ou d'hommes, il faut auſſi que le troiſiéme ſoit auſſi de toiſes, d'aunes, de livres ou d'hommes: la même choſe arrive du ſecond & du quatriéme terme; car ils doivent auſſi être de même eſpece l'un que l'autre.

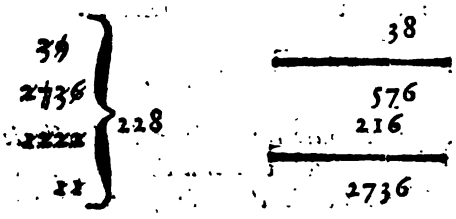
Si on a bien conçu ce qui vient d'être établi pour les principes de la Regle de trois directe, qui n'eſt autre choſe qu'une application des quatre Regles generales qu'on a expliquées juſques ici, il ne ſera pas mal aiſé de la reduire en pratique. Car on doit tenir pour maxime generale dans la ſolution d'une Regle de trois directe, de multiplier toujours le ſecond & le troiſiéme nombre l'un par l'autre indifferemment, & de diviſer le produit de cette multiplication par le premier nombre, afin d'avoir au quotient de la diviſion un quatriéme nombre proportionnel aux trois autres.

Exemple.

12 ſoldats ayant gagné 38 l. on demande ce que 72 ſoldats pourroient gagner, étant payés ſur le même pié & à proportion des autres.

Pour reſoudre cette Regle, il faut diſpoſer les trois nombres qui la compoſent de la maniere qui ſuit :

Si 12 ſoldats gagnent 38 l. que gagneront 72 ſoldats.



Ce qui étant fait, on multipliera 38 ſecond terme par 72, troiſiéme terme, ou bien celui-ci par l'autre, c'eſt-à-dire qu'il n'importe pas lequel des deux multiplie l'autre, & on diviſera le produit 2736 par le premier terme 12, le quotient 228 de cette diviſion ſera le quatriéme terme qu'on cherche, c'eſt-à-dire ce que gagneroient les 72 ſoldats.

Remarque.

Il y a pluſieurs manieres de reſoudre une Regle de trois directe ; mais comme celle qu'on vient d'expliquer, eſt la plus naturelle & la plus conforme aux principes des proportions, on ne fait aucune difficulté de la préferer aux autres.

Autre Regle de Trois.

Un Meſtre de camp ayant acheté 18 chevaux qui lui ont coûté 2650 écus pour remonter les cavaliers à pied de ſa compagnie, demande ce que lui pourront coûter 126 chevaux au même prix,

pour remonter les reçruës du Regiment qu'il commande : on réſoud cette Regle & ſes ſemblables en diſpoſant les trois nombres qui la compoſent de la façon qu'il a été dit & qu'on le voit ci-deſſous.

Si 18 chevaux coûtent 1650 écus, que coûteroient 126 chevaux.

Ce qui étant fait, on multiplie le ſecond terme 1650 par le troiſiéme 126, ou le troiſiéme par le ſecond, après quoi on diviſe le produit 207900 par le premier terme 18, & il vient au quotient 11550 écus pour le prix de 126 chevaux, par où l'on voit, que la ſolution d'une Regle de trois directe eſt facile pour peu qu'on ait d'intelligence des quatre Regle generales.

Remarque.

Il a été dit, qu'en toute Regle de trois directe le premier nombre ou terme, contenoit ou étoit contenu dans le ſecond de la même maniere que le troiſiéme l'étoit dans le quatriéme ; ce qui eſt certain, car dans l'exemple précedent, le premier nombre 18 *eſt contenu dans le ſecond* 1650 *juſtement* 91 *fois & deux tiers de fois ; & le troiſiéme terme* 126 *eſt auſſi contenu en la même quantité de fois & parties de fois dans le quatriéme terme* 11550 *: il a été encore remarqué, que le premier terme d'une Regle de trois directe contenoit ou étoit contenu dans le troiſiéme, de la même façon que le ſecond dans le quatriéme, ce qui n'eſt pas moins conſtant que ce qui a été dit ci-deſſus ; car par exemple* 18 *qui eſt le premier terme eſt contenu* 7 *fois dans* 126 *qui eſt le troiſiéme, & 1650 ſecond terme, eſt auſſi conteuu* 7 *fois dans* 11550 *qui eſt le quatriéme terme.*

Avertiſſement.

Si on demande, pourquoi eſt-ce que dans une Regle de trois directe, on doit toujours multiplier le ſecond & le troiſiéme terme l'un par l'autre, & diviſer le produit qui en vient par le premier, afin d'avoir au quotient la valeur du quatriéme : on répond à cela que c'eſt parce que de quatre nombres proportionnels, la multiplication du premier & du dernier (c'eſt-à-dire des extrémes) eſt toujours égale à la multiplication du ſecond & du troiſiéme (c'eſt-à-dire

les moyens) ainſi qu'il eſt enſeigné dans les Elemens d'Euclide; d'où il faut conclure que ſi l'un des nombres extrêmes manque, il n'y a qu'à multiplier les nombres moyens l'un par l'autre, & il viendra autant que ſi on avoit multiplié ces deux nombres extrêmes l'un par l'autre: de ſorte qu'ayant le produit de la multiplication de deux nombres, s'il y en a un qui ſoit inconnu, on le trouvera en diviſant le total par le nombre connu: ainſi dans l'exemple qui précede la Remarque ci-deſſus, c'eſt le quatriéme terme qui manque; or pour le trouver on a multiplié 1650 & 126 qui ſont les termes moyens l'un par l'autre, dont le produit eſt le méme que ſi on avoit multiplié 18 premier terme, & 11550 quatriéme terme, qui eſt ſuppoſé inconnu: de ſorte que diviſant 207900 produit de cette multiplication par 18 on aura inconteſtablement le quatriéme nombre.

Mais ſi l'un des nombres moyens qui compoſent une Regle de trois directe étoit inconnu, comme cela arrive ſouvent à celles qui ſont mal propoſées; il faudroit en ce cas ſuivant le principe qui vient d'être établi, multiplier les deux nombres extrêmes l'un par l'autre, & diviſer le produit qui en viendroit par le terme moyen connu, ainſi que l'enſeigne l'exemple ſuivant, où l'on ſuppoſe que 28 toiſes de mur de clôture pour un reduit ayent coûté 150 l. & qu'on veuille ſçavoir ce qu'on pouroit faire conſtruire de pareil mur pour 1500 l. car il faut diſpoſer les nombres comme il ſuit, & conſiderer que c'eſt le troiſiéme terme de la Regle de trois propoſée qui manque.

Si 28 toiſes coûtent 150 l. combien de toiſes pour 1500 l.

Or ſuivant le principe qui vient d'être établi, il n'y a qu'à multiplier les nombres extrêmes 28 & 1500 l'un par l'autre, & diviſer le produit 42000 de cette multiplication par le terme moyen connu 150, le quotient 280 de la diviſion ſera la quantité de mur de clôture qu'on peut faire conſtruire pour 1500 l.

Autre Regle de Trois pour les ſous-eſpeces.

Quand il y a des ſous-eſpeces au ſecond ou bien au troiſiéme terme d'une Regle de trois directe, l'on ne change en rien les pratiques qui viennent d'être expliquées, obſervant ſeulement de pren-

dre pour ces ſous-eſpeces les parties parfaites qui leur conviennent ſur l'autre nombre à multiplier, ainſi qu'on l'a dit aux multiplications ordinaires, & qu'on va voir dans l'exemple ſuivant, où l'on ſuppoſe que le revêtement d'une demi-lune contenant 435 toiſes de Maçonnerie ait coûté 5832 l. 4 ſ. & on veut ſçavoir ce que coûteroient 2175 toiſes de maçonnerie ſemblable, & ſur le même pied que celle-là: il faut pour cela diſpoſer la Regle à l'ordinaire, & comme on le voit ici.

Si 435 toiſes coûtent 5832 l. 4 ſ. combien 2175 toiſes.

Après quoi multiplier le ſecond & le troiſiéme terme l'un par l'autre, & diviſer le produit 12685035 de cette multiplication par le premier terme 435, afin d'avoir 29161 au quotient pour le quatriéme terme.

Mais s'il y avoit des ſous-eſpeces au premier terme d'une Regle de trois directe: comme ce nombre doit ſervir de diviſeur à la ſolution de la Regle, il faudroit mettre en uſage ce qui a été enſeigné dans la page 327, qui eſt de reduire ce premier terme dans la plus baſſe des ſous-eſpeces, ce qui oblige d'en faire autant du troiſiéme nombre, ainſi dans la Regle qui ſuit, on ſuppoſe qu'un Capitaine ait achetté 93 aunes deux tiers de drap (pour habiller ſa Compagnie) qui lui ont coûté 483 l. 5 ſ. on demande combien pourroient coûter 1124 aunes de pareil drap pour l'habillement d'un Bataillon: il n'y a pour réſoudre cette queſtion qu'à diſpoſer les nombres qui la compoſent comme à l'ordinaire, & comme on le voit ici.

Si 93 aunes $\frac{2}{3}$ coûtent 483 l. 5 ſ. combien 1124 aunes.

281 3372

Après quoi on reduira les 93 aunes deux tiers du premier terme en tiers d'aune, il viendra 281 tiers; mais comme il n'y auroit pas de ſens à dire ſi 281 tiers d'aunes de drap coûtent 483 l. 5 ſ. que couteront 1124 aunes? il faut auſſi réduire ces 1124 aunes en tiers d'aunes, & on aura 3372, de ſorte qu'on n'aura après cela qu'à pourſuivre la queſtion, en diſant, ſi 281 tiers coûtent 483 l. 5 ſ. que coûteront 3372 tiers? & la Regle étant faite, il viendra au quatriéme terme la ſomme de 5799 l. pour le prix des 1124 aunes, ou de leur équivalant 3372 tiers d'aune.

Preuve de la Regle de Trois.

Toute Regle de trois ſe prouve par une autre Regle de trois qui lui eſt contraire, de ſorte que ſçachant par exemple que l'armement de 54 ſoldats a coûté 538 l. l'on demande ce que pouroit coûter l'armement de 405 ſoldats ſur le même pied : ayant diſpoſé & reſolu la Regle à l'ordinaire, on trouve que cet armement de 405 ſoldats coûteroit 4035 livres. Or pour prouver cette Regle il en faut faire une autre qui lui ſoit toute contraire, c'eſt-à-dire qu'on doit mettre au premier terme de la Regle de trois qui doit ſervir de preuve, le nombre 405 qui étoit au troiſiéme terme de la Regle qu'on veut prouver, & au ſecond terme le nombre 4035, qui eſt celui qu'on cherchoit à la premiere Regle, & qui étoit inconnu : enfin on mettra au troiſiéme terme de la Regle qui doit ſervir de preuve, le nombre qui étoit au premier de celle qu'on veut prouver, ainſi que le tout ſe voit dans la diſpoſition ſuivante.

Si 405 armemens ont coûté 4035 l. que coûteront 54 armemens.

La Regle étant ainſi diſpoſée, on la réſoudra de la même maniere que les autres, & s'il vient au quatriéme terme le nombre 538 l. qui étoit au ſecond terme de la Regle de trois qu'on veut prouver, le tout ſera bon, ſinon, l'operation ſera mal faite.

On prouvera encore plus aiſément une Regle de trois directe, ſi, l'ayant achevée ainſi qu'il a été enſeigné, on multiplie le premier & le quatriéme nombre l'un par l'autre, & le ſecond avec le troiſiéme auſſi l'un par l'autre ; parce que ſi les produits de ces multiplications ſont égaux, la Regle ſera bonne, ſinon, elle aura été mal exécutée.

Avertiſſement.

J'explique la racine quarrée immédiatement après la Regle de trois, bien que la plûpart de ceux qui ont écrit l'Arithmetique, ne traitent de cette Regle qu'après en avoir expoſé diverſes autres, & même les fractions : or la raiſon pour laquelle j'en ai uſé de la ſorte eſt, que la racine quarrée étant fort d'uſage dans l'art de meſurer, ainſi qu'on le peut voir dans ma Geometrie pratique de l'Ingenieur,

& qu'on s'y peut très bien paſſer des fractions, de même que de pluſieurs Regles qui les ſuivent; il m'a ſemblé que pour ſoulager ceux qui veulent s'attacher à la Geometrie pratique, ſans paſſer par toutes ces routes difficiles qui ne ſont pas abſolument néceſſaires, je pouvois traiter de ſuite tout ce qu'on ne peut ſe diſpenſer de ſçavoir pour meſurer juſte : j'avouë bien que quand une perſonne ſçait à fond les fractions, & ce que j'appelle dans la troiſiéme partie Regles vulgaires, *cela lui facilite beaucoup le meſurage. Mais comme je l'ai déja remarqué, il n'eſt pas indiſpenſablement néceſſaire de poſſeder toutes ces Regles.*

DE LA RACINE QUARRÉE.

CHAPITRE IX.

POur avoir une exacte connoiſſance des racines, il eſt néceſſaire de conſiderer le nombre de trois manieres differentes, ſçavoir en *Lineaire*, *Superficiel* & *Solide*.

Le nombre lineaire ſe rapporte à la ligne des Geometres, & les unitez qui le compoſent ſont placées de ſuite.

Le nombre ſuperficiel ou plan a ſes unitez rangées en longueur & largeur, ſuivant la diſpoſition de pluſieurs figures planes.

Enfin le nombre ſolide a ſes unitez diſpoſées en longueur, largeur & épaiſſeur, ſuivant la figure de pluſieurs ſortes de corps.

Tout nombre lineaire qui en multiplie un autre, produit par cette multiplication un nombre plan ou ſuperficiel.

Tout nombre plan ou ſuperficiel multiplié par un nombre lineaire, produit un nombre ſolide.

Tout nombre lineaire multiplié par ſoi-même, produit ſon quarré.

Tout nombre lineaire qui multiplie ſon quarré, produit ſon cube.

Pour trouver facilement la racine quarrée de quelque nombre qu'on puiſſe propoſer, il faut au moins connoître les quarrez des chiffres ſimples depuis 1. juſqu'à 12, ainſi qu'ils ſont marquez dans la Table ſuivante, où les chiffres ſimples depuis 1 juſqu'à 12 ſe trouvent dans la rangée d'en haut, & les quarrez des mêmes chiffres ſe trouvent en bas immédiatement deſſous.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4	9	16	25	36	49	64	81	110	121	144

Quarrer un nombre n'eſt autre choſe que de le multiplier par ſoi-même ; ainſi par exemple quarrer 5, c'eſt multiplier 5 par 5, pour avoir ſon quarré 25 ; de même quarrer 9, c'eſt multiplier 9 par 9, pour avoir ſon quarré 81.

Tirer la racine quarrée d'un nombre tel qu'il ſoit, c'eſt chercher un autre nombre qui multiplié par ſoi-même produiſe un tout égal au premier nombre propoſé, ou bien au plus grand nombre quarré qui puiſſe être contenu dans ce nombre propoſé : de ſorte par exemple que tirer la racine quarrée de 36, c'eſt chercher le nombre 6, parce que ce nombre étant multiplié par lui-même, produit 36. De même tirer la racine quarrée de 69, c'eſt chercher le nombre 8, parce que ce nombre étant multiplié par lui-même, produit 64, qui eſt le plus grand nombre quarré qui puiſſe être contenu dans le nombre propoſé 69.

Un nombre eſt racine d'un autre lorſque ce premier ayant été multiplié par ſoi-même, produit un tout égal à l'autre nombre, de ſorte que 4 eſt racine de 16, parce que 4 multiplié par ſoi-même produit 16.

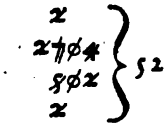
Un nombre eſt quarré d'un autre lorſque ce premier contient préciſement la valeur de l'autre multiplié par ſoi-même, ainſi 49 eſt quarré de 7, parce que 49 contient préciſement 7 multiplié par ſoi-même.

Lorſqu'un nombre n'eſt compoſé que d'un ou de deux chiffres au plus, il n'y en a qu'un à ſa racine, & ſi ce nombre n'eſt compoſé que de trois ou quatre chiffres, il ne doit y en avoir que deux à ſa racine : que ſi ce nombre contient cinq ou bien ſix chiffres, il n'y en a que trois à ſa racine, & ainſi des autres en gardant toujours cette proportion. De ſorte que plus un nombre, duquel il faut tirer la racine quarrée, contient de chiffres, & plus il faut faire d'operations pour reſoudre la Regle : or pour ſçavoir

combien il y a d'operations à faire, il ne faut que ſéparer avec un point les chiffres qui compoſent le nombre dont on veut tirer la racine de deux en deux en commençant à la main droite & tirant vers la gauche, parce qu'autant de ſéparations qu'il y aura à ces chiffres, autant d'operations il faudra faire : ainſi dans le nombre 2704 qui ſuit, & dont on propoſe de tirer la racine quarrée, ayant ſéparé les chiffres de deux en deux, on trouve ſeulement deux ſéparations, ce qui fait connoître qu'il n'y aura que deux operations à faire.

27.04

Si on conçoit bien ce qui a été dit juſques ici touchant les principes de la racine quarrée, il ſera facile d'extraire celle d'un nombre quel qu'il ſoit, par exemple de celui qui ſuit : car ayant comme on le vient de dire, ſéparé les chiffres qui le compoſent de deux en deux en tirant de la main droite vers la gauche, & mené une ligne courbe à la droite de ce nombre pour placer la racine ou quotient, on tire la racine de la premiere ſéparation des chiffres du côté gauche, en diſant, la racine de 27 eſt 5 (parce



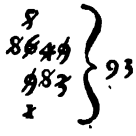
que c'eſt celle du plus grand nombre qui puiſſe être contenu dans 27) on poſe ce 5 au quotient ou racine, de même qu'au-deſſous de 27 pour en faire un diviſeur, enſuite de quoi on dit comme à la diviſion ordinaire, 5 fois 5 font 25, qui étant ôtez des 27 qu'on voit immediatement au-deſſus, reſte 2 qu'on met au-deſſus du 7.

L'on ne tire jamais la racine que de la premiere ſéparation des chiffres ; car le reſte de la Regle n'eſt à le bien prendre qu'une diviſion, dont le double du quotient devient le diviſeur : ainſi ayant doublé le quotient 5, il vient 10, qu'on poſe pour ſecond divi-

ſeur en avançant d'un degré vers la main droite, comme à la diviſion ordinaire, c'eſt-à-dire que 10 ſera ici au-deſſous de 20; cela fait, on dit en 2 combien de fois 1, il y eſt 2 fois, parce que non ſeulement 20 contient deux fois le 10 qui eſt deſſous, mais le 4 qui ſuit ce 20 contient auſſi deux fois le 2, qu'on avance pour diviſeur, après l'avoir placé à la racine; car on doit obſerver une fois pour toutes, qu'il ne ſe met jamais de chiffre au quotient d'une racine quarrée, qu'en même temps on ne l'avance d'un degré vers la main droite pour ſervir de diviſeur.

Autre Exemple.

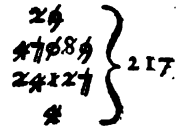
Un Major de Brigade voulant faire un bataillon quarré de 8649 ſoldats qu'il a, demande combien il en faut mettre à chaque rang & à chaque file: il doit pour cela diſpoſer ce nombre comme s'il le falloit diviſer, puis ayant tiré une ligne courbe à côté, il ſe-



parera les chiffres du nombre dont il veut tirer la racine quarrée, de deux en deux, en tirant de la main droite vers la gauche; or comme il n'y a que deux ſeparations, il n'aura auſſi que deux operations à faire, dont la premiere ſera de tirer la racine de 86, premiere ſeparation, laquelle racine eſt 9, qu'il placera au quotient de ſa Regle, de même que deſſous le ſecond chiffre de la premiere ſeparation de la gauche, afin de ſervir de diviſeur, & il dira 9 fois 9 ſont 81, qui ôtez des 86 de la premiere ſeparation reſtera 5, après quoi pour faire la ſeconde poſition, il doublera la racine 9, & poſera le produit 18 deſſous le 5 reſtant de la premiere operation, & le 4 qui eſt le premier chiffre de la ſeconde ſeparation, & achevera la Regle à l'ordinaire; c'eſt-à-dire qu'il verra combien de fois le 5 d'en haut peut contenir le 1 qui eſt deſſous, & il trouvera qu'il y eſt 3, qu'il placera au quotient, de même que pour diviſeur en avançant d'un chiffre vers la droite.

Autre.

Il n'importe pas quelle quantité de chiffres on ait pour en tirer la racine quarrée, parce que toute la difficulté de cette Regle ne conſiſte qu'à faire autant d'operations qu'il y a de ſeparations à ces chiffres, en gardant toujours le même ordre & les mêmes maximes qui ont été obſervées juſques ici, de ſorte que voulant tirer la racine quarrée de 47089, on ſeparera les chiffres de ce nombre à l'ordinaire, puis on tirera la racine de la premiere de ces ſeparations qui eſt ici un 4, & il viendra 2, qu'on mettra au quotient de même que ſous le 4 pour ſervir de diviſeur, & ayant dit 2 fois 2 ſont 4 ôté du 4 qui eſt au-deſſus, reſte rien; on double enſuite la racine 2, & le 4 qui en vient s'avance pour

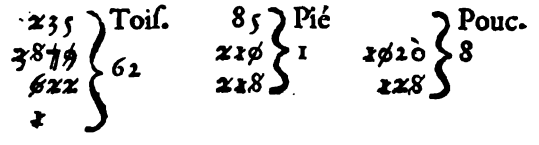


diviſeur ſous le 7, & l'on dit en 7 combien de fois 4? il s'y trouve 1 qu'on place au quotient de même que deſſous le 0 qui ſuit le 7, après quoi on acheve la Regle comme à l'ordinaire, c'eſt-à-dire qu'en troiſiéme lieu on double la racine 21, & on en poſe le produit 42 en avançant toujours d'un degré vers la droite, puis on dit en 29 combien de fois 4 qui eſt au-deſſous, & l'y ayant trouvé 7 fois, on met ce nombre 7 au quotient de même que deſſous le dernier chiffre de la quantité totale, après quoi on acheve comme à la diviſion.

Remarque.

Il arrive rarement que les nombres dont on tire la racine ſoient préciſement quarrez, ce qui fait qu'il reſte preſque toujours quelque choſe: ſi ce reſtant ſe peut reduire à des ſous-eſpeces, on le doit faire & diviſer le produit de cette reduction par le double du quo-

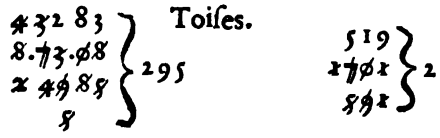
tient ou racine, à quoi on ajoute 1 : *de ſorte que ſi par exemple un quarré contenoit* 3879 *toiſes de ſuperficie, & qu'il falût trouver la longueur de l'un de ſes côtez, on ne feroit que tirer la racine quarrée de ce nombre* 3879, *il viendroit au quotient* 62, *& reſteroit* 35 *toiſes, qu'on reduira en pieds, parce que c'eſt la ſous-eſpece qui ſuit la toiſe, on aura* 210 *piés qu'il faudra diviſer par* 125, *double de la racine ou quotient* 62, *à quoi on aura ajouté* 1; *il viendra au quotient de cette diviſion* 1 *pié & reſtera* 85 *piés qu'on reduira en pouces, & il viendra* 1020 *pouces, leſquels étant diviſez par le même diviſeur* 125, *le quotient ſera* 8 *pouces, & il en reſtera* 20 *qu'il faudra reduire en lignes & les diviſer par le même nombre* 125, *ſi tant eſt qu'on veuille deſcendre dans un ſi grand détail; car on ſe contente d'ordinaire dans la pratique des toiſes, piés & pouces.*



Lorſque le reſtant du nombre dont on tire la racine quarrée ne peut être reduit à des ſous-eſpeces, on ne fait point ces diviſions : ainſi voulant tirer la racine quarrée de 3879 hommes pour en former un bataillon quarré, l'on trouve 62 à la racine ou quotient ; mais comme il reſte 35 hommes qu'on ne peut ſous-diviſer, il les faut laiſſer comme ſurnumeraires, à moins qu'on ne voulût en augmenter le nombre pour faire encore un rang & une file, c'eſt-à-dire avoir 63 hommes de front & autant de file, parce qu'alors on doubleroit le quotient 62, au produit de quoi on ajouteroit 1 pour avoir 125 hommes, deſquels ſoûtrayant les 35, qui ſont reſtez de la Regle, il viendroit 90 pour la quantité d'hommes qu'il faudroit encore, afin que les joignant aux 35 reſtez, on pût faire un rang & une file.

Mais s'il falloit tirer la racine quarrée d'un nombre ſuivi de ſous-eſpeces, il n'y auroit qu'à obſerver les mêmes regles qu'on a ſuivies dans l'exemple de la derniere remarque, c'eſt-à-dire qu'il

faudroit reduire le reſtant des entiers de la racine extraite en leur ſous-eſpece, & ajouter encore au produit ce qu'il y a de la même ſous-eſpece qui ſuit les entiers, & cela de ſuite juſques à la fin de la Regle : ainſi dans l'exemple qui ſuit, ſuppoſons qu'il faille extraire la racine quarrée de 87308 toiſes, 3 piés, 10 pouces, on la tirera d'abord des 87308 toiſes, par les mêmes principes qui ont été expliqués ci-devant, & le quotient ou racine ſera



de 295 ; mais comme il reſte encore 283 toiſes, on les reduira en piés, auſquels on ajoutera les 3 piés qui ſuivent les entiers, ce qui produira 1701 piés, leſquels on diviſera par 591, qui eſt le double du quotient ou racine, à quoi on a ajouté 1, le quotient de cette diviſion ſera 2 piés ; mais comme il en reſte encore 519, on aura ſoin de les reduire en pouces & d'y ajouter les 10 pouces qui ſuivent les piés du nombre total, ce qui produit 6238 pouces, leſquels diviſez par le même diviſeur 591, le quotient ſera 10 pouces & demi à très-peu près.

PREUVE DE LA RACINE QUARRE'E.

Lorſqu'on veut prouver une racine quarrée, il ne faut que quarrer le quotient, c'eſt-à-dire multiplier la racine par elle-même, au produit de quoi on ajoute le reſte lorſqu'il y en a : car s'il vient au dernier produit la même quantité que celle dont on a tiré la racine, la Regle ſera bonne ; ainſi ayant tiré la racine quarrée de 28947, on trouve au quotient 170, & qu'il reſte 47 ; ſi on veut prouver cette operation, il ne faut que multiplier 170 par ſoi-même, on aura 28900, à quoi ajoutant le reſte 47, il viendra les 28947, dont on a tiré la racine, de ſorte que la Regle ſe trouvera par ce moyen bien faite, parce que s'il eût reſté ou manqué quelque choſe, elle n'auroit rien valu.

L'on pouroit demander la preuve d'une racine quarrée, dans laquelle il y a des ſous-eſpeces : mais comme cela regarde particulierement les fractions, je traiterai cette preuve à fond dans le dernier article des fractions, qui font la ſeconde partie de ce traité.

Remarque.

La racine Cube *ou* Cubique *eſt de ſi peu d'uſage dans l'art de meſurer que je ne ſçache pas avoir jamais eu lieu de la pratiquer, ni vû aucun Ingenieur ou Arpenteur qui m'ait dit avoir été obligé de s'en ſervir ; de ſorte que la conſiderant comme une de ces Regles purement curieuſes, je renvoye ceux qui voudront l'apprendre aux Traitez que pluſieurs Auteurs en ont faits.*

TRAITÉ DES FRACTIONS
ou Nombres Rompus.
SECONDE PARTIE.
CHAPITRE X.

Définition.

ON appelle fractions une ou pluſieurs parties d'un entier de quelque eſpece qu'il ſoit : ainſi que pourroit être le tiers ou les trois quarts d'une toiſe, ou bien les trois cinquiémes d'une livre, ou bien la moitié ou les cinq ſixiémes d'une aune.

Un entier ſe peut diviſer en un nombre preſque infini de parties égales ; mais on diviſe d'ordinaire la toiſe en moitié, tiers, quart, ſixiéme, huitiéme, neuviéme & douziéme : l'aune ſe diviſe en moitié, tiers, quart, ſixiéme, huitiéme, douziéme, ſeiziéme, vingt-quatriéme, &c. Enfin la livre en argent ſe diviſe en moitié, tiers, quart, cinquiéme, ſixiéme, huitiéme, dixiéme, douziéme, quinziéme, ſeiziéme & vingtiéme.

ARTICLE PREMIER

Contenant la numeration des Fractions.

Pour exprimer une fraction, on ſe ſert de deux chiffres, dont l'un ſe poſe au-deſſus d'un petit trait ou ligne, & l'autre deſſous. Le chiffre qui eſt deſſous ce petit trait s'appelle *Denominateur*, & nous fait connoître en combien de parties égales l'entier eſt diviſé; & le chiffre de deſſus appellé *Numerateur*, nous fait voir combien nous avons de ces parties: ainſi pour marquer trois quarts de quelque entier que ce puiſſe être, on les figureroit comme on le voit ci-à-côté.

3 Numerateur.
4 Denominateur.

Sur quoi l'on remarquera, que quand on veut exprimer une fraction, on commence toujours par le numerateur ou chiffre d'en haut, & l'on finit par le denominateur ou chiffre d'en-bas. Nous voyons dans la fraction précedente, que le denominateur 4 fait connoître que l'entier dont il eſt queſtion eſt diviſé en quatre parties égales, & que le numerateur 3 montre que nous avons 3 de ces parties: de même cette fraction $\frac{5}{6}$ qu'on exprime cinq ſixiémes fait voir, que d'un entier diviſé en ſix parties égales, on en a cinq; & celle-ci $\frac{23}{57}$ nous marque, que d'un entier diviſé en cinquante-ſept parties égales nous en avons 23.

Le numerateur d'une fraction moindre que l'entier, eſt toujours plus petit que ſon denominateur; ainſi diviſant une unité de quelque choſe que ce ſoit, par exemple en 100 parties égales, il faut pour marquer une fraction moindre que l'entier, qu'il y ait moins de 100 de ces parties au numerateur, de ſorte que $\frac{81}{100}$ marque une fraction moins grande que l'entier; de même que cet autre $\frac{21}{48}$.

Mais quand le numerateur d'une fraction égale ſon denominateur, cette fraction vaut un entier juſte; ainſi ayant diviſé un entier, par exemple en 15 parties égales, & qu'on ait quinze fois une de ces parties, c'eſt-à-dire $\frac{15}{15}$, il eſt conſtant qu'on aura un entier: il en ſera de même de ces fractions $\frac{14}{14}$ ou $\frac{10}{10}$, parce que toutes ces fractions valent chacune autant qu'un entier.

Enfin

Enfin quand le numerateur ſurpaſſe le dénominateur, la fraction vaut plus d'un entier; & en ce cas une fraction, telle que celle-là peut valoir un entier & une fraction: ou un entier & pluſieurs entiers juſtes, ou pluſieurs entiers & une fraction, ou enfin pluſieurs entiers & pluſieurs fractions, ainſi par exemple $\frac{4}{3}$ valent un entier & une fraction, $\frac{7}{4}$ valent un entier & pluſieurs fractions, $\frac{12}{3}$ valent pluſieurs entiers juſte, $\frac{17}{4}$ valent pluſieurs entiers & une fraction, enfin $\frac{22}{7}$ valent pluſieurs entiers & pluſieurs fractions.

ARTICLE II.

Contenant l'Abbreviation des Fractions.

Il eſt certain que dans l'Arithmetique, ainſi que dans les autres ſciences, les Regles les plus courtes ſont les plus aiſées, de ſorte que les operations, où il faut peu de chiffres, doivent être préferées à celles, où il en faut plus, lorſque les unes & les autres tendent à une même fin, & c'eſt ce qui a donné lieu à l'abbreviation des fractions: mais avant de venir à cette abbreviation, il eſt bon de ſçavoir à fonds ce que c'eſt qu'on appelle *nombres premiers* & *nombres compoſez*.

On donne le nom de nombre *premiers* à ceux qui n'ont point d'autre diviſion juſte que l'unité, ainſi que ſont par exemple 3. 5. 7. 11. 13. 17. &c. parce que tous ces nombres ne ſçauroient préciſément être partagez également que par l'unité ou 1.

On appelle nombres *compoſez* ceux qui ont une autre diviſion que l'unité, comme par exemple 4. 6. 8. 9. 10. 12. &c. car tous ces nombres peuvent être partagez également par d'autres chiffres que par 1.

Deux nombres ſont *premiers* entr'eux, lorſqu'ils n'ont point d'autre meſure qui leur puiſſe être commune que l'unité, comme par exemple 8 & 15; car 8 peut bien être meſuré par 2 & par 4; mais 15 ne le ſçauroit être, & 15 ſe peut meſurer par 3 & par 5; mais 8 ne le ſçauroit être. De même 9 & 20 ſont nombres *premiers* entr'eux, parce que ces deux quantités n'ont point

de meſure qui puiſſe leur être commune que l'unité.

Deux nombres ſeront *compoſez* entr'eux, ſi étant comparez l'un avec l'autre ils ont une autre meſure commune que l'unité, ainſi que ſont par exemple 16 & 24, qui peuvent être partagez chacun par deux, par 4 & par 8; de même 12 & 18 ſont nombres compoſez entr'eux, pouvant être diviſez chacun par 2, par 3 & par 6.

Ces nombres *compoſez* entr'eux nous étant propoſez dans une fraction, ſe peuvent réduire à *plus bas termes*, c'eſt-à-dire qu'on les peut énoncer par de moindres chiffres que ceux qui compoſent cette fraction; ainſi $\frac{12}{3}$ ſe peuvent reduire à $\frac{4}{1}$, parce que le numerateur & le denominateur ont le nombre 4 pour leur plus grande commune meſure: de ſorte qu'une fraction nous étant donnée à réduire en plus bas termes, il faut diviſer ſon numerateur par la plus grande commune meſure, & ce qui viendra au quotient ſera le numerateur de la fraction reduite; enſuite on diviſera le denominateur par cette même plus grande commune meſure & le quotient ſera le denominateur de la fraction reduite; ainſi $\frac{18}{24}$ étant données à reduire aux plus bas termes que faire ſe pourra, on voit que 6 eſt la plus grande commune meſure des chiffres qui compoſent cette fraction; ſi donc on diviſe le numerateur 18, & le denominateur 24 par ce 6, il viendra $\frac{3}{4}$ pour la fraction abbreviée.

Quand le numerateur & le denominateur d'une fraction propoſée à reduire en plus bas termes qu'elle n'eſt, ſont ſi grands qu'on ne peut d'abord voir, s'ils ſont nombres premiers ou nombres compoſez entr'eux, on ſe ſert de la Regle générale ſuivante, qui eſt à la verité un peu longue; mais comme elle n'arrive pas toujours aux calculs ordinaires, ſon uſage n'eſt pas ſi fréquent; neanmoins il ſeroit difficile de réſoudre la queſtion, lorſque cela arrive, par une autre voye: voici comment elle s'execute.

Diviſez le denominateur de votre fraction à réduire par ſon numerateur; & ſans avoir égard au quotient, diviſez le numerateur qui vous a ſervi de diviſeur, par le reſtant de la premiere operation, & ce premier reſtant par le ſecond, & ainſi de ſuite juſques à ce qu'il vienne pour dernier reſtant 0 ou 1: car s'il vient

o à ce dernier reſtant, celui qui le précede ſera la plus grande commune meſure ; mais s'il reſte 1 ; c'eſt une marque aſſurée, que la fraction propoſée ne peut être réduite à plus bas terme:

Exemple.

On veut ſçavoir quelle eſt la plus grande commune meſure du numerateur & du denominateur de la fraction $\frac{195}{260}$. Il faut pour cela diviſer le denominateur 260 par le numerateur 195, il reſtera 65, qu'on mettra deſſous, pour en diviſer à ſon tour 195, qui a été le premier diviſeur : cette operation étant faite, il ne reſtera que o, d'où l'on peut conclure, que 65 eſt la plus grande commune meſure : ainſi diviſant le numerateur & le denominateur de la fraction à réduire, par ce nombre 65, il viendra $\frac{1}{4}$ pour la fraction abbreviée, de ſorte que $\frac{195}{260}$, ou bien $\frac{1}{4}$ ſont une même choſe.

$$\left.\begin{matrix}5\\260\\195\end{matrix}\right\}1 \qquad \left.\begin{matrix}195\\65\end{matrix}\right\}3 \qquad \left.\begin{matrix}260\\65\end{matrix}\right\}4 \qquad \left.\begin{matrix}195\\65\end{matrix}\right\}3$$

Si le numerateur eſt nombre premier, c'eſt-à-dire, qu'il n'ait point de meſure que l'unité, la fraction ne ſe peut abbrevier, à moins que ce numerateur ne ſoit partie parfaite ou aliquote du denominateur ; car alors il n'y a qu'à voir combien de fois le numerateur eſt contenu dans le denominateur ; ainſi $\frac{3}{12}$ ſe peuvent abbrevier à $\frac{1}{4}$, parce que le numerateur 3 eſt contenu quatre fois dans le denominateur 12 ; de même $\frac{7}{35}$ ſe reduiront à $\frac{1}{5}$, parce que le numerateur 7 eſt contenu cinq fois dans le denominateur 35 ; enfin $\frac{5}{30}$ ſe réduiront $\frac{1}{6}$.

ARTICLE III.

Concernant la réduction des Fractions en même Denomination.

Quand on a deux fractions differentes à réduire en même *denomination*, c'eſt-à-dire, en fractions ſemblables, il n'y a qu'à multiplier les deux denominateurs, l'un par l'autre, & poſer le produit deſſous leur milieu pour avoir un denominateur commun; puis on multipliera le numerateur de la premiere fraction par le denominateur de la ſeconde, dont le produit ſe poſera ſur ce premier numerateur; enfin on multipliera le ſecond numerateur par le premier denominateur, poſant le produit deſſus le ſecond numerateur, & les deux fractions ſeront par ce moyen réduites.

Exemple.

On veut réduire $\frac{9}{12}$ & $\frac{8}{7}$ en même dénomination.

L'operation étant faite, il viendra $\frac{2}{12}$ & $\frac{8}{12}$, parce qu'ayant multiplié les fractions à reduire comme il a été dit, on aura $\frac{2}{12}$ au lieu de $\frac{1}{4}$, $\frac{8}{12}$ au lieu de $\frac{8}{7}$.

Mais quand on a plus de deux fractions à réduire en même dénomination, on doit chercher un nombre qui leur puiſſe ſervir de dénominateur commun, & pour cela il faut que le nombre que l'on prendra, puiſſe être partagé juſte par chaque dénominateur des fractions propoſées, ainſi s'il falloit réduire les fractions ſuivantes $\frac{2}{3}.\frac{1}{4}.\frac{1}{6}.\frac{1}{2}.$ en même dénomination, on prendroit le nombre 12 pour dénominateur, parce qu'il peut être diviſé par chaque dénominateur des fractions propoſées; cela ſuppoſé, il faudra diviſer ce dénominateur commun 12 par le dénominateur de chaque fraction propoſée, & multiplier enſuite le quotient de cette diviſion par le numerateur de cette même fraction: de ſorte

qu'ayant diviſé 12 par 3, dénominateur de la premiere fraction & multiplié ſon quotient 4 par 2, qui en eſt le numerateur, il viendra $\frac{8}{12}$ au lieu de $\frac{2}{3}$; on fera la même choſe aux trois autres fractions, & on aura $\frac{9}{12}$ au lieu de $\frac{3}{4}$, & $\frac{10}{12}$ au lieu de $\frac{5}{6}$ enfin $\frac{6}{12}$ au lieu de $\frac{1}{2}$.

Exemple.

Reduire $\frac{8}{3} - \frac{9}{4} - \frac{10}{6} - \frac{6}{2}$ en même dénominateur.
12 dénominateur commun.

Que s'il n'y avoit pas de nombre qui pût être diviſé par tous les dénominateurs des fractions propoſées, on en prendroit un qui le ſeroit par la plus grande quantité de ces dénominateurs, & on multipliera ce nombre par tous les autres dénominateurs qui ne l'ont pû diviſer; car le produit de cette multiplication ſeroit le dénominateur commun; ainſi voulant réduire $\frac{1}{4}.\frac{1}{6}.\frac{2}{3}.\frac{4}{7}.\frac{1}{2}$. en même dénomination, on voit que 12 ou 24, ou même 36, pourroient être pris pour dénominateurs communs des $\frac{1}{4}\frac{1}{6}\frac{2}{3}$ & $\frac{1}{2}$. Mais qu'aucun de ces trois nombres ne le peut être des $\frac{4}{7}$, ce qui fait qu'on choiſit 12, qui eſt le plus petit des trois, lequel on multiplie par 7, c'eſt-à-dire par le dénominateur qui ne l'a pû diviſer, & il vient 84 pour dénominateur commun de toutes ces fractions, de ſorte qu'à préſent on peut pourſuivre la réduction de ces fractions en même denomination, en ſuivant ce qui a été enſeigné dans l'exemple précedent; c'eſt-à-dire qu'il faut diviſer le dénominateur commun 84 par le dénominateur 4 de la premiere fraction, & en ſuite multiplier ſon quotient 21 par 3, qui eſt le numerateur de la même premiere fraction, & on aura 63, ainſi au lieu de $\frac{1}{4}$ il viendra $\frac{63}{84}$ ſi on fait les mêmes operations pour les autres fractions, on trouvera $\frac{70}{84}$ au lieu de $\frac{5}{6}$ & $\frac{56}{84}$ au lieu des $\frac{2}{3}$ &c.

Mais comme il peut très-bien arriver, qu'il n'y aura pas deux dénominateurs des fractions qu'on propoſe à réduire en même dénomination, qui ayent un dénominateur commun, ou du moins qu'il ſoit facile à trouver: il faudra multiplier tous ces dénominateurs l'un par l'autre, & le produit total ſera un dénominateur

commun : ainſi voulant réduire $\frac{6}{7}$. $\frac{8}{9}$. $\frac{10}{11}$. $\frac{4}{5}$. en même dénomination ; il n'y a qu'à multiplier 7, qui eſt le premier dénominateur par 9, qui eſt le ſecond, & le produit 63 par le troiſiéme 11 ; enfin le produit 693 par 5, qui eſt le dernier dénominateur des fractions propoſées, & il viendra 3465 pour dénominateur commun, de ſorte que le diviſant par 7, dénominateur de la premiere des fractions propoſées, il viendra au quotient 495, qui étant multipliez par 6, qui eſt le numerateur de la même premiere fraction, le produit ſera 2970 pour numerateur ; de ſorte qu'au lieu de $\frac{6}{7}$ on aura $\frac{2970}{3465}$: cela fait, on diviſera le même dénominateur commun 3465 par 9, qui eſt le dénominateur de la ſeconde fraction propoſée, après quoi ayant multiplié ſon quotient 385 par 8, numerateur de la même ſeconde fraction, on aura 3080 : ainſi au lieu de $\frac{8}{9}$ on aura $\frac{3080}{3465}$. Il n'y aura qu'à ſuivre toujours le même ordre pour les autres fractions à réduire : remarquant, ainſi que je l'ai dit, qu'on ne ſe ſert de cette pratique, à cauſe de ſa longueur, que lorſqu'on eſt dans l'impoſſibilité de reſoudre la queſtion par les autres moyens dont on a parlé.

ARTICLE IV.

Contenant la réduction des nombres entiers en fractions.

Quand on veut réduire les entiers en fractions, il ne faut que multiplier ces entiers par le dénominateur de la fraction, à laquelle on les veut réduire, & poſer ce dénominateur deſſous le produit de la multiplication : ainſi voulant réduire, par exemple, 354 toiſes en quarts de toiſe, on multipliera ce nombre 354 par le dénominateur 4 de la fraction, à laquelle on veut reduire les entiers, & il viendra 1416, deſſous leſquels mettant 4 on aura $\frac{1416}{4}$, au lieu des 354 entiers.

Que ſi on vouloit réduire ces mêmes entiers en une autre fraction, par exemple en neuviémes, on les multiplieroit par 9 ; ſi c'étoit en douziémes, par 12 ; & ainſi des autres.

Mais s'il falloit réduire des entiers & fractions en mêmes fractions que celles qui ſuivent ces entiers ; il n'y auroit qu'à les mul-

tiplier par le dénominateur de la fraction qui les ſuit, & ajouter le numerateur de cette même fraction au produit : ainſi voulant réduire $27\frac{1}{5}$ en cinquiémes qui eſt la fraction jointe aux entiers, il faudra multiplier 27 par 5, c'eſt-à-dire, par le dénominateur de la fraction, & ajouter le numerateur 5 de la même fraction au produit 135 de la multiplication, afin d'avoir $\frac{135}{5}$ au lieu de $27\frac{1}{5}$: de même voulant reduire $137\frac{4}{7}$ en ſeptiémes, on aura au produit $\frac{963}{7}$. Et ſi c'eſt $259\frac{1}{4}$ qu'on veüille reduire en quarts, on aura au produit $\frac{1037}{4}$.

ARTICLE V.

Contenant la réduction des Fractions en entiers.

Une fraction dont le numerateur eſt plus grand que le dénominateur, ſe réduit en entiers, ſi on diviſe le numerateur de cette fraction par ſon dénominateur ; car ce qui vient au quotient, eſt la quantité d'entiers que cette fraction contient : & s'il reſte quelque choſe, ce reſtant ſera le numerateur d'une fraction, dont le nombre qui a ſervi de diviſeur ſera le dénominateur. De ſorte que ſi on veut ſçavoir combien, par exemple $\frac{128}{4}$ valent d'entiers, on diviſera 128. par 4, & le quotient 32 ſera juſtement ce qu'il faut : de même voulant réduire $\frac{237}{5}$ en entiers, il faudra diviſer 237 par 5, & il viendra 47 au quotient ; mais comme il reſte 2, ce reſtant ſera le numerateur d'une fraction dont 5 ſera le dénominateur, de ſorte que $\frac{237}{5}$ valent 47 entiers & $\frac{2}{5}$. enfin ſi on veut réduire $\frac{968}{9}$ en entiers, on diviſera le numerateur 968 par le dénominateur 9, le quotient 107 ſera la quantité d'entiers ; mais comme il reſte 5, ce nombre ſera le numerateur d'une fraction, dont 9 eſt le dénominateur.

ARTICLE VI.

Contenant la maniere de prendre une ou pluſieurs parties d'entiers, ou d'entiers & fractions.

Quand on veut prendre une partie d'un certain nombre d'en-

tiers, il n'y a qu'à diviſer ces entiers par le dénominateur de la partie qu'on veut prendre, & s'il reſte quelque choſe, ce reſte ſera le numerateur d'une fraction, dont le dénominateur ſera le même qui a ſervi de diviſeur : ainſi voulant prendre $\frac{1}{7}$ de 63, il faudra diviſer les 63 entiers, par 7, qui eſt le dénominateur de la partie qu'on veut prendre, & le quotient 9 ſera ce qu'il faut, c'eſt-à-dire, que 9 eſt la ſeptiéme partie de 63.

Que s'il falloit prendre le $\frac{1}{8}$ par exemple de 253, on diviſeroit les entiers 253 par 8 qui eſt le dénominateur de la partie qu'on veut prendre, & le quotient ſeroit 31 ; mais comme il reſte encore 5, ce reſtant ſera le numerateur d'une fraction dont le 8 qui a ſervi de diviſeur, ſera le dénominateur, de ſorte que la $\frac{1}{8}$ partie de 253 eſt 31 & $\frac{5}{8}$.

Si on propoſoit de prendre pluſieurs parties d'une certaine quantité d'entiers, il faudroit multiplier ces entiers par le numerateur des parties qu'on veut prendre, & diviſer le produit de cette multiplication par le dénominateur des mêmes parties qu'on veut prendre, le quotient ſera ce qu'il faut ; & s'il reſte quelque choſe, ce reſtant ſera le numerateur d'une fraction, dont le denominateur ſera celui des parties, c'eſt-à-dire, le nombre qui a diviſé : ainſi par exemple, voulant prendre les $\frac{5}{6}$ de 138, on n'aura qu'à multiplier ce nombre d'entiers 138 par 5 qui eſt le numerateur des parties qu'on veut prendre, & diviſer le produit 690 par 6 qui eſt le dénominateur des mêmes parties, le quotient 115 ſera ce qu'il faut, c'eſt-à-dire que les $\frac{5}{6}$ de 138 liv. ſont 115 liv. ou autres eſpeces : de même voulant prendre les $\frac{8}{9}$ de 741, on multipliera ce nombre par 8 qui eſt le numerateur des parties qu'on veut prendre, après quoi on diviſera le produit 5928 de cette multiplication par 9, qui eſt le dénominateur des parties, le quotient ſera 658 ; mais comme il reſte 6 à la diviſion, ce 6 ſera le numerateur d'une fraction, dont 9 qui a ſervi de diviſeur ſera le dénominateur ; c'eſt-à-dire que les $\frac{8}{9}$ de 741 ſont 658 & $\frac{6}{9}$ ou $\frac{2}{3}$.

Pour prendre une partie d'entiers & fractions, il n'y a d'abord qu'à diviſer les entiers par le dénominateur de la partie qu'on veut prendre ; & s'il en reſte quelqu'un, comme cela arrive preſque toujours, on reduira ces entiers reſtans en même fraction que celle

qui

qui les ſuit, à quoi on ajoûtera le numerateur de la même fraction, afin d'en diviſer l'addition par le même dénominateur qui a diviſé les entiers: deſorte que voulant prendre le $\frac{1}{4}$ de $542\frac{2}{3}$, on diviſera premierement les 542 entiers par 4, qui eſt le dénominateur de la partie qu'on veut prendre, il viendra 135.; mais comme il reſte 2 entiers, on les réduira en tiers, c'eſt-à-dire, en même fraction que celle qui ſuit les entiers, ce qui produira $\frac{6}{3}$ à quoi ajoutant les $\frac{2}{3}$ de la fraction, on aura $\frac{8}{3}$, dont la quatriéme partie ſera $\frac{2}{3}$; deſorte que le quart de $542\frac{2}{3}$ eſt juſtement $135\frac{2}{3}$: de même voulant prendre la $\frac{1}{6}$ partie de $385\frac{1}{2}$, on diviſera 385 par le dénominateur 6, & le quotient ſera 64; mais comme il reſte 1, qui vaut $\frac{2}{2}$, on les ajoute avec la $\frac{1}{2}$ qui ſuit, ce qui fait $\frac{3}{2}$ dont la ſixiéme partie eſt $\frac{1}{4}$.

Que ſi les entiers qui reſtent, étant réduits en même fraction que celle qui les ſuit, on ne pouvoit en prendre la partie qu'on veut: il faudroit laiſſer le numerateur de la fraction tel qu'il eſt, & multiplier ſon dénominateur par celui de la partie qu'on veut prendre: ainſi voulant, par exemple, prendre la $\frac{1}{7}$ partie de $147\frac{2}{3}$, on prendra en premier lieu le $\frac{1}{7}$ de 147, & il viendra 21 ſans aucun reſte; mais comme on ne peut prendre la $\frac{1}{7}$ partie de $\frac{2}{3}$ qui eſt la fraction d'après les entiers, on laiſſera le numerateur 2 de cette fraction, & on multipliera ſon dénominateur 3 par le dénominateur 7 de la partie, ce qui produira $\frac{2}{21}$, de cette façon la $\frac{1}{7}$ partie de $147\frac{2}{3}$ eſt $21\frac{2}{21}$. Que ſi on propoſoit de prendre le $\frac{1}{5}$ de $233\frac{1}{4}$, il faudroit d'abord diviſer les 233 entiers par le dénominateur 5 de la partie qu'on veut prendre, le quotient ſera 46.; mais comme il reſte 3, on les réduira en même fraction que celle qui ſuit les entiers, c'eſt-à-dire en quarts, & il viendra 12, à quoi ajoutant le quart, qui eſt la fraction jointe aux entiers, on aura $\frac{13}{4}$; mais comme on ne peut prendre le $\frac{1}{5}$ de 13, qui eſt le numerateur de cette fraction, on laiſſera ce nombre 13 pour numerateur d'une fraction, & pour avoir ſon dénominateur il faudra multiplier 4. qui eſt le dénominateur de la fraction qui ſuit les entiers, par 5. qui eſt le dénominateur de la partie qu'on prend, ce qui produira 20, de ſorte que le $\frac{1}{5}$ de $233\frac{1}{4}$ eſt $46\frac{13}{20}$.

Enfin, s'il falloit prendre pluſieurs parties d'entiers & fractions,

on réduiroit premierement ces entiers en mêmes fractions que celles qui les ſuivent, après quoi on multiplieroit le numerateur de toute cette fraction réduite, par le numerateur des parties qu'on veut prendre, & le produit de cette multiplication ſera le numerateur de ce qu'on cherche. Si on multiplie enſuite le dénominateur de toute la fraction réduite, par le dénominateur des parties qu'on veut prendre, le produit de cette multiplication ſera le dénominateur cherché. Ainſi, par exemple, voulant prendre les $\frac{4}{5}$ de $352\frac{1}{4}$, on réduira cette quantité en quarts, ce qui ſera $\frac{1411}{4}$, dont le numerateur 1411. étant multiplié par le 4, qui eſt le numerateur des parties, produira 5644 pour le numerateur cherché : puis multipliant le dénominateur 4 de la fraction totale qui eſt celle qui ſuit les entiers, par 5, qui eſt le dénominateur des parties, il viendra 20 pour le dénominateur cherché, de ſorte que les $\frac{4}{5}$ de $352\frac{1}{4}$, ou de leur équivalant $\frac{1411}{4}$, ſeront $\frac{5644}{20}$, or cette fraction étant réduite en entiers, par les principes établis dans le cinquiéme article, elle produira $282\frac{4}{5}$.

De même voulant prendre les $\frac{6}{7}$ de $198\frac{3}{7}$, il faudra réduire $198\frac{3}{7}$ en troiſiémes ou tiers, & il viendra $\frac{1386}{3}$, or multipliant le numerateur 596 de cette fraction par 6 qui eſt le numerateur des parties, le produit ſera 3576, puis multipliant le dénominateur 3. de la même fraction par le dénominateur 7 des parties, on aura 21 pour dénominateur cherché. Ainſi la fraction ſera $\frac{3576}{21}$, laquelle étant réduite en entiers donnera $170\frac{6}{7}$.

Avertiſſement.

Ceux qui veulent apprendre les fractions, doivent bien poſſeder ce qui eſt compris dans les ſix articles précedans, puiſqu'ils contiennent l'eſſentiel de cette partie de l'Arithmetique : car à le bien prendre, les quatre Regles ſuivantes ne ſe peuvent entendre que par la connoiſſance exacte de ces ſix articles, ſe trouvant abſolument fondées ſur eux.

ADDITION DES FRACTIONS.

CHAPITRE XI.

QUand on n'a que deux fractions à joindre enſemble, on les réduit premierement en même dénomination, de la maniere qu'on l'a enſeigné au troiſiéme article, page 348, après quoi on ajoute les deux numerateurs de ces fractions réduites en une quantité, & l'on poſe le dénominateur commun préciſément au-deſſous.

Exemple.

L'on veut ajouter $\frac{3}{8}$ & $\frac{5}{6}$ en une quantité : ayant réduit ces deux fractions en même dénomination, il viendra $\frac{18}{24}$ & $\frac{20}{24}$: or ajoutant les deux numerateurs 18 & 20 de ces deux dernieres fractions en une quantité, on aura 38, ſous lequel nombre poſant 24, qui eſt le dénominateur commun, on aura $\frac{38}{24}$; que ſi on réduit cette fraction en entiers, comme l'enſeigne le cinquiéme article de la page 92 on trouvera un entier & $\frac{14}{24}$ ou $\frac{7}{12}$ pour l'addition des deux fractions $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$. Ce qui fait voir que les $\frac{3}{4}$ & les $\frac{5}{6}$, par exemple d'un écu ou d'une piſtole ou autre entier, font un écu & $\frac{7}{12}$ d'écu, ou bien une piſtole & $\frac{7}{12}$ de piſtole.

Que ſi on a pluſieurs fractions à joindre enſemble, il faudra en premier lieu les réduire toutes en même dénomination, de la maniere qu'il a été enſeigné au ſecond ou au troiſiéme cas de l'article troiſiéme page 348, après quoi ayant ajouté tous les numerateurs de ces fractions réduites en une quantité, on mettra le dénominateur commun deſſous, & ſi l'addition de ces numerateurs eſt plus grande que le dénominateur commun, ainſi que cela arrive preſque toujours, on réduira cette fraction en entiers de la maniere que l'enſeigne le cinquiéme article pag. 390. Ainſi voulant ajouter $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ de quelque eſpece que ce ſoit, en une quantité, on réduira toutes ces fractions en même dénomination, ce qui fera $\frac{32}{48}$, $\frac{24}{48}$, $\frac{42}{48}$, $\frac{36}{48}$, $\frac{40}{48}$. Si après cela on ajoute tous les numerateurs de ces fractions en une quantité, cette addition ſera

de 174, deſſous quoi mettant le dénominateur commun 48, on aura $\frac{174}{48}$ pour l'addition de toutes les fractions propoſées. Mais comme le numerateur 174 eſt plus grand que le dénominateur 48, on réduira cette fraction en entiers, ainſi que l'enſeigne le cinquiéme article, & on aura 3 entiers & $\frac{1}{8}$.

Lors qu'on a des entiers & des fractions à joindre enſemble, cela ne change en rien l'opération. Car après avoir ajouté les entiers, comme on fait aux additions ordinaires, on y joint le produit des fractions de la maniere qu'il a été enſeigné au cas précedent.

Exemple.

On veut ajouter	$54\frac{1}{4}$
avec	$52\frac{2}{3}$
&	$21\frac{1}{6}$
produit de l'addition des fractions.	$2\frac{1}{4}$
Total.	$109\frac{1}{4}$

Pour parvenir à l'exécution de cette Regle, on réduit les trois fractions qui ſuivent ces entiers, en même dénomination, puis on les ajoute en une quantité, ce qui produit deux entiers & $\frac{1}{4}$: or ajoutant les deux entiers aux autres, l'addition totale ſera de $109\frac{1}{4}$.

SOUSTRACTION DES FRACTIONS.

CHAPITRE XII.

POur ſouſtraire une fraction d'une autre, il faut que celle qu'on ſouſtrait, ſoit plus petite que celle de laquelle on veut ſouſtraire, parce qu'on ne peut ôter plus de moins. Cela poſé, on réduit en premier lieu ces deux fractions en même dénomination, puis on ôte le petit numerateur du grand, & le reſte eſt le numerateur d'une fraction, dont le dénominateur eſt le même que celui des fractions réduites en même dénomination; de ſorte que voulant ôter

$\frac{2}{3}$ de $\frac{7}{8}$, on réduit ces deux fractions en même dénomination, comme l'enſeigne l'article troiſiéme, ce qui produit $\frac{16}{24}$ & $\frac{21}{24}$: or ayant ôté le petit numerateur 16 du grand 21 il reſte un 5, & par conſéquent $\frac{5}{24}$, d'où il faut conclure, qu'ayant ôté $\frac{2}{3}$ de $\frac{7}{8}$, il reſte $\frac{5}{24}$, qu'on ne peut réduire à plus bas termes, parce que le numerateur & le dénominateur de cette fraction n'ont point de meſure qui leur ſoit commune que l'unité.

Lors qu'il y a des entiers & fractions à ôter d'autres entiers & fractions, on poſe la petite quantité deſſous la grande, & ſi la fraction d'enbas eſt plus petite que celle d'enhaut, elle en ſera ôtée, comme il vient d'être dit, après les avoir réduites toutes deux en même dénomination : & pour ce qui eſt des entiers, la ſouſtraction s'en fera à l'ordinaire. Ainſi voulant ôter $25\frac{2}{3}$ de $47\frac{1}{6}$, on diſpoſera ces deux quantités l'une ſous l'autre à l'ordinaire, & comme la fraction $\frac{2}{3}$ qui eſt enbas peut être ôtée de celle d'enhaut $\frac{1}{6}$, on l'en ſouſtraira après les avoir réduites toutes deux en même dénomination, il reſtera $\frac{1}{6}$; enfin on ôtera les 25 entiers qui ſont enbas des 47 entiers d'enhaut, & il reſtera 22, de cette ſorte ayant ôté $25\frac{2}{3}$ de $47\frac{1}{6}$, il reſtera $22\frac{1}{6}$.

Mais ſi la fraction d'enbas ne pouvoit être ôtée de celle d'enhaut, ce qui arrive lorſque cette premiere eſt plus grande que l'autre, il faudroit en ce cas emprunter un entier ſur les entiers d'enhaut, qu'on réduiroit en même fraction que celle qui la ſuit ; à quoi on ajouteroit le numerateur de cette même fraction & du produit on en ôteroit la fraction d'enbas, le reſte ſe fait comme au cas précedent.

Exemple.

De . .	$132\frac{2}{4}$
ôter . .	$65\frac{3}{5}$
Reſte . .	$66\frac{13}{16}$

45. 32

Réduire $\frac{1}{4}$ & $\frac{3}{5}$ en même fraction.

36

On voit dans cet exemple, que les $\frac{3}{5}$ de la fraction d'enbas ne peuvent être ôtées de $\frac{1}{4}$, qui eſt la fraction d'enhaut, ce qui fait qu'on emprunte un entier ſur ceux d'enhaut, qui réduit en même

fraction que celle qui ſuit ces entiers, c'eſt-à-dire en quarts, à quoi ajoutant le $\frac{1}{4}$ de la fraction d'enhaut, cela produira $\frac{1}{4}$, dont ôtant les $\frac{2}{5}$ de la fraction d'enbas (après avoir réduit l'une & l'autre de ces fractions en même dénomination) il reſtera $\frac{11}{20}$; le reſte ſe fait comme à la ſouſtraction ordinaire, remarquant ſeulement que le 2 des entiers d'en haut ne vaut plus que 1, à cauſe de l'unité qu'on a été obligé d'emprunter deſſus.

MULTIPLICATION DES FRACTIONS.

CHAPITRE XIII.

LOrs qu'on a deux fractions à multiplier l'une par l'autre, il faut en premier lieu multiplier le numerateur de l'une par le numerateur de l'autre, pour avoir le numerateur total, enſuite de quoi on multiplie les dénominateurs de ces deux mêmes fractions l'un par l'autre, & le produit donne le dénominateur total. Ainſi voulant multiplier les deux fractions $\frac{5}{6}$ & $\frac{3}{4}$ l'un par l'autre, on multiplie leurs numerateurs 5 & 3 pour avoir 15, qui eſt le numerateur total, puis on multiplie 6 & 4 qui ſont les deux dénominateurs, & le produit 24 ſera le dénominateur total, de ſorte que $\frac{15}{24}$ ſont le produit de $\frac{5}{6}$ & $\frac{3}{4}$ multipliées l'une par l'autre.

Exemple.

Multiplier $\frac{5}{6}$ & $\frac{3}{4}$ l'une par l'autre. $\frac{15}{24}$

De même, voulant multiplier $\frac{10}{11}$ par $\frac{7}{8}$, on dit 10. fois 7 ſont 70, pour numerateur total; puis 11 fois 8 ſont 88, pour dénominateur total: de ſorte qu'on a $\frac{70}{88}$ pour le produit, ou, ce qui eſt la même choſe, $\frac{35}{44}$ pour la même fraction abbreviée au plus bas terme qu'elle puiſſe être.

Quand on a des entiers & des fractions à multiplier par des entiers & des fractions, on peut réſoudre la Regle par l'une des

manieres ſuivantes. La premiere maniere eſt quand les dénominateurs des fractions qui ſuivent les entiers ſont d'un ſeul chiffre: car alors ayant poſé la petite quantité deſſous la grande comme à l'ordinaire; on multiplie les entiers l'un par l'autre, ainſi qu'à la multiplication ſimple, après quoi on prend ſur les entiers d'enbas les parties parfaites qui conviennent à la fraction d'enhaut, enſuite on prend ſur les entiers d'enhaut les parties parfaites qui conviennent à la fraction d'enbas; & enfin, on multiplie les deux fractions l'une par l'autre de la maniere qu'on l'a vu dans le premier cas de cette Regle.

Exemple.

On demande le produit de $42\frac{1}{4}$
multipliez par . . . . $28\frac{2}{3}$

	336	
	84	
les $\frac{1}{4}$ de 28 ſont	21	
les $\frac{2}{3}$ de 42 ſont	28	
les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$ ſont	$0\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$	
ce produit total ſera	1225	$\frac{1}{2}$.

Après avoir multiplié les 42 entiers d'enhaut par les 28 entiers d'enbas, de la maniere qu'on le pratique aux multiplications ordinaires, on prend les $\frac{1}{4}$ de 28, c'eſt-à-dire 21, qu'on place en leur lieu; enſuite on prend les $\frac{2}{3}$ de 42, qui ſont 28, qu'on place auſſi en leur lieu; enfin on multiplie les $\frac{1}{4}$ par les $\frac{2}{3}$, ce qui produit $\frac{6}{12}$, qu'on abbrevie en $\frac{1}{2}$, de ſorte qu'ajoutant toutes ces quantitez particulieres en une ſeule, le produit ſera $1225\frac{1}{2}$. La ſeconde maniere de faire une multiplication d'entiers & fractions par entiers & fractions eſt, lors que les dénominateurs des fractions qui ſuivent les entiers, ſont de plus d'un chiffre, ou d'un ſeul grand chiffre: car alors on réduit les entiers en même fraction que celle qui les ſuit, puis on fait la multiplication de la même

maniere qui a été enſeignée au premier cas de cette Regle : ainſi voulant multiplier $22\frac{11}{13}$ par $14\frac{6}{7}$, on réduit premierement les 22 entiers en mêmes fractions que celles qui les ſuivent, c'eſt-à-dire en treiziémes, à quoi on ajoute le numerateur 11 de cette même fraction, & cela produit $\frac{297}{13}$, puis on réduit les 14 auſſi en même fraction que celle qui les ſuit, c'eſt-à-dire en ſeptiémes, à quoi on ajoute le numerateur 6 de la même fraction, ce qui produit $\frac{104}{7}$, de ſorte que multipliant la fraction $\frac{297}{13}$ par la fraction $\frac{104}{7}$, comme il a été enſeigné au premier cas de cette Regle, le produit total ſera $\frac{30888}{91}$. Or comme le numerateur de cette fraction eſt beaucoup plus grand que ſon dénominateur, on verra combien il y a d'entiers, en ſe ſervant de la pratique enſeignée à l'article cinquiéme, & on en trouvera 339 & $\frac{39}{91}$, ou ce qui eſt la même choſe $\frac{1}{7}$.

DIVISION DES FRACTIONS.

CHAPITRE XIV.

QUand il faut diviſer une fraction par une autre, on multiplie en premier lieu le numerateur de la fraction à diviſer par le dénominateur de la fraction qui doit diviſer, & le produit de cette multiplication eſt le numerateur du quotient : après quoi multipliant le dénominateur de la fraction à diviſer par le numerateur de celle qui doit diviſer, le produit ſera le dénominateur du quotient : ainſi voulant diviſer $\frac{7}{8}$ par $\frac{1}{6}$ on multipliera 7, qui eſt le numerateur de la fraction à diviſer, par 6, qui eſt le dénominateur de la fraction qui doit diviſer, le produit 42, ſera le numerateur du quotient, puis multipliant 8, qui eſt le dénominateur de la fraction à diviſer, par 5, qui eſt le numerateur de la fraction qui doit diviſer, le produit 40, ſera le dénominateur du même quotient.

Exemple.

$$\text{Diviſer } \frac{7}{8} \text{ par } \frac{1}{6}. \quad \frac{42}{40}$$

Remarque.

Remarque.

Lors qu'on diviſe une fraction par une plus petite, le numerateur du quotient eſt plus grand que ſon dénominateur, ce qui fait que l'on diviſe ce numerateur par ſon dénominateur, afin de voir combien de fois ce dernier eſt contenu dans l'autre; or il vient toujours une ou pluſieurs unitez au quotient de cette diviſion: ainſi dans le cas précedent ayant diviſé $\frac{7}{8}$ par $\frac{5}{6}$ il eſt venu $\frac{42}{40}$; & ayant diviſé à l'ordinaire le numerateur de cette fraction par ſon dénominateur, il vient au quotient 1 & $\frac{2}{40}$ ou $\frac{1}{20}$. Il ne faut pas conclure de-là, que $\frac{7}{8}$ diviſées par $\frac{5}{6}$, produiſent un entier & un vingtiéme, mais bien que $\frac{7}{8}$ contient $\frac{5}{6}$ une fois & un vingtiéme de fois, ce qui eſt très conforme aux principes de la diviſion ordinaire, dans laquelle il s'agit de connoître combien de fois une certaine quantité en peut contenir une autre.

Si on a des entiers & fractions à diviſer par d'autres entiers & fractions, on réduit premierement les entiers en mêmes fractions que celles qui leur ſont jointes, après quoi on réſoud la Regle de la même maniere qu'on l'a dit à l'article qui eſt devant la Remarque précedente; c'eſt-à-dire, qu'on multiplie le numerateur de la quantité à diviſer, par le dénominateur du diviſeur, afin d'avoir le numerateur du quotient; & après cela on multiplie le dénominateur de la quantité à diviſer par le numerateur du diviſeur, afin d'avoir le dénominateur du quotient: ainſi ſuppoſons qu'il faille diviſer $152\frac{3}{4}$ par $12\frac{5}{6}$: ayant réduit comme l'enſeigne le quatriéme article page 350. les entiers de ces deux quantitez en mêmes fractions que celles qui les ſuivent, on trouve $\frac{611}{4}$ & $\frac{77}{6}$, que ſi on diviſe la premiere de ces fractions par la ſeconde, ainſi qu'il eſt enſeigné au premier cas de cette diviſion, il viendra $\frac{3666}{308}$, de ſorte que réduiſant cette fraction en entiers, en ſe ſervant de la diviſion commune, le quotient ſera $11\frac{278}{308}$ ou $\frac{139}{154}$, c'eſt-à-dire que $152\frac{3}{4}$ contient $12\frac{5}{6}$ onze fois, & cent trente-neuf, cent cinquante quatriémes de fois.

REGLE DE TROIS EN FRACTIONS.

CHAPITRE XV.

LA Regle qu'on propoſe ici ne differe de la Regle de trois ordinaire, que dans la maniere de réſoudre les multiplications & les diviſions ; car les nombres s'y diſpoſent de la même façon, & l'on y multiplie, auſſi-bien qu'en celle-là, le ſecond & le troiſiéme terme l'un par l'autre, après quoi on diviſe le produit par le premier terme.

Exemple.

Si pour $\frac{7}{8}$ de piſtole on a $\frac{3}{4}$ aunes de drap, combien pour $\frac{1}{6}$.

Cette Regle ſe réſout en multipliant $\frac{3}{4}$ par $\frac{1}{6}$, ou bien $\frac{1}{6}$ par $\frac{3}{4}$ de la maniere qu'on l'a dit au premier cas de la multiplication des fractions, enſuite de quoi on diviſe le produit $\frac{3}{24}$ de cette multiplication par le premier terme $\frac{7}{8}$; car les $\frac{1}{7}$ qui viennent au quotient pour quatriéme terme de la Regle, eſt la quantité de drap qu'on pourroit avoir pour les $\frac{1}{6}$ de piſtole.

Quand il y a des entiers & des fractions au premier & au troiſiéme terme de la Regle de trois propoſée, on les réduit tous deux en même dénomination, ce qui ſe fait après avoir réduit les entiers en mêmes fractions que celles qui les ſuivent, enſuite de quoi on conſiderera ces deux termes comme ſi c'étoient des entiers, & l'on pourſuivra la Regle à l'ordinaire.

Exemple.

Si 53 toiſes $\frac{3}{4}$ de tranchée coûtent 132 l. 10. ſ. combien 142 toiſes $\frac{2}{3}$.

Ayant réduit le premier & le troiſiéme terme en mêmes fractions que celles qui ſuivent leurs entiers, ainſi que l'enſeigne l'article quatriéme page 350, on réduit enſuite ces fractions en même

dénomination, de la maniere qu'il eſt enſeigné dans l'article troiſiéme page 348, & on trouvera $\frac{645}{12}$ & $\frac{1712}{12}$, au lieu des $53\frac{1}{2}$ & & des $142\frac{2}{3}$, qu'on avoit dans l'expoſe de la Regle, de ſorte qu'on peut dire par la Regle de trois ordinaire, ſi 645 coutent 132 l. 10 ſ. que coûteront 1712, par ce que le premier & le troiſiéme termes ſont conſiderez comme s'ils n'étoient pas fractions, attendu que leurs dénominateurs ſont les mêmes. La regle étant achevée, on trouvera pour quatriéme terme 351 l. 13 ſ. 9. d. & $\frac{25}{43}$, c'eſt-à-dire ce que coûteroient les 142 toiſes $\frac{2}{3}$ de tranchée.

Enfin, s'il y a des fractions avec les entiers aux trois termes de la Regle de trois ou de proportion, il ne ſera pas néceſſaire de les réduire en même dénomination : on multipliera ſeulement le ſecond & le troiſiéme termes l'un par l'autre, ainſi qu'il eſt enſeigné à l'une des pratiques de la multiplication des fractions, après quoi on diviſera ce produit par le premier terme, en ſe ſervant du dernier cas de la diviſion des fractions.

Exemple.

Si pour 27 écus & $\frac{1}{2}$ on a 134 aunes $\frac{3}{8}$ de toile, combien pour $59\frac{1}{7}$.

Après avoir multiplié le ſecond terme $134\frac{3}{8}$ par le troiſiéme $59\frac{1}{7}$, ou bien le troiſiéme par le ſecond, en ſe ſervant de la ſeconde pratique de la multiplication des fractions page 357, on en diviſera le produit $8093\frac{7}{56}$ par le premier terme $27\frac{1}{2}$, ainſi qu'il eſt dit au ſecond cas de la diviſion des fractions page 359, le quotient $289\frac{611}{2156}$ ſera le quatriéme terme de la Regle de trois propoſée.

RACINE QUARRÉE EN FRACTIONS.

CHAPITRE XVI.

POur tirer la racine quarrée d'une fraction, il ne faut que conſiderer ſi le numerateur & le dénominateur ſont des nombres quarrez ou non, car s'ils ſont nombres quarrez, il ne faudra qu'en-

traire la racine quarrée du numerateur de cette fraction pour avoir le numerateur du quotient, & après cela extraire la racine quarrée du dénominateur de cette fraction pour avoir le dénominateur du quotient: ainſi ſuppoſons que la ſuperficie d'un quarré ſoit de $\frac{16}{25}$ de toiſe, & qu'on veuille ſçavoir quelle eſt la longueur de l'un de ſes côtés: il n'y a pour cela qu'à prendre la racine du numerateur 16, & il viendra 4 pour le numerateur du quotient, puis tirer la racine du dénominateur 25 pour avoir 5 au dénominateur du quotient, de ſorte que $\frac{4}{5}$ ſera la racine de $\frac{16}{25}$.

Quand les nombres qui compoſent la fraction, dont on veut tirer la racine quarrée, ne ſont pas quarrez, on peut ſe ſervir de l'une des deux pratiques ſuivantes.

La premiere eſt de multiplier le numerateur & le dénominateur de la fraction propoſée l'un par l'autre, & tirer la racine du produit de cette multiplication le plus préciſément que faire ſe pourra, puis diviſer le numerateur de la fraction propoſée par la racine qu'on a trouvée.

La ſeconde eſt de faire la même multiplication du numerateur & du dénominateur l'un par l'autre, & tirer auſſi la racine du produit, laquelle étant multipliée par le dénominateur de la fraction propoſée, le quotient de l'une de ces diviſions ſera très approchant de ce qu'on cherche.

Ainſi voulant tirer la racine quarrée de $\frac{7}{8}$; il faut multiplier les deux chiffres qui compoſent cette fraction l'un par l'autre, & tirer la racine quarrée de leur produit 56, laquelle ſe trouvera de 7 & $\frac{7}{15}$, or diviſant le numerateur 7 de la fraction propoſée par cette racine $\frac{7}{15}$, on aura une fraction, laquelle étant abbreviée ſera $\frac{15}{16}$.

Pour la ſeconde pratique, ſi on diviſe cette même racine 7 & $\frac{7}{15}$ par le dénominateur 8 de la fraction propoſée, on aura $\frac{14}{15}$, qui eſt un quotient fort approchant des $\frac{15}{16}$ de l'article précedent: on doit remarquer, que ces ſortes de racines, étant ce qu'on appelle des racines ſourdes, il eſt impoſſible d'en venir à une parfaite connoiſſance: il eſt vrai que l'erreur en eſt d'une très petite conſéquence dans la pratique, ce qui fait qu'on ne s'y doit pas arrêter.

Si on veut tirer la racine quarrée d'un nombre composé d'entiers & fractions, il faudra premierement réduire ces entiers en même fraction que celle qui les ſuit, après quoi on tirera la racine de ce tout, en ſe ſervant de l'une des deux pratiques précedentes, & principalement de celle qu'on jugera devoir être la plus facile : de ſorte que voulant avoir le côté d'un quarré dont la ſuperficie eſt ſuppoſée de $52\frac{1}{4}$, on réduira les 52 en quarts, auſquels on ajoutera le numerateur, ce qui fera $\frac{211}{4}$, dont la racine eſt $29\frac{3}{17}$, avec laquelle diviſant 211 numerateur de la fraction qui eſt égale à $52\frac{1}{4}$, on aura au quotient 7 & $\frac{451}{1714}$ pour la racine cherchée. Ou bien diviſant la même racine $29\frac{3}{17}$ par le dénominateur 4 de la fraction $\frac{211}{4}$, on aura au quotient 7 & $\frac{31}{118}$, c'eſt-à-dire les mêmes entiers & une fraction très approchante de l'autre.

Je crois que voilà en abregé tout ce qu'on peut dire de plus eſſentiel ſur les fractions, & dont on verra l'uſage dans pluſieurs Regles de la troiſiéme partie, que j'expliquerai dans la ſuite.

Avertiſſement.

Je me ſerois contenté de ce que j'ai dit juſques ici de l'Arithmetique, ſans m'amuſer davantage à groſſir ce Livre, ſi l'expérience ne m'avoit fait connoître qu'il arrive pluſieurs difficultez dans l'emploi d'un Ingenieur & dans les affaires de la guerre & du commerce, dont il ſeroit difficile de ſe débaraſſer ſans le ſecours des Regles qui ſuivent, & auſquelles je donne le nom de Regles Vulgaires, *parce qu'elles ſervent à réſoudre pluſieurs queſtions qui arrivent chaque jour. J'avoue pourtant de bonne foi qu'il y en a quelques-unes plus curieuſes qu'utiles, ainſi que ſont par exemple les Regles de fauſſe poſition, quoiqu'elles puiſſent avoir leur uſage.*

REGLES VULGAIRES,

Ou application de ce qui a été établi dans les deux parties précedentes à divers exemples d'uſage, tant pour les affaires de la Guerre que des Fortifications & du Commerce.

TROISIE'ME PARTIE.

REGLE DE TROIS INDIRECTE, ou INVERSE.

CHAPITRE XVII.

ON donne le nom de Regle de trois indirecte ou inverſe à celle que j'explique ici, parce que les termes qui la compoſent, lors qu'elle eſt achevée, ne ſe correſpondent pas dans le même ordre que ceux de la Regle de trois directe; c'eſt-à-dire que dans celle-ci le premier n'a pas un même rapport avec le ſecond, que le troiſiéme avec le quatriéme : ou bien ce terme n'a pas un même rapport avec le troiſiéme, que le ſecond avec le quatriéme : il arrive toujours au contraire dans la Regle de trois indirecte que le premier terme à un même rapport avec le ſecond, que le quatriéme avec le troiſiéme, ou bien que le premier terme a même rapport avec le troiſiéme, que le quatriéme au ſecond.

Toute Regle de trois indirecte ſe reſout en multipliant ſon premier terme & le ſecond indifferemment l'un par l'autre, & diviſant le produit de cette multiplication par le troiſiéme terme, car le quotient ſera le nombre inconnu que l'on cherchoit; ainſi ſuppoſons, par exemple, qu'un Gouverneur ait des vivres pour une Garniſon compoſée de 4230 hommes pendant 94 jours, en donnant certaine quantité fixe par jour à chaque Soldat : mais prévoyant un ſiége de plus longue durée, il demande combien il poura garder d'hommes dans ſa Place pendant 141 jours, qu'il préſuppoſe

que le ſiége doit durer, ſans néanmoins rien diminuer de la portion deſtinée à chaque Soldat : on diſpoſera & réſoudra cette Regle comme il ſuit.

Si 4230 hommes vivent 94 jours, combien vivront 141 jours.

94

16920
38070

397620

2
22580
397620
141111
2444
22

} 2820 hommes.

Après quoi ayant multiplié le premier terme 4230 par le ſecond 94, on diviſera le produit 297620 par le troiſiéme terme 141, & le quotient 2820 de cette diviſion ſera le quatriéme terme, c'eſt-à-dire la quantité de Soldats que le Gouverneur doit garder.

Autre.

Lorſque le blé vaut 15 l. 9. ſ. le ſetier ou ſac, un Munitionnaire donne 17 rations de pain pour 30 ſ. on demande combien de rations il doit donner pour les mêmes 30 ſ. lors que le blé ne vaut que 10 l. 6 ſ. Cette queſtion ſe réſoudra en diſpoſant les nombres qui la compoſent comme il ſuit, & ſe ſervant de la même pratique qu'à l'exemple précedent.

Si pour 15 l. 9. ſ. on a 17 Rations, combien pour 10 l. 6 ſ.

C'eſt-à-dire qu'on multipliera le premier terme 15 l. 9 ſ. par le

ſecond 17 rations, puis on diviſera le produit 262 l. 15 ſ. de cette multiplication par le troiſiéme terme 10 l. 6 ſ. & il viendra au quotient 25 rations $\frac{1}{2}$ pour le quatriéme terme.

Autre avec des fractions

Un Entrepreneur des fortifications s'étant chargé de faire conſtruire un mur de parapet le long d'une courtine, contenant 52 toiſes $\frac{1}{2}$ ſur le pied de 16 l. $\frac{1}{4}$ la toiſe quarrée, il arrive qu'ayant fait achever cet ouvrage, il s'y en trouve 65 toiſes $\frac{1}{8}$ dont il demande le payement; cependant l'Ingenieur qui a la direction des travaux, ne lui en veut paſſer que les 52 toiſes $\frac{1}{2}$ portées par le marché; on demande ce qui revient de la toiſe de cet ouvrage à l'Entrepreneur, attendu qu'il y perd : cette Regle ſe réſoudra comme les deux précedentes en multipliant le premier terme $52\frac{1}{2}$ & le ſecond $16\frac{1}{4}$ l'un par l'autre, ainſi qu'il eſt enſeigné au premier cas de la multiplication d'entiers & fractions page 357, & diviſant le produit $879\frac{1}{8}$ par le troiſiéme $65\frac{1}{8}$, car ce qui viendra au quotient de la diviſion, c'eſt-à-dire 13 l. $\frac{1}{7}$ ſera le prix de la toiſe de cet ouvrage.

Autre qui ſervira de preuve à la précedente.

Un Maître Maçon ayant ordre de faire conſtruire dans un certain temps limité un mur de 65 toiſes $\frac{1}{8}$ dont on lui paye $13\frac{1}{7}$ l. de la toiſe, n'a pu en faire achever que 52 toiſes $\frac{1}{2}$ pour le tems qu'on lui avoit marqué, cependant comme cet ouvrage s'eſt trouvé difficile, on le paye au Maçon ſur le même pied que s'il l'avoit achevé; on demande ce qu'il avoit de la toiſe. Ayant diſpoſé la Regle comme il ſuit & multiplié le premier terme $65\frac{1}{8}$ par le ſecond $13\frac{1}{7}$ il viendra au produit $878\frac{1}{8}$ qu'on diviſera par le troiſiéme terme $52\frac{1}{2}$; le quotient $16\frac{1}{4}$ ſera ce que la toiſe de cet ouvrage coûte.

REGLE

REGLE DE COMPAGNIE, ou DE SOCIETÉ.

CHAPITRE XVIII.

IL y a de deux ſortes de Regles de Compagnie ou de Société.

La premiere eſt lorſque la Société commence dans un même tems & finit dans un autre même tems.

La ſeconde ſorte de Regle de Compagnie eſt lors que ceux qui compoſent la ſociété, n'y entrent pas tous en même tems, ou qu'il y en a quelqu'un qui ſort avant qu'elle ſoit finie.

On peut dire que la Regle de Compagnie n'eſt qu'un compoſé d'autant de Regles de trois qu'il y a de perſonnes aſſociées.

Pour ce qui regarde la pratique de la premiere ſorte de Regle de Compagnie : ſuppoſons que quatre perſonnes ayent fait une ſociété entr'eux pour fournir le pain de munition à une armée pendant la campagne, & que pour cet effet ils ayent établi un fonds de 185600 l. dont la part du premier eſt de 34000 l. celle du ſecond de 78300, le troiſiéme 21200 ; & enfin le quatriéme 52100 ; or il arrive que la campagne étant finie, ces quatre Entrepreneurs ont gagné 47800 l. tous frais faits, on demande ce que chacun d'eux doit avoir de gain ſelon ſa miſe.

On réſoudra cette Regle en mettant le fonds que les aſſociez ont fait entr'eux au premier terme d'une Regle de trois ; leur gain total au ſecond & la miſe d'un des particuliers au troiſiéme terme, ainſi qu'on le voit dans l'exemple ſuivant, ou ayant multiplié le ſecond terme 47800 & le troiſiéme terme 34000 l'un par l'autre, & diviſé le produit de cette multiplication par le premier terme 185600, le quotient 8756 l. $\frac{27}{37}$ ſera la part ou le gain du premier aſſocié.

Si 185600 gagne 47800, combien 34000.

On fera une Regle de trois pour chaque aſſocié, obſervant de placer ſa miſe au troiſiéme terme, car le quatriéme ſera ſon gain, pourvû qu'on ait été exact à mettre le fonds principal qu'ils ont

fait au premier terme, le gain total au ſecond, & ainſi qu'on le vient de dire la miſe du particulier pour qui on fait la Regle au troiſiéme.

Que s'il y avoit non ſeulement des livres à la miſe totale, mais encore des ſols & deniers, il faudroit obſerver qu'étant placée pour premier terme de la Regle de trois directe, & par conſéquent deſtinée à être le diviſeur du produit du ſecond & troiſiéme termes multipliez l'un par l'autre; il faudroit réduire cette miſe totale (ou premier terme) en la plus baſſe de ſes ſous-eſpeces, ce qui engageroit d'en faire de même des autres quantitez, après quoi la Regle s'acheveroit à l'ordinaire, ce qui n'exige pas d'exemple, parce que je ſuppoſe, avec raiſon, pour entendre cette troiſiéme Partie, qu'on ſçache bien les quatre Regles générales & la Regle de trois.

Remarque.

Lors que les miſes de chacun des particuliers ſe trouvent être parties parfaites ou aliquotes de la miſe totale, on n'a qu'à prendre ſur le gain total les mêmes parties parfaites que les miſes particulieres le ſont de la miſe totale; ainſi ſuppoſé que le premier aſſocié ait pour ſa miſe particuliere la huitiéme partie de la miſe totale, ſon gain doit être la huitiéme partie du gain total, & ainſi des autres.

Il eſt encore bon de remarquer, que ſi ceux qui forment la ſociété, au lieu de gagner avoient perdu, que cela ne changeroit rien à l'eſſentiel de la Regle, & qu'au lieu qu'on ſuppoſe ici que les quatriémes termes des Regles de trois ſont leurs gains, ils ſeroient leurs pertes.

Quant à la ſeconde ſorte de Regle de ſociété qui eſt celle où les temps des miſes ou bien des termes ne ſont pas égaux, on les réſoud de la maniere qu'on va le dire.

Trois Entrepreneurs s'étant chargez des Fortifications d'une Citadelle, font entr'eux un fonds aux conditions ſuivantes: Le premier met 42360 l. pour un an. Le ſecond met 75440 l. pour dix-huit mois, & le troiſiéme met 37420 l. pour dix mois: or l'ouvrage qu'ils ont entrepris étant achevé, ils trouvent un profit de 76400 l.

& le voulant partager, on demande ce que chacun doit avoir ſuivant ſa miſe particuliere & le temps qu'elle a été dans la ſociété.

Pour réſoudre cette queſtion, multipliez la miſe de chaque particulier par le temps qu'elle a été dans la ſocieté, & ayant ajouté tous ces produits en un, faites-en le premier terme d'une Regle de trois : mettez le profit total au ſecond terme, & le produit de la miſe d'un des particuliers multipliée par le tems qu'elle a été dans la ſocieté au troiſiéme terme : la Regle étant achevée, il viendra le profit de ce particulier au quatriéme terme, comme le tout ſe voit dans l'exemple ſuivant pour le premier aſſocié.

42360 l.
Multipliées par 12 mois

produit 508320

75440 l.
Multipliée par 18 mois

605520
75440

produit 1357900

37420 liv.
Multipliées par 10 mois

produit 374200

508320
1357920 Additions des trois miſes multipliées
374200 par le temps qu'elles ont été dans la ſocieté.

2240440

2240440 produit total, 76400 gain total, 508320 miſe à part.

La Regle étant diſpoſée à l'ordinaire, comme on le voit en cet exemple, on multipliera, ainſi qu'il a été dit, le troiſiéme terme 508320 (qui eſt la miſe du premier aſſocié multipliée par le temps qu'elle a été dans la ſocieté) & le ſecond 76400 qui eſt le gain total, l'un par l'autre, & on diviſera le produit 38835648000 de cette multiplication par le premier terme 2240440, la Regle étant achevée, il viendra au quotient 17333 liv. 18 ſ. & un peu plus de 9 deniers pour le gain de ce premier aſſocié. On obſervera les mêmes Regles pour les autres aſſociés.

Autre.

Deux Particuliers entreprennent de fournir le pain de Munition aux troupes d'une Garniſon l'eſpace de quatre ans : Le premier employe 50000 livres pour l'achat des grains, & y laiſſe non ſeulement cette ſomme pendant les quatre ans, mais il met encore 36000 liv. au bout de 26 mois. Le ſecond met 80000 l. en entrant dans la ſocieté, mais au bout de 15 mois il en retire 30000 l. pour ſes affaires patticulieres : il arrive qu'à la fin de leur ſocieté ils ont gagné 27500 l. on demande ce que chacun doit avoir pour ſa part.

Pour reſoudre cette queſtion, multipliez les 50000 l. que le premier a mis, par le temps qu'a duré la ſocieté, c'eſt-à-dire, par 48. mois, & ajoutez à ce produit celui des 36000 l. qu'il y a encore mis, multipliées par les 22 mois qu'elles ont été dans la ſocieté, le produit total ſera 3192000 pour les miſes du premier, multipliées par ſes temps : cela fait, ôtez les 30000 liv. que le ſecond a retiré des 80000 liv. qu'il avoit miſes, & multipliez les 50000 de reſte par les 48 mois qu'elles ont été dans la ſocieté, le produit de cette multiplication ſera 2400000 ; ajoutez à cette quantité le produit de la multiplication des 30000 l. par les 15 mois qu'elles ont été dans la ſocieté, c'eſt-à-dire 450000, l'addition ſera 2850000 ; de ſorte qu'ajoutant 3192000 produits du premier & 2850000 produits du dernier en une quantité, on aura 6042000 pour premier terme d'une Regle de trois ; le gain total 27500 liv. ſera le ſecond, & le tout 3192000 du premier ou le

étant achevée, il viendra au quatriéme terme le gain de l'un d'eux.

Autre.

Trois hommes ont à partager la ſomme de 18800 l. aux conditions que le premier prenant 3 l. 15 ſ. de cette ſomme, le ſecond en prendra 4 l. & le troiſiéme en prendra 3 l. 5 ſ. on demande quelle eſt la portion de chacun de ces trois hommes.

Reduiſez la ſomme 18800 l. à partager en ſols, il viendra 376000 ſ. faitez-en autant des trois portions que doivent prendre les aſſociez & les ajoutez enſemble, on aura 220 ſ. diviſez la premiere de ces quantités par la ſeconde, & multipliez le quotient $1709\frac{1}{11}$ par la portion de chaque partageant, les produits de ces multiplications ſeront ce qui leur revient; ainſi que l'exemple ſuivant le fera connoître & ſuffira pour en donner l'intelligence.

	75 ſ.
18800 l.	80
20	65
376000	220

$$\left.\begin{array}{r} \cancel{1522} \\ \cancel{376000} \\ \cancel{220000} \\ \cancel{2222} \\ \cancel{22} \end{array}\right\} \begin{array}{l} 1709\frac{1}{11} \\ 3\text{ l. } 15\text{ ſ.} \end{array}$$

5127	
854	10
427	5
	$6-9.\frac{1}{11}$
6409	$1-9.\frac{9}{11}$

Autre.

Trois aſſociez ont à partager la ſomme de 28300 l. ſous condition que le premier aura la moitié, le ſecond en aura le tiers, & le troiſiéme en aura les cinq ſixiémes, on demande ce que chacun doit avoir pour ſa part.

Choiſiſſez un nombre facile tel que 12 duquel vous puiſſiez prendre la partie que chacun doit avoir, c'eſt-à-dire, la $\frac{1}{2}$; le $\frac{1}{3}$ & les $\frac{5}{6}$, & ayant pris ces parties, ajoutez les enſemble, il viendra 20 au produit : cela fait, multipliez la ſomme à partager 28300 l. par les parties priſes ſur le nombre choiſi, & diviſez le produit de cette multiplication par 20 qui eſt l'addition des parties priſes ſur le nombre choiſi, les quotiens ſeront ce qu'on cherche.

Exemple.

Nombre choiſi	12
dont la moitié eſt	6
le tiers eſt	4
les cinq ſixiémes ſont	10
L'addition de tout fait	20

Ayant en premier lieu multiplié la ſomme à partager 28300 par 6 qui eſt la partie du nombre choiſi 12 revenant au premier partageant, il viendra 169800, qu'on diviſera par 20, c'eſt-à-dire, par toutes les parties priſes ſur le nombre choiſi, le quotient 8490 l. ſera la part que le premier des aſſociés doit avoir : les autres portions ſe trouveront, en ſuivant les mêmes Regles, & il viendra pour celle du ſecond 5660 l. & pour le troiſiéme 14150 l.

Autre.

Il y a trois Moulins dont le premier peut moudre 20 ſacs ou

16, & enfin le troiſieme en peut moudre 12 : or un Commis des Vivres eſt chargé par ſon Directeur d'en faire moudre ſans relâche 1600 ſacs ou ſetiers : on demande ce que le Commis en doit faire délivrer à chaque Moulin, afin que le tout ſoit moulu dans un même temps.

Ajoutez ce que les trois Moulins peuvent moudre pendant un jour de 24 heures en une quantité, ce ſera dans cet exemple 48 ſetiers : multipliez après cela les 1600 ſetiers qui eſt la quantité totale à moudre, par la quantité que chaque Moulin peut moudre en un jour, c'eſt-à-dire ici par 20 au premier ; par 16 au ſecond, & par 12 au troiſiéme. Diviſez les produits de ces multiplications par 48, qui eſt la quantité que les trois Moulins peuvent moudre enſemble en un jour : les quotiens ſeront ce que chaque Moulin doit avoir pour ſa part, de ſorte que le premier en aura $666\frac{2}{3}$, le ſecond $533\frac{1}{3}$, & enfin le troiſiéme en aura 400.

Autre.

Trois particuliers entreprennent l'entretien de l'Hôpital d'une Place frontiere : le premier fournit pour cet effet une certaine ſomme inconnue, pour les remedes, bois, uſtenciles ; le ſecond fournit 1500 ſacs ou ſetiers de blé ; & enfin le troiſiéme fournit en vin & viande pour la ſomme de 12000 liv. Or il ſe trouve qu'à la fin de leur entrepriſe ils ont gagné 20000 liv. dont le premier a eu pour ſa part 7000, & le ſecond 4500 : on demande à préſent trois choſes, qui ſont 1°. la valeur de la miſe du premier, 2°. la valeur des 1500 ſacs de blé que le ſecond a mis, 3°. la partie du gain que doit avoir le troiſiéme.

Cette queſtion ſe reſoudra en trouvant premierement le gain du troiſiéme ; ce qui ſe fait en ôtant 11500 liv. (qui proviennent des gains des premier & ſecond joints enſemble) de 20000 liv. qui eſt le gain total des trois, car le reſte 8500. liv. ſera le gain de ce troiſiéme. Après cela on dira par Regle de trois directe : Si 8500 liv. du troiſieme viennent de 12000 liv. qui eſt ſa miſe particuliere, d'où viendront 4500 liv. qui eſt le gain du ſecond. La

Regle étant faite, on trouvera au quatriéme terme 6352 liv. $\frac{16}{17}$ pour la valeur des 1500 ſacs de blé que le ſecond a mis. Enfin on aura la valeur de la miſe du premier de la même façon, qui eſt en diſant par Regle de trois : Si 8500 livres viennent de 12000 liv. d'où viendront 7000 liv. qui eſt ce que le premier a eu pour ſa part ; car la Regle étant achevée, on trouvera qu'elles viendront de $9882\frac{6}{17}$.

Autre.

Trois Entrepreneurs ſe chargent du remuement des terres d'une Fortification, & conviennent entr'eux que le premier, comme entendu dans ces ſortes de travaux, en aura la conduite, & prendra 4 liv. de gain, lorſque le ſecond n'en aura que 3, & le troiſiéme ſeulement 2 liv. 10 ſ. Or le premier met 8000 liv. dans la ſocieté pour ſix mois ; le ſecond met 7400 liv. pour huit mois ; & le troiſiéme met 6500 liv. pour dix mois, qui eſt le temps que dure la ſocieté, au bout duquel on ſuppoſe qu'ils ayent gagné 16000 liv. on demande ce que chacun doit avoir ſuivant la miſe & la convention faite entr'eux.

Multipliez la miſe de chaque particulier par le temps qu'elle a demeuré dans la ſocieté, & le produit qui en viendra par la convention faite entr'eux, enſuite de quoi ajoutez les produits de ces multiplications en unequantité, dont vous ferez le premier terme d'une Regle de trois directe : Mettez le gain total au ſecond terme de la même Regle de trois ; enfin mettez au troiſiéme terme le produit de la miſe d'un des particuliers multipliée par le temps qu'elle a été dans la ſocieté & par ſa convention particuliere, comme le tout ſe voit ici.

Exemple

Exemple.

8000 l. miſe du premier
Multipliée par 6 mois qui eſt ſon temps

produit 48000
Multipliée par 4 l. qui eſt ſa convention

fait 192000 pour le produit du premier

7400 l. miſe du ſecond
Multipliée par 8 mois qui eſt ſon temps

produit 59200
Multipliée par 3 l. qui eſt ſa convention

fait 177600 pour le produit du ſecond

6500 l. miſe du troiſiéme.
Multipliée par 10 mois qui eſt ſon temps

produit 65000
Multipliée par 2 l. 10 ſ. qui eſt ſa convention

130000
32500

fait 162500 pour le produit du troiſiéme.

192000
177600
162500

Addition des trois produits. 532100

Si 532100 gagne 16000 l. combien 192000.

vera de la même maniere que les autres Regles de trois, ce qui étant fait, on trouvera au quatriéme terme 5773 l. $\frac{1867}{1121}$ pour la part du premier des aſſociés. On fera les operations pour les deux autres aſſociés, en ſuivant les mêmes principes qu'on a ſuivis pour le premier.

Autre avec Facteur.

Trois Particuliers entreprennent de fournir les chevaux néceſſaires au mouvement de l'Artillerie d'une armée, mais ne ſe connoiſſant pas bien en chevaux, ils choiſiſſent un homme propre à cela, auquel ils promettent la huitiéme partie du profit qu'ils feront, lequel ſe trouve être de 96800 l. tous frais faits : or il ſe trouve que le premier de ces trois aſſociés avance 185600 l. le ſecond 175420 l. & le troiſiéme 145200 l. on demande ce que chacun doit avoir ſuivant la condition offerte au Facteur, & l'avance par lui faite.

Il faut en premier lieu ſouſtraire la huitiéme partie du gain total 96800 l. qui eſt 12100 l. pour la part du Facteur que les aſſociés ont choiſi, afin de faire l'emplette des chevaux ; cela étant fait il reſtera 84700 l. à partager entr'eux trois, ce qui ſe fera par autant de Regles de trois qu'ils ſont d'aſſociés.

Autre.

Un Entrepreneur s'étant chargé de toute la Mâçonnerie à faire dans une place qu'on fortifie, prend avec lui un Commis entendu à ces ſortes d'ouvrages & lui dit : j'ai fait un fonds de 156300 l. en materiaux & en outils : Je vous donnerai le gain provenant de 35400 l. priſe ſur cette ſomme dont j'ai fait les avances, outre quoi je vous permets de faire valoir 40500 l. que vous avez, en les employant avec ma miſe. Il arrive que tout l'ouvrage étant achevé, le gain qu'ils ont fait ſe monte à 45000 l. l'on demande ce que chacun d'eux doit avoir ſuivant ſa miſe & leur convention.

Ajoutez la miſe 40500 l. du Facteur avec les 35400 l. dont l'Entrepreneur lui cede le revenant-bon, le produit ſera 75900 :

& en outils, il reſtera 120900 l. avec leſquelles il faut ajouter les 75900 l. provenant de la miſe du Commis & de ce que l'Entrepreneur lui cede, le produit ſera 196800 l. pour ſervir de diviſeur général : on aura la ſomme à diviſer de l'Entrepreneur, en multipliant le reſte 120900 l. de ſa miſe par le gain total 45000 l. de ſorte que faiſant la diviſion il lui viendra pour ſa part du gain 27644 l. $\frac{201}{240}$, enſuite de cela on aura la ſomme à diviſer du Commis en multipliant les 75900 l. provenant de ſa miſe & de ce qu'on lui cede par le gain total 45000 : car ayant diviſé le produit par le diviſeur général il viendra au quotient 17355 l. $\frac{45}{240}$ pour le gain du Commis.

REGLE DE TROIS DOUBLE & DIRECTE.

CHAPITRE XIX.

CEtte Regle ſuppoſe cinq nombres connus, par le moyen deſquels il en faut trouver un ſixiéme inconnu proportionnel aux cinq nombres propoſez.

Pour bien exécuter cette Regle, on doit ſçavoir que le premier nombre & le quatriéme doivent être de même eſpece ; que le ſecond & le cinquiéme doivent auſſi être de même eſpece ; & qu'enfin le troiſiéme & le ſixieme (qui eſt celui qu'on cherche) doivent être de même eſpece.

De plus on doit encore ſçavoir que le produit de la multiplication des premier, ſecond & ſixiéme termes doit égaler le produit de la multiplication des trois, quatre, & cinquiéme termes. Ce qui étant ſuppoſé, il n'y a, dans cet exemple, qu'à multiplier les trois derniers termes de la poſition qui ſont 540. 54 & 84 l'un par l'autre, afin d'avoir le produit 2449440 pour la quantité à diviſer : puis on multipliera le premier & le ſecond termes 27 & 42 auſſi l'un par l'autre, afin d'avoir 1134 au produit, pour le diviſeur : de ſorte que la diviſion étant faite, il viendra au quotient 2160 pour le ſixiéme terme, qui eſt celui qu'on cherchoit, ainſi que le tout ſe voit cy-deſſous, où l'on ſuppoſe que 27 hom-

mes en 42 jours ayent fait 540 toiſes d'ouvrage, on demande combien 54 hommes en 84 jours en pourront faire.

Si 27 hommes en 42 jours font 540 toiſes, combien 54 hommes en 84 jours.

Remarque.

Ce qui a été dit cy-deſſus, que le produit de la multiplication des premier, ſecond & ſixiéme termes d'une Regle de trois double directe égaloit le produit de la multiplication des trois, quatre & cinquiéme termes, nous fait connoître qu'il n'importe pas, quel terme nous manque dans cette Regle pour ſa ſolution, ainſi qu'on le voit dans l'exemple ſuivant, où l'on ſuppoſe que 60 hommes en 15 jours ayent fait 240 toiſes de mur de clôture, & l'on veut ſçavoir combien il faudroit d'hommes pendant 3 jours pour faire 100 toiſes du même ouvrage, qui reſte à conſtruire; la Regle étant diſpoſée comme on voit ici:

Si 60 hommes en 15 jours font 240 toiſes, combien d'hommes en 3 jours, pour 100 toiſes.

On la réſoudra en conſiderant que c'eſt le quatriéme terme qui manque, & que fondé ſur la Remarque précédente, on doit multiplier le premier terme 60 & le ſecond 15 l'un par l'autre, puis leur produit 900 par le ſixiéme terme 100, & diviſer ce dernier produit 90000 par 720, produit par la multiplication du troiſiéme terme 240, & du cinquiéme 3, car la diviſion étant faite, le quotient 125 ſera le nombre inconnu, c'eſt-à-dire les hommes convenans au quatriéme terme; ainſi il faudroit 125 hommes pour faire 100 toiſes de cet ouvrage en 3 jours ſur le pied que 60 en 15 jours en ont fait 240 toiſes.

Autre avec des Fractions.

Quand les termes qui compoſent une Regle de trois double

ſont ſuivis de fractions, on réduit les entiers en même fraction que celle qui les ſuit, après quoi on réſoud la Regle à l'ordinaire.

De ſorte que ſi 32 aunes $\frac{1}{4}$ de drap de $\frac{2}{3}$ de large coûtent 54 écus $\frac{1}{4}$, on demande ce que $18\frac{1}{4}$ de drap qui auroit $\frac{1}{6}$ de large pourroient coûter : on reduira premierement les 32 aunes $\frac{1}{4}$ & les 18 aunes $\frac{1}{4}$ en quarts, c'eſt-à-dire en mêmes fractions que celles qui ſuivent ces nombres : on en fera autant de 54 écus $\frac{1}{4}$, après quoi les nombres réduits, qui compoſent les cinq termes de la Regle, ſe diſpoſeront comme il ſuit.

Si $\frac{131}{4}$ de drap de $\frac{2}{3}$ de large coûtent $\frac{217}{4}$ d'écu, combien $\frac{73}{4}$ de $\frac{1}{6}$ de large.

Puis ayant multiplié les troiſiéme & quatriéme termes de cette poſition l'un par l'autre, & le produit qui en viendra par le cinquiéme terme, en ſe ſervant des pratiques enſeignées dans la multiplication des fractions page 358, il viendra $\frac{792201}{9}$ pour quantité à diviſer : après quoi multipliant le premier & le ſecond terme de cette même poſition l'un par l'autre, on aura $\frac{2062}{12}$ pour diviſeur, de ſorte qu'ayant diviſé le précedent nombre par celui-ci, comme l'enſeigne le premier cas de la diviſion des fractions, le quotient 37 & $\frac{1613}{10972}$ ſera ce que le drap de $\frac{1}{6}$ de large coûteroit.

Preuve de cette Regle.

La preuve d'une Regle de trois double directe ſe fait par une autre Regle de trois double directe contraire à celle à qui elle doit ſervir de preuve, ſoit qu'il y ait des fractions, ſoit qu'il n'y en ait pas ; & comme je ſuppoſe que ceux qui ſont capables de réſoudre ces ſortes de Regles, le ſont auſſi de diſpoſer les termes qui les compoſent, je ne donnerai pas d'exemple de cette preuve, puiſque ce n'eſt qu'un renverſement de termes, la ſolution étant la même.

REGLE DE TROIS DOUBLE INDIRECTE.

CHAPITRE XX.

DAns la Regle de trois double précedente on a diviſé le produit des trois, quatre & cinquiéme termes, qui la compoſent, multipliez l'un par l'autre, par le produit des premier & ſecond termes, multipliez auſſi l'un par l'autre : mais dans celle-ci on multiplie les trois premiers nombres qui la compoſent, l'un par l'autre, & l'on diviſe le produit qui vient de cette multiplication, par celui qui vient de la multiplication des quatre & cinquiéme termes, l'un par l'autre, ainſi qu'on le voit dans l'exemple qui ſuit, où l'on ſuppoſe que 3450 hommes qui ſont en garniſon dans une place de guerre, ayent des vivres pour 5 mois en donnant 18 onces de pain par jour à chaque ſoldat : mais le Gouverneur ne voulant garder que 2800 hommes qui ayent des vivres pour 6 mois, on demande la quantité de pain qui leur viendra par jour à chacun.

Cette Regle ſe réſoudra en multipliant les trois premiers termes 3450. 5 & 18 l'un par l'autre & diviſant leur produit 310500 par 16800 produit de la multiplication des quatre & cinquiéme termes l'un par l'autre, car le quotient $18\frac{17}{16}$ ſera la quantité du pain que chaque ſoldat doit avoir par jour, c'eſt-à-dire près de 18 onces & $\frac{1}{2}$.

Remarque.

Lorſque les cinq termes propoſez dans une Regle de trois double indirecte ne ſe ſuivent pas dans l'ordre qu'ils doivent, on prend ſeulement garde que la multiplication des trois premiers termes produiſant un tout égal à la multiplication des trois autres, on n'a qu'à voir celui qui manque pour réſoudre facilement cette Regle, en ſuivant les principes généraux établis pour la ſolution des Regles de trois.

REGLE DU CENT ET DU MILLIER.

CHAPITRE XXI.

ON ſe ſert de la Regle du cent, lorſque ſçachant le prix d'une choſe on veut venir à la connoiſſance d'une certaine quantité de la même choſe : ainſi, par exemple, je ſçai que le cent de planches vaut 57 l. 3 ſ. 8 d. & l'on me demande combien coûteroient 1456 des mêmes planches.

Il n'y a pour cela qu'à multiplier les 1456 planches par le prix du cent qui eſt 37 l. 3 ſ. 8 d. & diviſer le produit 54138 l. 18 ſ. 8 d. par 100, ou pour abreger, couper ſeulement les deux dernieres figures des livres, afin d'avoir 541 l. pour le prix des planches, & à l'égard des figures retranchées, 38 l. on les reduira en ſols auxquels on ajoutera ceux qui ſuivent les livres du produit total, s'il y en a, comme ici 18 ſ. & on retranchera encore les deux dernieres figures 78 pour avoir 7 ſ. au quotient, obſervant la même choſe pour les deniers.

Quant à la Regle du millier, elle ne differe de celle du cent qu'en ce qu'on diviſe le produit total de la multiplication par 100, ou pour abreger on retranche trois figures de ce total ; de ſorte par exemple, que ſçachant que le millier de briques vaut 18 ſ. 7 d. on demande combien coûteroient 28760 l. dont on a beſoin pour bâtir un corps de garde ; il faut pour cela multiplier les 28760 par le prix 18 l. 7 ſ. du mille, après quoi retrancher les trois dernieres figures des livres du produit de cette multiplication.

Gain & perte pour Cent.

Un Marchand ſçait que s'il mene du vin de Nekre à Paris il le vendra 230 l. le muid, que la voiture lui coûtera 14 l. par cent peſant ; outre cela il veut gagner 16 l. pour cent, on demande ce qu'il doit acheter le vin ſur les lieux pour y trouver ſon compte.

Ajoutez le prix 14 l. de la voiture avec les 16 l. que le Marchand prétend gagner, & multipliez-en le produit 30 par les 230 l.

que le muid de ce vin doit valoir à Paris, ſi vous diviſez ce dernier produit 6900 par 100, ou que vous retranchiez ſeulement les deux dernieres figures (comme il a été dit) ce qui précede les figures retranchées, c'eſt-à-dire le quotient 69 ſera les frais & le gain du muid : que ſi on ôte ce nombre des 230 l. que doit être vendu le muid dans Paris, le reſte 161 l. ſera ce que le vin doit être acheté ſur les lieux.

Autre.

Un Particulier veut faire tenir de Straſbourg à Veniſe la ſomme de 7850 l. quitte de tous frais, & le change ſe trouve être de la premiere de ces Villes à l'autre à 12 l. 8 ſ. pour cent, on demande ce que cette ſomme coûtera de change.

Multipliez les 7850 l. que le particulier veut faire tenir par le prix du change qui eſt 12 l. 8 ſ. pour cent & diviſez le produit 97340 par 100, ou bien retranchez les deux dernieres figures des entiers, & pour ce qui eſt des ſols & des deniers, faites comme à la Regle du cent, par ce moyen vous trouverez 973 l. pour le change des 7850 l.

Autre.

Un Entrepreneur des Fortifications met la mâçonnerie d'une Ecluſe au rabais de 52 l. 15 ſ. la toiſe, & l'Ecluſe étant faite, il trouve que cette mâçonnerie lui revient à 59 l. 4 ſ. la toiſe, on demande ce que cet Entrepreneur pert pour cent.

Otez les 52 l. 15 ſ. qui eſt le prix auquel il a le marché de la toiſe, des 59 l. 4 ſ. à quoi elle lui revient, reſtera 6 l. 9 ſ. puis direz par Regle de trois directe à l'ordinaire.

Si 59 l. 4. ſ. perdent 6 l. 9 ſ. combien 100.

Car la Regle étant achevée comme cy-devant, il viendra au quatriéme terme la perte par cent.

Sçachant

Sçachant le prix de l'unité de quelque choſe, on demande combien le cent.

Il y a quatre cas particuliers dans la queſtion dont il s'agit ici. Le premier eſt lors qu'il n'y a que des ſols à la quantité qu'on achette. Le ſecond, lors qu'il y a des livres & des ſols. Le troiſiéme, lors qu'il y a livres, ſols & deniers; & enfin le quatriéme lors qu'il n'y a que des deniers.

Quand il n'y a que des ſols au prix de ce qu'on achette, on multiplie ces ſols par 5, & le produit de cette multiplication eſt la quantité de livres que le cent vaut.

Exemple.

A 17 ſ. un fourniment de ſoldat, combien 100
5

85 l. pour le prix du cent

A 48 ſ. la paire de bas de fantaſſin, combien 100
5

240 l. pour le prix du cent.

Lors qu'il y a des livres & des ſols on fait pour les ſols comme il vient d'être dit, après quoi on poſe les livres au devant du produit de la multiplication, & c'eſt ce qu'il faut.

Exemples.

A 39 l. 14 ſ. l'habit complet de Cavalier, combien 100
5

Il vient 3970 l. pour le cent des mêmes habits.

A 21 l. 9 ſ. le manteau de Dragon, combien 100
5

Il vient 2145 l. pour le cent des mêmes manteaux.

A 129 l. 15 ſ. le 100 de ſolives, combien 1000.

Réponſe 1297 l. 10 ſ.

Enfin s'il y a des livres, ſols & deniers au prix du cent, on trouvera celui du mille en faiſant pour les livres & ſols, comme à l'exemple précedent, enſuite de quoi on prend pour les deniers la partie parfaite qui leur convient ſur ce que produiroit un ſol.

Exemples.

A 263 l. 13 ſ. 6 d. le 100 de piques, combien 1000

2636 - 10
5

Réponſe 2636 l. 15 ſ.

A 113 l. 9 ſ. 3 d. le 100 de ceinturons, combien 1000

1134 - 10
2 6

Réponſe 1134 l. 12 ſ. 6 d.

Sçachant quel eſt le prix du cent de quelque choſe, on demande ce que vaut l'unité.

S'il n'y a que des livres au prix du cent, on retranchera les deux derniers chiffres de la droite, & ceux qui précederont les retranchés, feront les livres de l'unité; après quoi ſi les chiffres re-

tranchez valent quelque choſe, on en prendra le cinquiéme, pour avoir des ſols, ou des ſols & deniers.

Exemples.

A 197·60 l. le 100 de chevaux, combien 1

Réponſe 197 l. 12 ſ. 9 d. $\frac{3}{5}$

A 5·36 l. le cent de mouſquets, combien 1.

Réponſe 5 l. 7 ſ. 2 d. $\frac{2}{5}$

Mais s'il y a des livres & ſols au prix du cent, on fera pour les livres comme il vient d'être dit, & après avoir pris le cinquiéme des figures retranchées pour avoir des ſols, s'il reſte quelque choſe deſſus, on joindra ce reſte aux ſols qui ſuivent ces chiffres retranchez par maniere de fraction, & on en prendra le cinquiéme pour avoir des deniers.

Exemples.

A 4·61 l. 15 ſ. le 100 de paires de piſtolets, combien 1

Réponſe 4 l. 12 ſ. 4 d. $\frac{1}{5}$

A 67 l. 18 ſ. le 100 de cravattes de ſoldat, combien 1

0 l. 13 ſ. 6 d. $\frac{24}{25}$

Remarque.

On n'a pas mis de deniers au prix du Cent dans cette Regle, parce qu'ils deviennent inſenſibles à l'unité.

REGLES CONCERNANT L'EXTRAORDINAIRE *des Guerres.*

CHAPITRE XXII.

CE qui paroît le plus difficile dans l'emploi d'un Major de Regiment ou d'un Aide-Major conſiſte à bien faire le décompte de ſon Regiment chez le Tréſorier pendant un mois; ce qui eſt pourtant fort aiſé pour peu qu'on ſoit verſé dans le calcul.

Suppoſons donc qu'il faille ſçavoir quelle eſt la paye par mois d'un Regiment d'Infanterie compoſé de 32 Compagnies à 50 hommes chacune, auquel le grand Etat Major ſoit joint.

Il faut en premier lieu pour cela ſçavoir quelle eſt la paye par mois de l'Etat Major qui conſiſte dans le Colonel, le Lieutenant Colonel, Major, Aide-major, Maréchal des Logis, Aumonier, Chirurgien-Major, Prevôt, Lieutenant de Prevôt, Greffier, deux Archers & l'Executeur.

Paye particuliere par mois de l'Etat Major d'un Regiment d'Infanterie.

Colonel	75 l.
Lieutenant Colonel	30
Major	75
Aide-Major	50
Marechal des Logis	40
Aumonier	30
Chirurgien-Major	30
Prevôt	30
Lieutenant de Prevôt	20
Greffier	20
Deux Archers	40
L'Executeur	15
Somme	455 l.

Paye particuliere par mois d'une Compagnie d'Infanterie.

Capitaine	75 l.	
Lieutenant	30	
Sous-Lieutenant ou Enſeigne . .	20	
Deux Sergens	30	
Deux Caporaux	22 .	10
Deux Anſpeſſades	18	
Douze Piquiers	99	
Trente-deux Fuziliers	240	
Somme	534 l. 10 ſ.	

Les payes par mois de l'Etat-Major & d'une Compagnie étant reglées comme on le voit ici, on multipliera la paye 534 l. 10 ſ. d'une Compagnie par les 32 dont le Regiment eſt compoſé ; au produit (17104 l.) de quoi on ajoutera la paye 455 l. de l'Etat-Major, le produit total ſera 17559 l. pour la paye chaque mois de ce Regiment.

REGLE POUR LES COMPTABLES.

Chapitre XXIII.

Cette Regle qui n'eſt à le bien prendre, qu'une reduction de petites eſpeces en d'autres plus grandes, eſt fort d'uſage parmi ceux qui manient les deniers du Roy ou ceux du public : elle eſt très-facile à reſoudre, ainſi qu'on le verra dans les Exemples ſuivans.

On ſuppoſe qu'un Tréſorier général de l'Extraordinaire des Guerres ait un fonds de 24542000 l. pour ſon année d'exercice, de laquelle ſomme le Roi lui accorde huit deniers pour livre, à cauſe des frais qu'il eſt obligé de faire, tant pour les voitures de l'argent juſques aux places frontieres, que pour le payement de ſes Commis à l'Armée & dans les Fortereſſes où il y a garniſon, on demande ce que lui produiſent les huit deniers pour livre de ce maniement.

Cette Regle ſe réſoud, en pratiquant ce qui a été enſeigné dans la page 338 à la reduction des deniers en livres, c'eſt-à-dire, en retranchant le dernier chiffre de la ſomme 24542000 l. & prenant le tiers des chiffres qui précedent celui qui eſt retranché, car ce tiers 818066 l. 13 ſ. 4 d. ſera ce qui doit revenir au Tréſorier général pour ce que le Roi lui accorde.

Exemple.

2454200·0

Réponſe 818066 l. 13 ſ. 4 d.

Autre.

Le Tréſorier de l'Epargne reçoit pendant l'année qu'il eſt en exercice, la ſomme de 56432960 l. de laquelle le Roi lui octroye trois deniers pour livre pour ſes droits & les frais de ſon maniement, on demande ce que cela lui vaut.

Retranchez ſuivant le même principe expliqué dans la page 308 le dernier chiffre de cette ſomme, & prenez la huitiéme partie des chiffres 5643296 qui précedent celui qui eſt retranché, le produit 705412 de ce huitiéme ſera ce que doit avoir ce Tréſorier ou Garde du Tréſor Royal.

Exemple.

5643296·0

Réponſe 705412 l.

Autre.

Le Receveur général des Décimes du Clergé de France reçoit pendant ſon année d'exercice la ſomme de 6732490 l. de laquelle on

on lui donne cinq deniers pour livre, tant pour les gages attribuez à ſa charge qu'autres émolumens, on demande ce qui lui revient de la ſomme dont il a le maniement.

Prenez d'abord pour 4 deniers la ſixiéme partie de ce qui précede le dernier chiffre des 6732490 l. puis pour le denier reſtant prenez le quart de ce qu'auront produit les 4. d. Si vous ajoutez ces deux produits en un, vous aurez 140260 l. 4 ſ. 2 d. pour ce qui revient au Receveur des Decimes.

Exemple.

673249·0

pour 4 deniers	112208 l. 3 ſ. 4 d.
pour 1 denier	28052 0 10
Réponſe	140260 l. 4 ſ. 2 d.

REGLE DE TROC.

Chapitre XXIV.

Cette Regle nous enſeigne la maniere dont il faut s'y prendre, pour faire valoir une choſe qu'on troeque contre une autre, ſur le même pied que celui qui fait le troc avec nous, fait valoir ce qu'il nous donne.

Suppoſons, par exemple, que deux Entrepreneurs des Fortifications ayent des materiaux de differente eſpece qu'ils veulent trocquer; l'un a de la brique qu'argent comptant il vendroit 15 l. le millier, mais qu'en troc il veut faire monter ſur le pied de 18 l. L'autre a de la tuile qu'argent comptant il vendroit 19 l. le millier, on demande ce qu'il la doit faire valoir en troc ſur le pied que le premier fait valoir ſa brique.

Cette queſtion n'eſt qu'une Regle de trois directe ſimple, ainſi on la réſout à l'ordinaire après l'avoir diſpoſée comme on le voit ici.

Si 15 l. comptant produit 18 l. en troc, combien 19 l.

Autre.

Le Directeur de l'Hôpital d'une Place frontiere à du blé qu'argent comptant il vendroit 11 l. le ſac ou ſetier, mais il en veut 12 l 15 ſ. parce qu'on ne peut lui donner que le quart de comptant; or celui qui veut prendre le blé a du vin qu'il lui veut donner en troc & qu'il vendroit 54 l. le muid argent comptant; on demande ce que ce dernier doit faire valoir ſon vin pour en proportionner le prix à celui du blé de l'autre.

Ôtez le quart du prix du blé qui ſeroit vendu argent comptant : mettez le reſte 8 l. 5. ſ. au premier terme d'une Regle de trois; ôtez auſſi le quart des 12 l. 15 ſ. qu'on veut vendre le même blé, parce que tout l'argent n'eſt pas comptant, & mettez le reſte 9 l. 11 ſ. 3 d. au ſecond terme de la Regle de trois : Enfin mettez au troiſiéme terme les 54 l. que celui qui a le vin, veut vendre le muid argent comptant, & achevez la Regle à l'ordinaire, en obſervant ce qui eſt dit dans la page 334, à cauſe que le premier terme de la Regle de trois a des ſous-eſpeces.

Autre

Un marchand a du drap qui lui coûte 9 l. 18 ſ. l'aune; mais il veut le vendre 12 l. & exige qu'on lui donne un quart de la ſomme argent comptant, outre le benefice de 10 pour 100 qu'il veut avoir : Un autre Marchand a du velours qui lui coûte 16 l. 10 ſ. l'aune, on demande combien il le doit faire valoir au Marchand de drap avec lequel il le troque, pour y trouver ſon compte ſuivant les conditions que le premier exige.

Trouvez premierement le benefice de 12 l. à raiſon de 10 pour 100, il viendra 1 l. 4 ſ. que vous ajouterez aux 12 l. que le premier Marchand veut vendre ſon drap; prenez enſuite le quart des 13 l. 4 ſ. provenant des 12 l. à quoi on a ajouté leur benefice à raiſon de 10 pour 100, ce quart ſera 3 l. 6. ſ. qu'on ôtera des 9 l. 18 ſ. que le drap coûte, de même que des 13 l. 4 ſ. que le Mar-

chand exige, il reſtera par ce moyen 6 l. 12 ſ. d'une part, & 9 l. 18 ſ. de l'autre; ce qui étant fait, on dira par Regle de trois.

Si 6 l. 12 ſ. comptant donnent 9 l. 18 ſ. en échange.
combien 16 l. 10 ſ.

La Regle étant achevée, il viendra au quatriéme terme 24 l. 15 ſ. pour ce que le ſecond Marchand doit faire valoir ſon velours.

Maniere de dreſſer un Bordereau de paiement, tant par la Multiplication que par la Diviſion.

CHAPITRE XXV.

UN Bordereau de payement par la Multiplication n'eſt autre choſe, que de reduire pluſieurs eſpeces de monnoyes differentes, ſoit d'or ou d'argent, en une ſeule eſpece, ainſi qu'on le verra dans l'exemple ſuivant.

Un particulier achette une terre qui, compris les lods & ventes, coûte la ſomme de 21752 l. 2 ſ. & ce particulier a pour argent comptant 1243 écus d'or de 6 l. 7 ſ. 6 d. chacun; 675 loüis d'or de 13 l. chacun; 954 écus blancs ou d'argent valant 3 l. 6 ſ. chacun; enfin 7350 piéces de 4 ſ. 6 d. on demande à combien tout cela ſe monte, pour voir s'il a de quoi payer ce que la terre a coûté.

Reduiſez toutes ces monnoyes differentes en livres, ou livres & ſols, vous trouverez pour les 1243 écus d'or 7924 l. 2 ſ. 6. d. pour les 675 loüis d'or, il viendra 8775 l. pour les 954 écus blancs il viendra 3148 l. 4 ſ. Enfin pour les 7350 pieces de 4 ſ. 6 d. il viendra 1653 l. 15 ſ. de ſorte qu'en ajoutant ces quatre produits enſemble, leur ſomme ſera de 21501 l. 1 ſ. 6 d. & par conſequent moindre que celle que le particulier doit payer, de 251 l. 0 ſ. 6 d.

Le Bordereau de payement par la Diviſion ſe fait lorſqu'on n'a qu'une ſeule ſorte de monnoye dont la valeur des eſpeces n'eſt pas conſidérable, ainſi qu'on le va voir.

Le Commis de l'Extraordinaire des Guerres d'exercice dans une des Places de la frontiere d'Allemagne, par exemple le Neuf-Briſac,

doit 15720 l. de maſſe à un Regiment d'Infanterie; mais comme il n'a que des pieces de 5 ſ. monnoye courante en Alſace dans ſa caiſſe, on demande combien il faut qu'il en donne pour les 15720 l. qu'il doit à ce Regiment.

Cette queſtion ſe réſoudra en réduiſant les 15720 l. en ſols, ce qui ſe fait en les multipliant par 20 ſ. & diviſant le produit 314400 ſ. de cette multiplication par 5 ſ. valeur de la piéce reduite en ſols, le quotient 62880 ſera ce qu'il en faut pour le payement des 15720 l.

Autre.

L'Entrepreneur de la maçonnerie d'une Place doit à un Maître Maçon pour une quinzaine que ſes ouvriers ont travaillé au revêtement d'une face de demi-lune, la ſomme de 732 l. mais comme il n'a que des pieces de 4 ſ. 6 d. à lui donner, on demande combien il en faut

Réduiſez les 732 l. en deniers, en les multipliant par 240. qui eſt la valeur d'une livre réduite en deniers, & vous diviſerez le produit 175680 de cette multiplication par 54 valeur des deniers d'une piece de 4 ſ. 6 d. réduite, le quotient 3253 $\frac{1}{3}$ ſera la quantité qu'il en faut pour payer les 732 l. dûës au Maître Maçon.

Autre.

Un Voyageur a 954 écus blancs ou d'argent, qu'il veut changer contre des loüis d'or, afin de pouvoir plus aiſément emporter ſa ſomme, on demande combien il aura de loüis d'or pour les 954 écus.

Réduiſez pour cet effet ces écus en ſols, en les multipliant par 66, valeur d'un écu reduit en ſols; & diviſez le produit 62964 par 245 ſ. valeur d'un loüis d'or réduit en ſols, le quotient 256 $\frac{244}{245}$, c'eſt-à-dire, manque un ſol de 357 loüis d'or, ſera ce qui doit lui revenir.

EXPOSITION DU SOL LA LIVRE.

CHAPITRE XXVI.

LA Regle que j'explique ici eſt d'ordinaire appellée par les gens d'affaire expoſition du Marc la livre; elle ſert très-ſouvent aux Tréſoriers de l'Ordinaire & de l'Extraordinaire des guerres, aux impoſitions des Tailles & du Taillon, aux Decimes, aux diſcutions de banqueroute, &c. ainſi que je vais le faire voir dans les exemples ſuivans.

Suppoſons qu'un Tréſorier de Place frontiere doive 30000 l. à un Regiment de Cavalerie pour ſa paye de trois mois de campagne, & que ce Tréſorier n'ait que 18000 l. à lui fournir, on demande ce qu'il faut déduire à chacun de ceux qui compoſent le Regiment, à proportion de leur paye.

Cette queſtion ſe réſoudra par une Regle de trois directe, en diſant :

Si 30000 l. ne donnent que 18000, combien 20 ſ.

L'opération étant achevée à l'ordinaire, il viendra 12 ſ. au quatriéme terme de la Regle, c'eſt-à-dire, que celui à qui il étoit dû 20 ſ. de paye, n'en doit recevoir que 12. de la ſomme que le Tréſorier peut fournir, & ainſi des autres à proportion, comme on le voit à la paye de l'Etat-Major qui ſuit.

Paye pour l'Etat Major.

Veritable paye.		*Paye en rabais.*
Le Meſtre de Camp.	500 l.	- 300 l.
Le Lieutenant Colonel	150	- 90
Le Major	400	- 240
L'Aide-Major	200	- 120
Le Maréchal des Logis	200	- 120
L'Aumônier	100	- 60
Le Chirurgien Major	100	- 60

Que ſi on fait la même pratique pour les Capitaines, les Lieutenans, les Cornettes, les Maréchaux des Logis de chaque Compagnie, de même que pour les Cavaliers, on ſçaura ce que chacun doit avoir de paye en rabattant, ſur quoi on remarquera que dans cet exemple 12 ſ. étant les trois cinquiémes de 20 ſ. il eſt certain que chaque particulier de ce Regiment ne peut avoir que les trois cinquiémes de ce qui lui eſt dû, parce que les 18000 l. que le Tréſorier fournit ne ſont que les trois cinquiémes des 30000 l. qu'il doit.

Autre exemple appliqué à une diſcution de Banqueroute.

Un Banquier ou un Marchand en gros fait une faillite de la ſomme de 185000 l. ſoit par néceſſité ou par fraude, ſes créanciers ayant fait vendre les effets qu'on a trouvés chez lui, en tirent 74000 l. On demande ce que chacun de ces créanciers perd à proportion de ce qui lui eſt dû. Cette Regle ſe réſoudra comme la précedente, en diſant:

Si de 185000 l. on ne trouve que 74000 l. combien de 20 ſ.

L'opération étant achevée, il viendra 8 ſ. au quatriéme terme de la Regle de trois, qui eſt juſtement ce que celui qui devoit avoir 20 ſ. à la ſomme totale, doit tirer pour ſa part de la vente des effets.

Autre Exemple appliqué à l'impoſition des Tailles, ou du Taillon, ou à celle des Decimes.

Un Souverain demande à ſix Provinces (ou plus) qui compoſent ſes Etats, la ſomme de 2306250 l. d'augmentation au de là de celle de 18450000 l. qu'elles payoient les années précedentes: on veut ſçavoir ce que chacune de ces ſix Provinces doit ſupporter de cette augmentation, ſur le pied de ce qu'elle payoit avant l'augmentation.

Pour réſoudre cette propoſition, ſuppoſons que ces ſix Provinces fuſſent taxées dans les années précedentes de la maniere ſuivante.

La premiere payoit	3295000 l.
La ſeconde	4530000
La troiſiéme	4350000
La quatriéme	2055000
La cinquiéme	2540000
Et enfin la ſixiéme	1680000
	18450000 l.

L'addition de ces quantitez étant achevée, faites la Regle de trois ſuivante.

Si 18450000 l. augmentent de 2306250 l. combien 20 ſ.

L'opération étant achevée, il viendra au quatriéme terme de la Regle 2 ſ. 6 d. qui eſt l'augmentation par livre qu'on doit faire, de ſorte que multipliant ce que chaque Province payoit les années précedentes par ces 2 ſ. 6 d. on aura ſon augmentation, laquelle eſt juſtement d'un huitiéme.

Remarque.

Je ne donne point d'exemple pour les Decimes, le Taillon, le Don gratuit, ni pour d'autres pareilles ſubſides, parce que la pratique en eſt partout la même.

REGLE D'INTEREST.

CHAPITRE XXVII.

OUtre ce que j'ai dit dans les pages 328 & 329 touchant les preuves de la Multiplication & de la Diviſion, & qui a rapport avec la Regle que j'explique ici, je puis ajouter, que ce qui ſuit fait connoître ce qu'un argent mis à interêt peut rapporter de profit pour un certain tems limité.

L'on doit conſiderer trois choſes dans une Regle d'intetêt: 1°. La

ſomme totale qu'on met à profit avec le revenu, pour connoître le denier de l'interêt, ce que j'expliquerai dans le premier des trois exemples ſuivans. 2°. La ſomme totale & le denier de l'interêt, pour trouver le revenu, dont je parlerai encore dans le ſecond des trois exemples ſuivans. 3°. Quand on connoît le revenu & le denier de l'interêt, pour trouver le capital, ce que je ferai voir dans le troiſiéme des exemples ſuivans.

Exemple du premier cas.

Sçachant qu'une ſomme de 4350 l. en 9 ans 4 mois 15 jours de tems a rapporté 2039 l. 1 ſ. 3 d. de revenu, on demande quel eſt le denier de l'interêt.

Cherchez premierement l'interêt d'un an, & vous trouverez qu'il eſt de 217 l. 10 ſ. Diviſez enſuite la ſomme totale 4350 l. réduite en ſols, par le revenu d'un an, qui eſt 217 l. 10 ſ. auſſi réduit en ſols, le quotient 20 de cette diviſion ſera le denier de l'interêt.

Exemple du ſecond cas.

On demande quel eſt l'interêt de 4350 l. ſur le pied du denier 20 pendant 9 ans, 4 mois & 15 jours.

Trouvez en premier lieu le revenu de cette ſomme pendant un an, ſur le pied du même denier 20, ce qui ſe fait en diviſant la ſomme totale 4350 l. par le denier de l'interêt 20, il viendra au quotient 217 l. 10 ſ. que vous multiplierez par 9 ans 4 mois 15 jours, le produit 2039. l. 1 ſ. 3. d. de cette multiplication ſera ce qu'on cherche.

Exemple du troiſiéme cas.

Un Particulier prête la ſomme de 4350 l. ſur le pied du denier 20, on demande en combien de tems il gagnera 2039 l. 1 ſ. 3. d.

Cette Regle ſe réſoud en trouvant premierement le revenu de la même ſomme 4350 l. pour un an, qui eſt 217 l. 10 ſ. lequel revenu d'un an étant diviſé par le gain total 2039 l. 1 ſ. 3 d. il viendra

viendra au quotient, 9 ans, 4 mois & 15. jours pour le temps.

Remarque.

Si le denier de l'interêt portoit fraction, comme par exemple $18\frac{1}{4}$, *il faudroit réduire le capital & le denier de l'interêt dans la plus baſſe des eſpeces, & au plus bas terme, & pourſuivre la Regle à l'ordinaire.*

REGLE POUR LES ESCOMPTES.

CHAPITRE XXVIII.

CEtte Regle nous enſeigne la maniere dont il faut s'y prendre, pour diminuer d'une ſomme l'interêt ou bien le change qui eſt confondu avec le principal, & comme ce rabais ou cette diminution ſe fait d'ordinaire à tant pour cent, je ſuppoſe que ce ſoit toujours de l'argent monnoyé : c'eſt à l'aide d'une Regle de trois qu'on réſoud celle-ci, en la diſpoſant comme on le va voir.

Un Tréſorier de l'Extraordinaire des Guerres doit à un Regiment la ſomme de 7843 l. pour l'uſtancile, ou pour la maſſe, ou pour les recruës ; mais comme cette ſomme n'eſt payable que dans cinq mois, & que le Regiment a beſoin d'argent comptant, le Major offre au Tréſorier de perdre $3\frac{1}{2}$ pour cent ſur le tout, ſous condition d'être payé ſur le champ ; on demande combien le Tréſorier doit payer ſuivant la convention faite entr'eux.

Otez l'eſcompte ou le rabais, dont on eſt convenu, (& qui eſt ici de $3\frac{1}{2}$) du cent qui produit ce rabais, dont vous ferez le ſecond terme d'une Regle de trois ; mettez 100 au premier & la ſomme que le Tréſorier doit à ce Regiment, au troiſiéme : La Regle étant achevée, le quatriéme terme ſera ce qu'on cherche.

Exemple.

Si 100 donnent $96\frac{1}{2}$, combien 7843.

Réponſe $7568\frac{22}{100}$.

Que ſi au lieu de vouloir ſçavoir, quelle eſt la ſomme que le Tréſorier doit payer, comme il vient d'être dit, on demandoit le ſeul eſcompte des 7843 l. il faudroit diſpoſer & réſoudre la Regle ainſi qu'on le voit ci-deſſous.

Exemples.

Si ſur 100 on rabat $3\frac{1}{2}$, combien ſur 7845.

Réponſe $274\frac{101}{400}$.

C'eſt de cette maniere dont il faudroit s'y prendre, ſi on étoit porteur d'une Lettre de change, ou d'un billet d'uſtancile de pareille ſomme de 7843 l. dans laquelle le change ou le rabais à $3\frac{1}{2}$ pour cent fût compris, & qu'il en fallût faire la déduction.

REGLE CONJOINTE.

CHAPITRE XXIX.

CEtte Regle s'appelle conjointe, parce que ſouvent elle ſupplée à pluſieurs Regles de trois, qu'on ſeroit obligé de faire, pour réſoudre diverſes queſtions qu'on peut propoſer ſur quantité de ſujets, ainſi elle n'eſt, à le bien prendre, qu'un abregé de pluſieurs Regles de trois.

On obſervera très exactement dans cette Regle, que le terme qui fait le ſujet de la queſtion, ſoit de même nom que le premier terme, que le ſecond appellé conſéquent, eu égard à celui qui le précede immédiatement, doit avoir une même dénomination que le troiſiéme; que le même troiſiéme doit abſolument être conſideré comme antecedent du quatriéme; que le même quatriéme doit être ſemblable au cinquiéme; que le ſixiéme doit être ſemblable au ſeptiéme, & ainſi des autres.

Pratique de la Regle de trois conjointe, appliquée aux remiſes de change faites de place en place.

On ſuppoſe que ſuivant le cours du change un Loüis d'or ſoit égal à 410 deniers de gros monnoye d'Hollande; que 418 deniers

de gros du même pays faſſent 240 deniers ſterlins de Londres valant une livre d'Angleterre ; que 60 des mêmes deniers de Londres faſſent un ducat de Banque à Veniſe : que 100 des mêmes ducats de Banque faſſent 210 florins monnoye d'Allemagne : on demande combien ſur ce pied on aura de florins d'Allemagne pour 50 Loüis d'or.

Exemples.

Colonne gauche.	*Colonne droite.*
1 Loüis d'or vaut 410 Deniers de gros.	
418 Deniers de gros valent 240 Deniers Sterlins.	combien
60 Deniers Sterlins valent 1 Ducat de Banque.	50 Loüis.
100 Ducats de Banque valent 210 florins d'Allemagne.	
Réponſe 411 Florins & $\frac{201}{209}$.	

Après avoir diſpoſé les termes qui font l'état de la queſtion, comme on a dit qu'il le falloit faire, & comme on le voit dans le préſent exemple ; on multipliera tous les termes antecedens qui ſont à la colonne gauche les uns par les autres, leur produit total 2508000 ſera le diviſeur, & ayant auſſi multiplié tous les termes conſéquens qui ſont à la colonne droite les uns par les autres, & leur produit 20664000 encore par 50, qui eſt le terme de la queſtion, le tout 1033200000 ſera la quantité à diviſer, de ſorte qu'ayant fait cette diviſion, il viendra 411$\frac{201}{209}$ Florins d'Allemagne pour les 50 Loüis d'or propoſez.

REGLE TESTAMENTAIRE.

CHAPITRE XXX.

IL ſemble que ſuivant le titre de cette Regle, on ne la pût mettre en pratique que dans les Teſtamens : néantmoins elle a divers uſages dans le commerce.

Un homme laiſſe en mourant à quatre héritiers la ſomme de

45300 l. à partager, ſous condition, que le premier en aura la moitié, le ſecond un tiers, le troiſiéme un quart, & le quatriéme une cinquiéme partie : on demande ce que chacun doit avoir pour ſa part.

Il y a pluſieurs perſonnes peu verſées dans l'art de calculer, qui s'imaginent que le premier n'a qu'à prendre la moitié des 45300 l. & les trois autres auſſi chacun leur part propoſée ; mais ils ſe trompent, car ſur ce pied toutes leurs portions étant jointes enſemble, feroient 58135 l. & cependant le Teſtateur n'en a laiſſé que 45300, d'où il faut conclure, que la pratique qu'ils ſuppoſent n'eſt pas juſte.

Pour réſoudre véritablement cette queſtion, il faut choiſir un nombre à volonté, (par exemple 60,) duquel on puiſſe facilement prendre $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, qui ſont les portions que doivent avoir les quatre héritiers, & on aura 30, 20, 15, 12. Or tous ces nombres étant joints enſemble, feront 77. Cela étant exécuté, faites autant de regles de trois qu'il y a d'héritiers, en mettant au premier terme le nombre 77, qui eſt l'addition des parties priſes ſur le nombre ſuppoſé 60 ; mettez au ſecond terme les 45300 l. que laiſſe le teſtateur, & enfin au troiſiéme terme la partie du nombre 60 qui convient à l'héritier pour lequel on fait la Regle.

Exemples.

Si 77 viennent de 45300, d'où viendront 30.

Cette Regle étant achevée, il viendra au quatriéme terme la portion que le premier doit avoir : il n'y aura qu'à faire de ſemblables pratiques pour les trois autres, en obſervant de mettre au troiſiéme terme des Regles de trois la partie priſe ſur 60, qui convient à celui des héritiers, pour lequel on fait la Regle.

Autre.

Il arrive aſſez ſouvent de la difficulté à trouver par mémoire un nombre aiſé, qui puiſſe être diviſé par chacune des parties que les héritiers doivent prendre : il faut pour lors multiplier tous les déno-

minateurs de ces parties l'un par l'autre, & le produit total ſera le nombre qu'on cherche.

Suppoſons, par exemple, qu'un homme laiſſe à trois perſonnes la ſomme de 58420 l. à partager, ſous condition que le premier en aura $\frac{2}{7}$, le ſecond $\frac{1}{7}$, & enfin le troiſiéme en aura $\frac{4}{9}$; on veut ſçavoir, quelle ſera la part que chacun d'eux aura de cette ſomme.

Multipliez les trois dénominateurs 5,7,9, des portions que les trois partageants doivent prendre l'un par l'autre, il viendra au produit total de cette multiplication 315, de laquelle quantité vous prendrez les $\frac{2}{7}$, les $\frac{1}{7}$, & les $\frac{4}{9}$, ce qui produira 126-225 & 140, ce qui étant achevé, vous ferez les Regles de trois ſuivantes à l'ordinaire.

Si - 315 - 58420 - 126
Si - 315 - 58420 - 225
Si - 315 - 58420 - 140

Car étant achevées, leurs quatriémes termes ſeront les portions, que les partageants doivent prendre ſuivant l'intention du donataire.

Autre.

Un homme au lit de la mort laiſſe ſa femme groſſe, & met dans ſon teſtament, que ſi elle accouche d'un garçon, il veut que cet enfant ait les $\frac{2}{3}$ de 75400 l. du bien qu'il laiſſe, & qu'elle ait l'autre tiers: mais que ſi elle accouche d'une fille, il veut que ſa femme ait au contraire les $\frac{2}{3}$ du bien, & la fille l'autre tiers: or il arrive que cette femme accouche d'un garçon & d'une fille: on demande ce que chacun des trois doit avoir, pour ne rien changer dans la diſpoſition du teſtament.

Pour bien executer cette Regle, ſuppoſons, par exemple, que le fils prenne 8 l. il eſt certain que ſuivant l'intention du teſtateur la femme doit avoir 4 l. & la femme prenant 4 l. la fille en aura 2, ſelon la même intention, de ſorte qu'en ajoutant ces quantitez particulieres en une ſeule, on aura 14, ce qui étant fait, on dira par Regle de trois ordinaire.

Si 14 nombre ſuppoſé de 75400, combien 8 portion ſuppoſée du fils.

La Regle étant achevée, le quatriéme terme ſera 43085 l. $\frac{1}{7}$, pour la part du fils, dont la moitié $21542\frac{6}{7}$, ſera la part de la mere, & 10771 l. $\frac{4}{7}$, qui eſt moitié de ce qu'a eu la mere, ou le quart de ce qu'a eu le garçon, ſera la part de la fille : ce qui eſt très vrai, puiſque ces trois ſommes jointes enſemble font les 75400 l. que le teſtateur laiſſe.

REGLE D'ALLIAGE.

CHAPITRE XXXI.

CEtte Regle nous enſeigne la maniere de mélanger des quantitez de même eſpece & de prix differens, pour en compoſer un tout qui revienne à un même prix : elle nous enſeigne auſſi comment il faut mélanger des quantités de differentes eſpeces & de prix differens pour en compoſer un tout qu'on puiſſe donner à un prix fixe.

La Regle d'alliage contient quatre parties ou quatre cas differens.

Le premier cas nous montre à mêler des quantitez égales de denrées de même eſpece, mais de prix differens, pour en faire un tout qu'on puiſſe délivrer à un prix fixe.

Le ſecond cas enſeigne à mêler des quantitez inégales de denrées de même eſpece & de prix differens, pour avoir un tout qui ait un prix fixe.

Le troiſiéme cas nous fait connoître comment il faut mélanger des denrées en quantitez inégales & de prix differens, pour ſçavoir ce qu'il en faut prendre de chacune, afin d'en compoſer un tout qu'on puiſſe diſtribuer à un certain prix fixe.

Enfin le quatriéme cas nous montre quelle quantité on doit prendre d'une certaine denrée ou marchandiſe dont le prix eſt fixé, pour la mêler avec une autre denrée ou marchandiſe de même eſpece que l'autre, mais d'un prix different, pour en faire un tout qui ſe puiſſe donner à un certain prix limité.

Pour le premier de ces quatre cas, ſuppoſons qu'un Entrepreneur des Fortifications d'une Place ait 350 toiſes de moëlon qui lui revient à 55 ſ. la toiſe, autant d'autre moëlon qui lui revient

à 40 ſ. la toiſe, autant qui lui revient à 50 ſ. & enfin autant qui lui revient à 35 ſ. la toiſe, on demande ce que cet Entrepreneur doit vendre la toiſe de ſon moëlon l'un portant l'autre pour n'y rien perdre.

Ajoutez tous les prix differens de ce moëlon en une ſomme & diviſez le produit 180 de cette addition par la quantité 4 des prix differens, le quotient 45 ſera le prix commun de la toiſe de ce moëlon.

Autre.

L'Entrepreneur de l'entretien du bois & de la chandelle néceſſaire aux Corps de garde d'une Place de guerre a 432 cordes de bois d'orme qui lui revient à 5 l. 4 ſ. la corde, autant de bois de chêne qui lui coûte 4 l. 15 ſ. autant de bois de hêtre qu'il a eu à 5 l. 7 ſ. autant de bois d'aulne qui lui coûte 4 l. 2 ſ. & enfin autant de bois de tremble qui lui revient à 3 l. 17 ſ., on demande ce que la corde de ce bois l'un portant l'autre peut coûter.

Ajoutez les cinq prix differens de ces cinq ſortes de bois & diviſez le produit 23 l. 5 ſ. de cette addition par 5 qui eſt la quantité des prix differens de bois, le quotient 4 l. 13 ſ. ſera ce que tout le bois doit coûter l'un portant l'autre.

Pour le ſecond cas, ſuppoſons qu'un Capitaine ait 28 habits complets de ſoldat qui lui reviennent à 45 l. 10 ſ. chacun, & 36 fuſils qui lui coûtent 5 l. 10 ſ. l'un portant l'autre : il veut ſe défaire de tout en faveur de ſon Lieutenant, auquel il cede ſa Compagnie, & veut ſçavoir ce qu'il lui doit vendre l'habit & fuſil l'un portant l'autre pour n'y rien perdre.

Multipliez chacune de ces quantités par ſon prix particulier, ajoutez les produits de ces multiplications en une quantité, que vous diviſerez par la quantité d'habits & de fuſils joints enſemble, le quotient de cette diviſion ſera le prix commmun.

Exemples.

28 habits
à - 45 l. - 10 ſ. chacun

140
112
14

font 1274 l.

36 fuſils
à - 5 l. - 10 ſ. chacun

180
18

font 198

Ajoutez 1274 l.
avec - 198

font ---- 1472 l.

Ajoutez 28 habits
avec 36 fuſils

font -- 64 quantités.

Diviſez par 28 2472 644 6 } 23 l. pour le prix de chaque habit & fuſil.

Autre.

Un Cabaretier mêle 320 pintes de vin à 12 ſ. la pinte avec 250 pintes de vin à 9 ſ. la pinte & 290 pintes à 5 ſ. la pinte, on demande

mande ce qu'il doit vendre la pinte de ce vin composé pour y trouver son compte.

	320 pintes à 12 ſ. la pinte.	250 pintes à 9 ſ.
font	3840 ſ.	font 2250 ſ.
	290 pintes à 5 ſ.	
	1450 ſ.	
Ajoutez	3840 ſ.	
avec	2250	
&	1452	
le total eſt	7542 pour diviſer	
Ajoutez	320 pintes.	
avec	250	
&	290	
Total -	860 des pintes.	

Diviſez 7542 par 860 } 8 ſ. 9 d. $\frac{4}{43}$ que vaut la pinte.

Pour le troiſiéme cas, ſuppoſons qu'un Orfevre ait de l'argent très-fin à 34 l. le marc, & d'autre d'un beaucoup plus bas aloy à 25 l. le marc, on demande ce qu'il doit prendre de chacun pour en compoſer 40 marcs, qu'il puiſſe vendre 29 l. chacun.

Cette Regle ſe réſoudra, ſi on prend en premier lieu la difference 4 qui ſe trouve entre le prix 29 l. de l'alliage à faire & le moindre prix 25 l. de l'argent qui doit être allié, mettant cette difference 4 vis-à-vis de 34, qui eſt le plus grand prix de l'argent qui doit être allié.

Prenez en ſecond lieu la difference qui ſe trouve entre le plus grand prix 34 l. de l'argent qui doit être allié & le prix 29 l. de

l'alliage à faire, & mettez cette difference vis-à-vis de 25 l. qui eſt le plus bas prix de l'argent qu'on doit allier : cela étant fait, ajoutez ces deux differences enſemble, & du produit 9 faites-en le premier terme d'une Regle de trois : mettez au ſecond terme de cette même Regle l'une des differences, & au troiſiéme la quantité de marcs que l'Orfevre doit compoſer, c'eſt-à-dire ici 40 ; le quatriéme terme de cette Regle ſera ce que cet Orfevre doit prendre de l'un de ces argents, ainſi qu'on le voit dans l'exemple ſuivant.

Exemples.

Si 9 qui eſt l'addition des deux differences donne 5 qui eſt l'une de ces differences, combien 40 marcs que l'Orfevre veut compoſer. Réponſe 22 $\frac{2}{9}$ de l'argent à 25 l.

Si 9 - 4 - combien 40 - Réponſe 17 $\frac{7}{9}$ de l'argent à 34 l.

Autre.

Un particulier voulant fabriquer un vaſe d'argent du poids de 24 marcs dont le prix ſoit de 30 l. le marc, ne trouve chez l'Orfevre que de l'argent à 26, à 28, à 29 & 32 l. le marc ; on demande ce que l'Orfevre doit prendre de chacun de ces argents pour faire le vaſe peſant 24 marcs & du prix de 30 l. le marc.

Placez pour cet effet le prix 30 l. dont on veut que ſoit l'alliage, & mettez à côté les prix des differens argents qui ſe trouvent chez l'Orfevre, c'eſt-à-dire, 26, 28, 29 & 32 l. en ſorte que le plus bas prix 26 l. ſoit le premier ou le dernier, & que ces prix ſe ſuivent dans l'ordre qu'on les a propoſez & qu'on le voit cy-deſſous, pour qu'il y ait plus de facilité.

	Prix des argents.	
prix de l'alliage à faire 30 l.	26 l.	2
	28	1 Differences.
	29	2
	32	4
	addition des differences.	9

Cela étant fait, prenez la difference qu'il y a entre 30 l. qui eſt le prix du marc d'alliage à faire & 26 l. qui eſt le prix de l'argent au plus bas titre, placés cette difference 4, vis-à-vis de 32, qui eſt le prix de l'argent au plus haut titre : enſuite prenez la difference d'entre le même prix 30 l. du marc de l'alliage à faire & 32 l. prix de l'argent qui eſt au plus haut titre, & mettez cette difference 2 vis-à-vis de 26, qui eſt le prix du marc de l'argent à plus bas titre : après quoi prenez la difference qui ſe trouve entre le même prix 30 l. du marc de l'alliage à faire, & 28 l. qui eſt le prix du marc de l'argent à moyen titre, placez cette difference 2 vis-à-vis de 29, qui eſt le prix du marc de l'autre argent à moyen titre : enfin, prenez la difference d'entre le même 30 & 29 l. qui eſt le prix du marc de l'autre argent à moyen titre, & placez cette difference vis-à-vis de 28 : Ajoutez après cela toutes vos differences en une quantité, dont le produit, qui eſt ici 9 ſervira de premier terme aux Regles de trois à faire, les differences particulieres 2-1-2-4 en feront les ſeconds termes, & enfin 24 marcs, qui eſt le poids du vaſe à fabriquer en fera le troiſiéme ; car les Regles étant achevées, les quatriémes termes ſeront les quantités particulieres des differens argens qu'il faudra prendre.

Exemple.

Si 9	donne	2, comb.	24. Rép.	$5\frac{1}{3}$ marcs de l'argent à 32 l.
Si 9	-	1	24. Rép.	$2\frac{2}{3}$ marcs de l'argent à 29 l.
Si 9	-	2	24. Rép.	$5\frac{1}{3}$ de l'argent à 28 l.
Si 9	-	4	24. Rép.	$10\frac{2}{3}$ de l'argent à 26 l.

La preuve de cette Regle ſe fera en ajoutant les produits particuliers, qui ſont venus aux quatriémes termes des Regles de trois, car ſi leur addition égale le poids du vaſe, la Regle ſera bonne.

Pour le quatriéme cas de la Regle d'alliage, ſuppoſons qu'un Marchand de blé ait 432 ſetiers ou ſacs de froment à 8 livres

10 ſ. le ſac, on demande combien il doit prendre de ſeigle qui lui coûte 6 l. 15 ſ. le ſetier ou ſac pour en compoſer du meteil qui vaille 7 l. le ſetier.

On réſoudra cette Regle en mettant vis-à-vis de 6 l. 15 ſ. qui eſt le prix du ſeigle, la difference 30 ſ. d'entre le prix 8 l. 10 ſ. du froment & le prix 7 l. du meteil à faire, & mettre enſuite la difference 5 ſ. d'entre le prix du ſeigle & le prix du meteil à faire vis-à-vis de 8 l. 10 ſ. prix du froment, puis dire par Regle de trois ordinaire.

Si 30 ſ. grande difference donne 5 ſ. petite difference, combien 432 ſacs.

L'operation étant achevée, il viendra 72 au quatriéme terme, pour la quantité de ſeigle que le Marchand doit mêler avec le froment qui lui coûte 8 l. 10 ſ. afin d'avoir du meteil à 7 l. le ſetier.

La preuve de cette derniere pratique, en examinant ſi le produit de 432 ſacs à 6 l. 15 ſ. joint à celui de 72 ſacs ſur le pied de 8 l. 10 ſ. eſt égal au produit des mêmes 432 & 72 à raiſon de 7 l. chacun.

REGLE DE FAUSSE POSITION.

CHAPITRE XXXII.

ON donne le nom de Regle de fauſſe poſition à celle que j'explique ici, parce qu'au moyen d'un nombre connu & ſuppoſé quoique faux, on vient à la connoiſſance du vrai nombre qu'on doit trouver.

Il y a deux parties dans cette Regle, qui ſont la fauſſe poſition ſimple & la fauſſe poſition double.

La Regle de fauſſe poſition ſimple, eſt facile à faire, puiſqu'elle ſe réſoud par une ſeule Regle de trois, ainſi qu'on le verra dans la ſuite.

La Regle de fauſſe poſition double ne peut ſe réſoudre par le moyen d'une ſeule Regle de trois, & c'eſt ce qui fait qu'elle eſt plus dif-

ficile que la ſimple, quoiqu'après tout la difficulté ne ſoit pas grande.

La premiere partie de la Regle de fauſſe poſition qui eſt la ſimple, ſe réſoud de la maniere ſuivante.

Suppoſons qu'on veuille ſçavoir quel eſt le nombre duquel ayant pris les $\frac{2}{3}$, les $\frac{1}{4}$ & les $\frac{1}{8}$ on ait 142. Choiſiſſez pour cela un nombre facile à volonté, tel que 24, duquel vous puiſſiez prendre les deux tiers qui ſont 16; les $\frac{1}{4}$ qui ſont 18, & les $\frac{1}{8}$ qui ſont 15 : ces trois nombres étant joints enſemble feront 49, mais comme ce nombre n'eſt pas celui de 142 qu'on cherche, dites par Regle de trois.

Si 49 viennent de 24, d'où viendront 142.

La Regle étant achevée, il viendra au quatriéme terme $69\frac{27}{49}$ pour le nombre cherché, c'eſt-à-dire que les $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ de ce nombre $69\frac{27}{49}$ feront juſtement 142.

Autre.

Un homme étant interrogé ſur ſon âge, répond que s'il avoit encore la moitié & le quart autant d'années qu'il en a, le tout feroit 88 ans, on demande quel eſt l'âge de cet homme.

Pour réſoudre cette queſtion, ſuppoſons que l'homme qu'on a interrogé ait 20 ans, il faut ajouter à ce nombre ſuppoſé ſa moitié 10 & ſon quart 5, le tout étant ajouté fera 35, or ce nombre ne faiſant pas les 88 qu'on cherche, diſons donc par Regle de trois ordinaire.

Si 35 viennent de 20, d'où viendront 88. Réponſe $50\frac{2}{7}$.

L'opération étant achevée, il viendra 50 ans & $\frac{2}{7}$ au quatriéme terme, qui eſt le vrai nombre, auquel ajoutant la moitié $25\frac{1}{7}$ & le quart $12\frac{4}{7}$ on aura les 88 ans cherchez.

Autre.

Un Particulier ayant trouvé une ſomme eſt obligé de la parta-

ger avec quatre autres perſonnes aux conditions ſuivantes, ſçavoir que le premier des quatre en aura le $\frac{1}{4}$; le ſecond en aura le $\frac{1}{7}$, le troiſiéme en aura le $\frac{1}{8}$, & le quatriéme enfin en aura le $\frac{1}{10}$: or il arrive que le partage etant fait il reſte 40 piſtoles pour la part de celui qui a trouvé l'argent : on demande à quoi ſe monte la ſomme trouvée. Il s'agit donc dans cette queſtion de trouver un nombre dont le $\frac{1}{4}$, le $\frac{1}{8}$ & le $\frac{1}{10}$ étant ôtez, il reſte encore 40.

Pour la réſoudre, ſuppoſons un nombre à volonté tel que pourroit être, par exemple, 200, il eſt certain que le quart, le cinquiéme, le huitiéme, & le dixiéme de ce nombre ſont 50 - 40 - 25 & 20, leſquels étant joints enſemble font 135, & ſi on ôte ce nombre de 200 il reſtera 65, mais comme ſuivant l'état de la queſtion il ne doit reſter que 40, on dira par Regle de trois ſimple.

Si 65 viennent de 200, d'où viendront 40.
Réponſe $123\frac{1}{13}$.

L'opération étant achevée, il viendra au quatriéme terme $123\frac{1}{13}$ pour la ſomme trouvée par le particulier.

REGLE DE FAUSSE POSITION DOUBLE.

CHAPITRE XXXIII.

LOrs que la Regle de fauſſe poſition ne peut ſe réſoudre par une ſeule Regle de trois comme les précédentes, c'eſt une preuve aſſurée qu'elle eſt double, ce qui fait qu'on la réſout de la maniere qu'il va être dit.

On ſuppoſe comme à la précédente un nombre avec lequel on pourſuit la queſtion, & ſi à la fin de la premiere Regle de trois on ne trouve pas ce qu'on s'étoit propoſé, l'on écrit à part le nombre qu'on avoit ſuppoſé ave ſa difference à côté, en obſervant d'y marquer le caractere de plus ou de moins ſelon qu'il ſe trouve.

Le caractere de plus ſe marque d'une eſpece de croix telle que celle-ci + & le caractere de moins ſe marque d'une ligne droite telle que celle-ci——.

Cela étant fait, on ſuppoſe un autre nombre que le premier, avec lequel on pourſuit la ſeconde Regle de trois, & ſi à la fin de ſa ſolution on ne trouve pas ce qu'on s'étoit propoſé, on marque le ſecond nombre ſuppoſé deſſous le premier, & la ſeconde difference deſſous la premiere, en obſervant auſſi de marquer le caractere de + ou de —— c'eſt-à-dire de plus ou de moins, ſuivant qu'il ſe trouve être.

Après quoi on multiplie le premier nombre ſuppoſé, par la ſeconde difference, & réciproquement le ſecond nombre ſuppoſé par la premiere difference, & s'il arrive que les differences ſoient toutes deux marquées de + ou de —— on ſouſtraira le moindre produit du plus grand de même que la moindre difference de la grande.

Si enſuite de cela on diviſe le reſtant des produits par le reſtant des differences, le quotient de la diviſion ſera le nombre inconnu qu'on cherchoit. Mais ſi les deux differences ſont l'une + & l'autre —— il faudra ajouter les produits des deux multiplications cy-deſſus en un ſeul, & diviſer ce dernier produit par l'addition des deux differences, car le quotient ſera le nombre inconnu qu'on cherche.

Exemple.

L'on veut partager 3540 piſtoles à quatre perſonnes, mais il faut que ce partage ſoit fait de maniere que le premier partageant en aura un nombre inconnu, le ſecond en aura une fois autant que le premier moins 20: que le troiſiéme en aura trois fois autant moins 40 que le ſecond; & qu'enfin le quatriéme en aura autant, plus 35, que le troiſiéme: on demande ce que chacune de ces quatre perſonnes aura pour ſa part des 3540 piſtoles propoſées.

Suppoſons que le premier partageant ait 150 piſtoles, il eſt conſtant que le ſecond en doit avoir 280, ſuivant l'état de la queſtion: que le troiſiéme en doit avoir 800, & qu'enfin le quatriéme en doit avoir 835: Or toutes ces portions étant jointes enſemble, ne font que 2065, c'eſt-à-dire un nombre moindre que celui qu'on ſuppoſe à partager, qui eſt 3540, de la valeur 1475, il faut donc poſer le nombre 150 qu'on ſuppoſe être la portion du premier partageant,

de même que la premiere difference 1475, comme on le voit cy-deſſous avec le caractere —— entre deux.

150 —— 1475

Cela fait, comme on n'a pas trouvé le vrai nombre à partager, ſuppoſons un autre nombre tel que 164 pour la part de la premiere perſonne, il eſt conſtant que ſur ce pied là ſeconde en aura 508, la troiſiéme 884, & la quatriéme 919: or ces quatre portions étant jointes enſemble, ne font que 2275, & par conſéquent moindre que le nombre à partager 3540 de 1265, ce qui fait qu'on poſe le ſecond nombre ſuppoſé 164 de même que la ſeconde difference 1265 comme il ſuit ave le caractere moins —— entre deux.

164 —— 1265

Après quoi on multiplie le premier nombre ſuppoſé 150 & la ſeconde difference 1265 l'un par l'autre, le produit de cette multiplication eſt 189750: enſuite de quoi on multiplie le ſecond nombre ſuppoſé 164, & la premiere difference 1475 auſſi l'un par l'autre, & le produit eſt 241900: or comme les differences ſont toutes deux marquées du caractére —— on les ôte l'une de l'autre, & il reſte 210 pour diviſeur: cela étant fait on ôtera le petit produit 189750 du grand 241900, le reſtant 52150 ſera la quantité à diviſer, de ſorte que la diviſion étant faite, on trouvera 248 piſtoles & $\frac{1}{7}$ pour le vrai nombre cherché, ainſi que le tout ſe voit dans l'exemple ſuivant.

Multiplier 1265
par — 150

produit — — 189750
de 1475
ôter 1265

Reſte 210 pour diviſeur.

Multiplier

Multiplier 1475
par -- 164

produit -- 241900
de 421900
ôter 189750

Reste --- 52150 pour diviseur.

$$\left.\begin{array}{c} 2 \\ 2\cancel{0}\cancel{7}7 \\ \cancel{5}\cancel{2}\cancel{1}\cancel{5}0 \\ 2\cancel{1}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} \\ 2\cancel{1}\cancel{1} \\ 2 \end{array}\right\} 248\tfrac{1}{3}$$

La preuve de cette Regle se fait en ajoutant ce qui vient à ch que particulier, car si le tout égale 3540 la Regle sera bonne; sinc elle aura été mal faite.

Autre.

Dans laquelle les differences se trouvent l'une —— & l'autre +

Je prends ici le même exemple que dans le cas précédent, c'e à-dire, qu'il faille faire le partage des 3540 pistoles qu'on a supp sées & aux mêmes conditions : mais je disposerai les nombres sup posez de maniere que les differences seront l'une + & l'autre —— A l'égard du moins nous l'avons déja par le moyen du premi nombre supposé 150 & de la premiere difference 1475

A présent pour avoir le plus, supposons que le premier des pa tageants prenne pour sa part 300 pistoles, sur ce pied le secon en doit avoir 580 suivant les clauses qui ont été convenues da l'état de la question; le troisiéme en aura 1700, & le quatriém 1735 : or toutes ces portions étant jointes ensemble feront 4315 qui excedent les 3540 proposées de 775 : je pose donc, ainsi qu' a été dit, le second nombre supposé 300 dessous le premier non